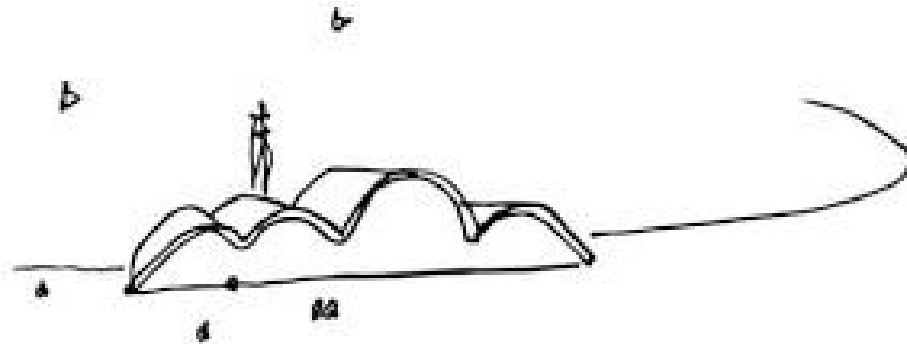


<http://computacaografica.ic.uff.br/conteudocap3.html>

aula 15

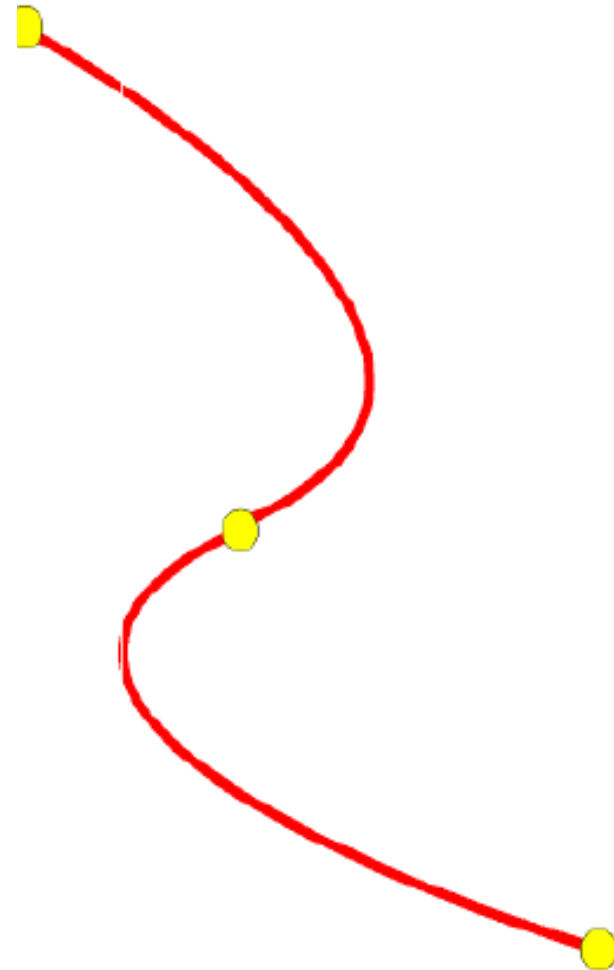
IC/UFF - 2017

Curvas



Elementos 1D

- Comprimento
- Distância ao início define a posição na curva
- Mas ela pode ser 2D e 3D



Curvas

- Formas de representação:
 - Procedural (não tem equação apenas algoritmo de geração:
 - exemplo *curvas fractais*)
 - Conjunto de pontos (digitalizados: x_i , y_i)
 - Por equações (analíticas):
 - Explícita : $y = f(x)$
 - Implícita : $x+y=0$
 - Paramétrica : $x = f(t) , y = f(t)$

Também podem ser

Classificadas de acordo com seus termos: linear (grau 1), quadrática (grau 2), cúbica (grau 3), transcendental (sin, cos, log, ...)

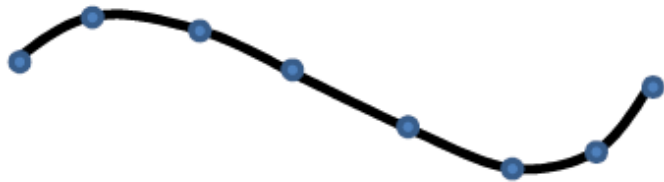
Representação analítica

- Não paramétrica e paramétrica
- Precisão sobre representação de ponto
- Armazenamento compacto
 - Centro do círculo e raio vs. pontos
- Ponto intermediário
 - Quaisquer pontos sobre a curva podem ser calculados
- Mais fácil gerar desenhos
- Mais fácil mudar a curvatura

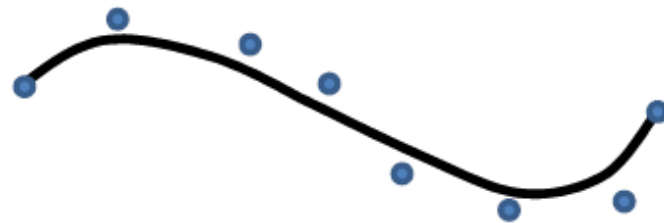
Representação analítica de curva definida por ponto

- Interpolação
 - Analiticamente definindo uma curva a partir de um conjunto de pontos conhecido
- Ajustada
 - Uma curva que passa por todos os pontos conhecidos
- Satisfatória
 - Uma curva que passa perto de pontos conhecidos

Interpolação X Aproximação



Na interpolação, a curva passa sobre todos os pontos definidos.



Na aproximação, a curva começa sobre o ponto inicial e termina sobre o final. Os demais pontos são aproximados.

Gerar uma curva **suave** que passe por **pontos** específicos

A

A blue circular dot representing point A.

B

A blue circular dot representing point B.

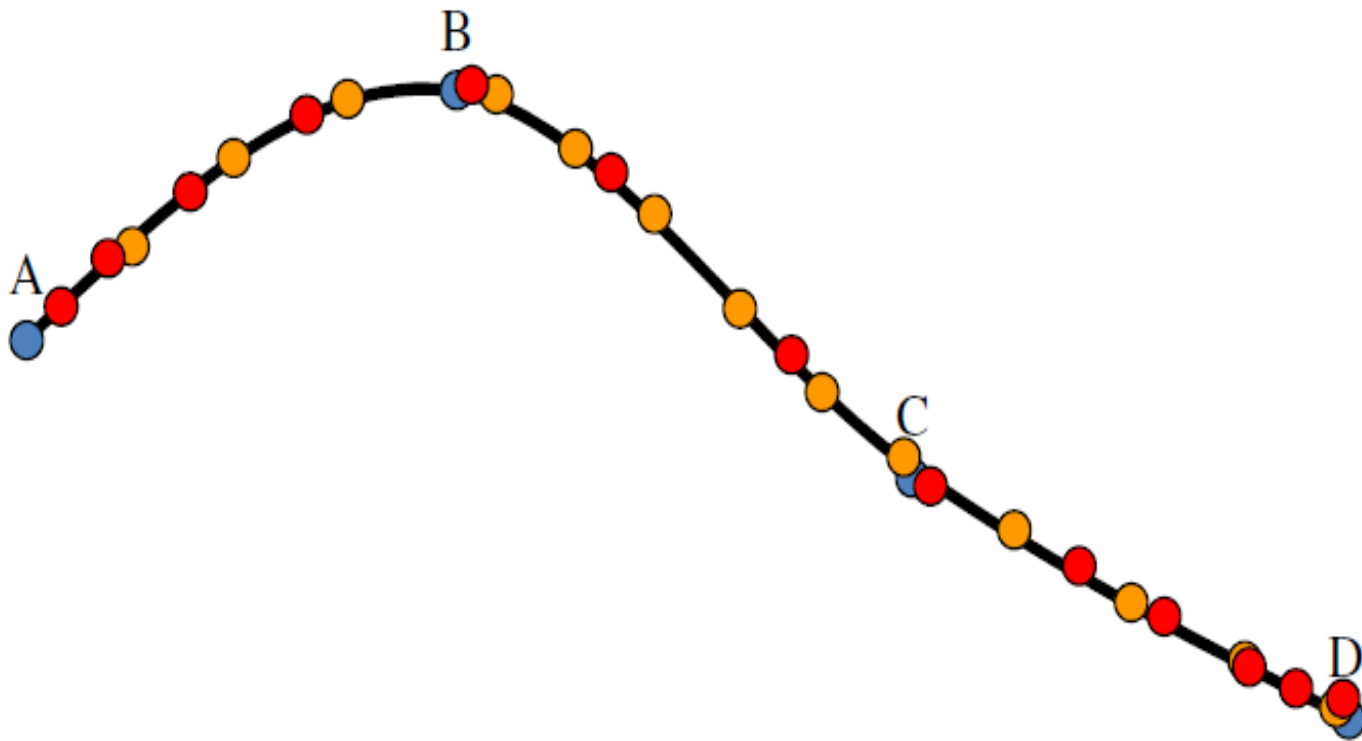
C

A blue circular dot representing point C.

D

A blue circular dot representing point D.

gerar uma curva no espaço, distribuindo
pontos de maneira **suave**

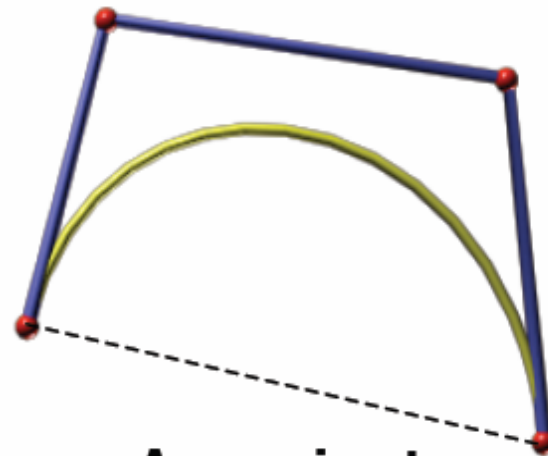


Dado um número n de pontos para traçar uma curva:

- ***interpolar*** os pontos (curva passa *necessariamente* por todos os pontos)
- ***aproximar*** os pontos (pontos definem cobertura convexa (*convex hull*) da curva)



Interpolate



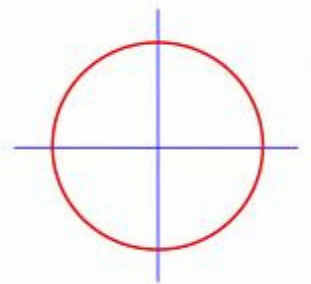
Approximate

Não paramétrica vs paramétrica

- Não paramétrica
 - Explícita $y = f(x)$
 - Implícita $f(x, y) = 0$
- Equação implícita de segundo grau geral

$$ax^2 + b2xy + cy^2 + 2dx + 2cy + f = 0$$

Exemplo circunferência representações não paramétricas



Explícita $y = f(x)$

$$y = \sqrt{1 - x^2}$$

$$y = -\sqrt{1 - x^2}$$

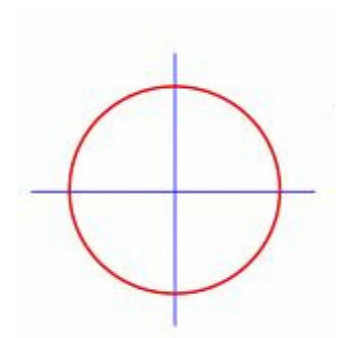
$$x^2 + y^2 - 1 = 0 \text{ or } x^2 + y^2 = 1$$

Implícita $f(x, y) = 0$

Exemplo :
circunferência
em
representações
paramétricas

$$f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, f(\theta) = (x(\theta), y(\theta))$$

$$\begin{cases} x = \sin \theta \\ y = \cos \theta \end{cases} \quad \text{where } \theta \in [0, 2\pi]$$



$$\begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^2} \\ y = \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{cases} \quad \text{where } t \in [0, 1]$$

E essas?

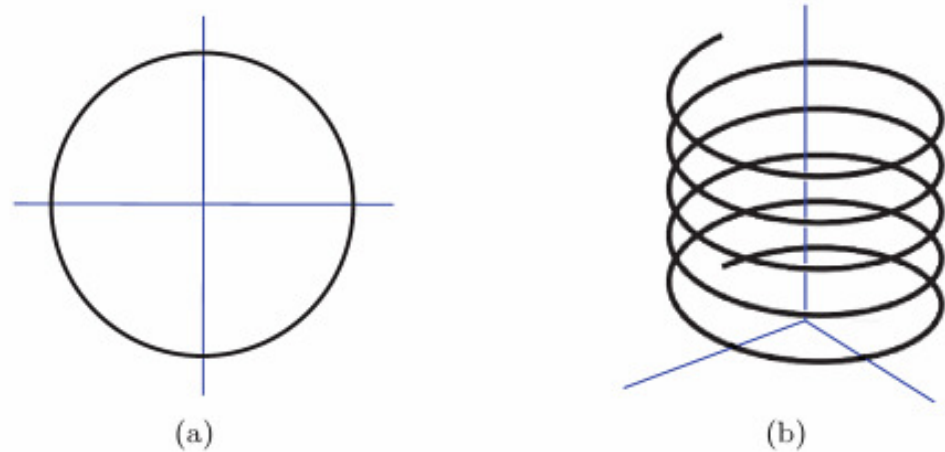


Fig. 1.1. (a) Image and (b) graph of $f(t) = (\cos t, \sin t)$.

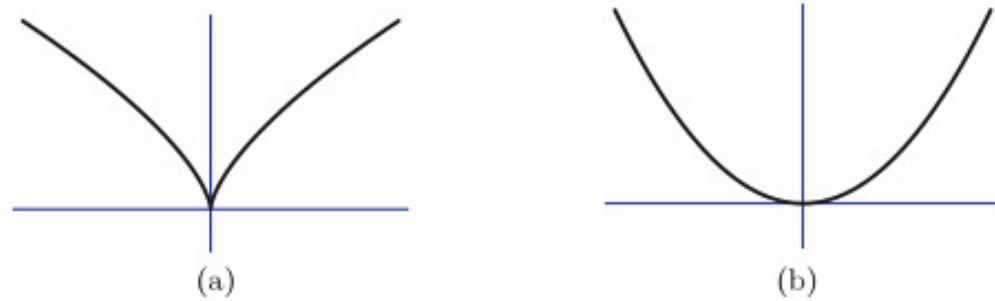


Fig. 1.2. (a) Cuspical cubic $x^3 = y^2$ and (b) parabola $y = x^2$ as *images* of different parametrisations.

Explícita $y = f(x)$

Implícita $f(x, y) = 0$

Representação implícita

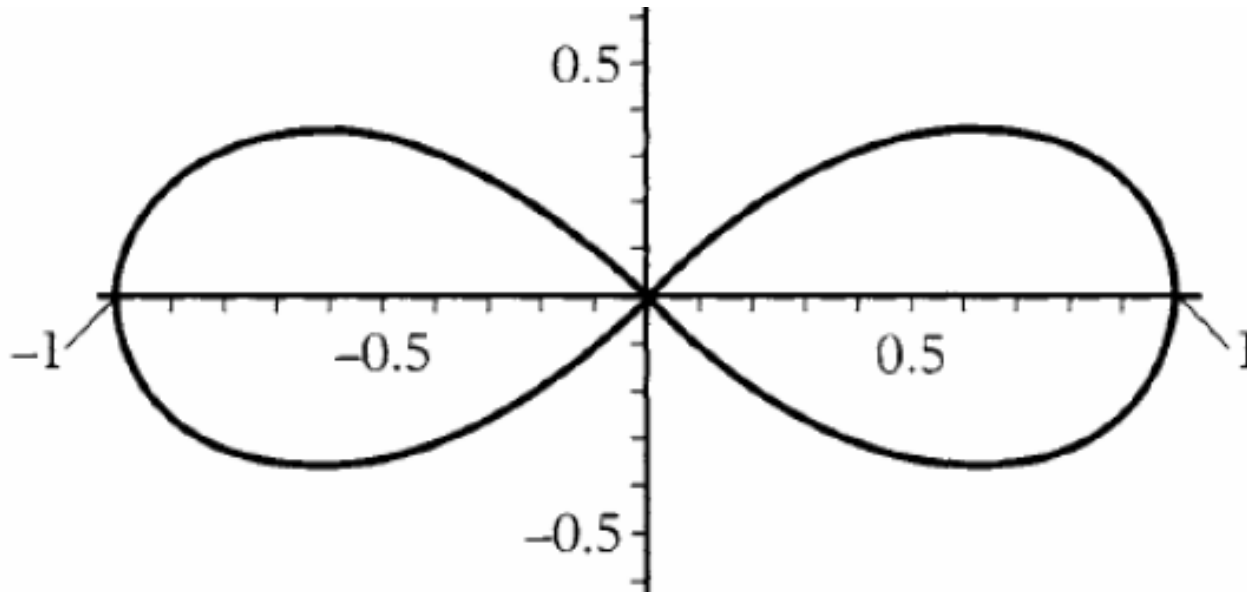
- Curva em 2D: $f(x,y) = 0$
 - Linha: $ax + by + c = 0$
 - Círculo: $x^2 + y^2 - r^2 = 0$
- Superfície em 3D: $f(x,y,z) = 0$
 - Plano: $ax + by + cz + d = 0$
 - Esfera: $x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0$

Outros exemplos:

- Lemniscata de Bernoulli => símbolo infinito
- Quarto grau!

$$(x^2+y^2)^2 - (x^2-y^2)^2 = 0$$

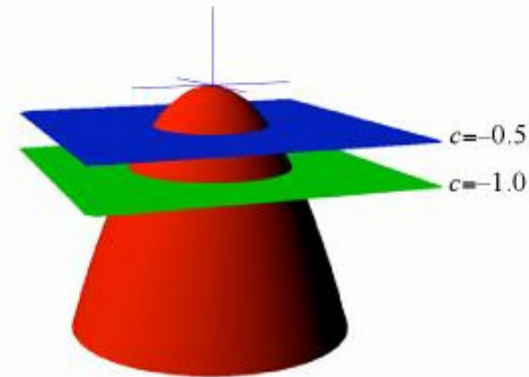
$$\text{Implícita } f(x, y) = 0$$



Curvas não paramétricas

- Linha
- Círculo
- Parábola
- Elipse
- Hipérbole

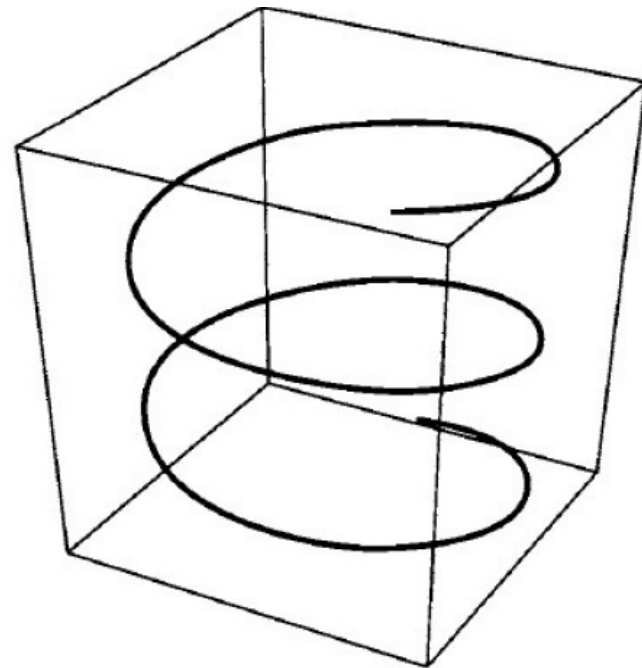
1. The equation $-z = x^2 + y^2$ explicitly defines the paraboloid in \mathbb{R}^3 .



Curvas paramétricas

- Pontos sobre uma curva são representados com uma função de um único parâmetro
 - $x = f(u)$, $y = g(u)$, $z = h(u)$
 - u : variável paramétrica

$$x = \cos(t), y = \sin(t), z = t/5$$



Peculiaridades das curvas em CG

Principais desvantagens das representações **não-paramétrica** em CG

- É difícil definir a equação não paramétrica de uma curva que passe por um conjunto de pontos pré-definidos.
- Não permite a representação de curvas com laços



Peculiaridades das curvas em CG

Para CG, representações paramétricas costumam ser as mais convenientes

Assim, genericamente, uma curva 3D é

$$- Q(t)=[x(t) \ y(t) \ z(t)]$$

$x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ são chamadas de funções-base
(*base functions*)

$$P(u) = (X(u), Y(u), Z(u))$$

$$0 \leq u \leq 1$$

$$P(u, v) = (X(u, v), Y(u, v), Z(u, v))$$

$$0 \leq u \leq 1$$

$$0 \leq v \leq 1$$

- As expressões paramétricas suportam declives infinitos, curvas fechadas ou multi-valor.

$$dy/dx = (dy/du) / (dx/du)$$

$$dy/dx = \text{infinito} \Rightarrow dx/du = 0$$

Reta na forma paramétrica

$$P(t) = P_0 + at$$

$$- P_x = P_{x0} + at$$

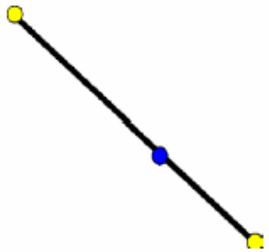
$$- P_y = P_{y0} + at$$

$$- P_z = P_{z0} + at$$



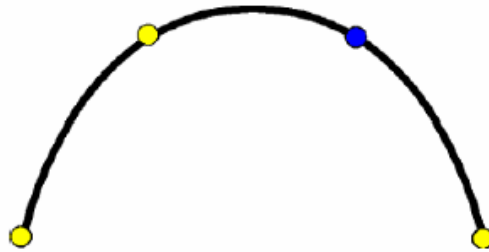
Parametrizando polinômios

$$f(t) = at + b$$



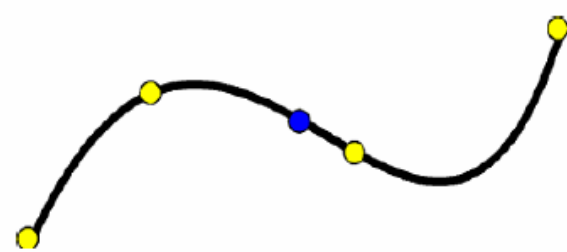
Linear

$$f(t) = at^2 + bt + c$$



Quadrático

$$f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$$



Cúbico

- Elementos geométricos definidos parametricamente são inerentemente limitados ($0 \leq u \leq 1$).
- As expressões paramétricas são facilmente traduzidas na forma de vetores e matrizes.
- Utilização de um só modelo matemático para representar qualquer curva ou superfície.

Trabalho cont.

- Implemente alterações no trab 1 anterior:
- Que use os pontos dos vértices iniciais no pleno em seqüência e os mostre na tela (eles serão logo pontos de controle das curvas) .

A

A blue circular point labeled 'A' located in the lower-left quadrant of the diagram.

B

A blue circular point labeled 'B' located in the upper-middle part of the diagram.

C

A blue circular point labeled 'C' located in the lower-right quadrant of the diagram.

D

A blue circular point labeled 'D' located in the lower-right corner of the diagram.