http://computacaografica.ic.uff.br/conteudocap4.html

REPRESENTAÇÃO DE DADOS EM CG

Tema 2 – UFF – 2020

MODELAGEM E ESTRUTURA DE DADOS

Capitulo 4 da Referencia
E. Azevedo,Computação Gráfica: teoria e prática, Elsevier, vol. 1 ; 2018

Ele esta na biblioteca digital da UFF – **Todos estão conseguindo baixar?**

FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

- **Representação Aramada (Wire Frame):**

-Muito simples: a primeira que você possivelmente pensa em usar!

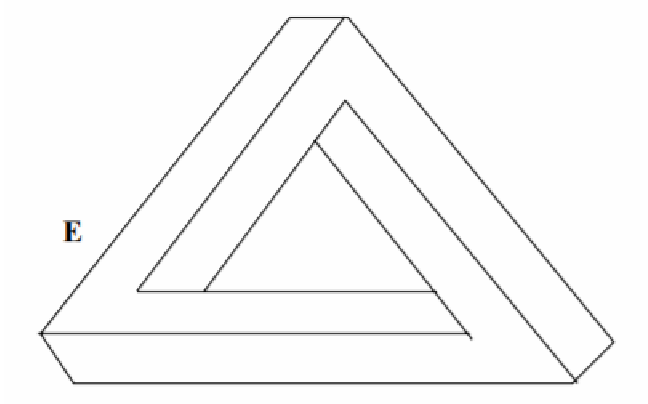
-representação ambígua com margem para várias interpretações;

-dificuldade de realizar certas operações como a determinação de massa ou volume. e

-não tem como garantir que o objeto desenhado seja um sólido válido.

Topologia

- Para garantir que o objeto desenhado seja um sólido válido, precisamos analisar sua Topologia.

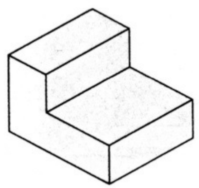


- Mas o que é topologia?

- Onde ele aparece em CG?

Representação por Faces (ou Superfícies Limitantes)

- Nessa representação os objetos são representados por superfícies que deve ser fechadas e orientáveis.
- Orientáveis = significa que é possível distinguir entre dois lados da superfície, de modo que um esteja no interior e o outro no exterior do sólido.



que é um sólido.

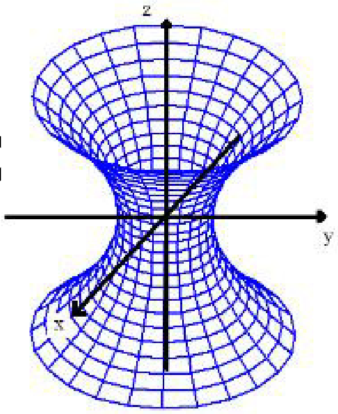
- é considerado um sólido se tem uma **forma própria.**
- A modelagem de líquidos, gazes, materiais flexíveis ou de coisas que não tenham forma própria (roupas, tecidos, plásticos, gel e outros) é também necessária e representável em computação gráfica.
- Mas não é assunto da **Modelagem de Sólidos**

sólido é algo essencialmente **tridimensional (3D)**.

- **Definição:** Um **sólido** é um subconjunto *fechado* e *limitado* do espaço Euclidiano tridimensional: $\boldsymbol{E^3}$

- **sólido** é um elemento da geometria **Euclidiana,** geometria formulada pelo matemático grego Euclides, que viveu na Alexandria no século III A.C.,

Há outras geometrias?



- Sim, por exemplo
- A geometria não-euclidianas desenvolvidas por **Lobatchevski** (Nicolai Ivanovitch Lobachevski, matemático russo: 1793-1856) e
- **Riemann**

(Georg Friedrich Bernhard Riemann, matemático alemão: 1826-1866).

Fechado? Limitado ?

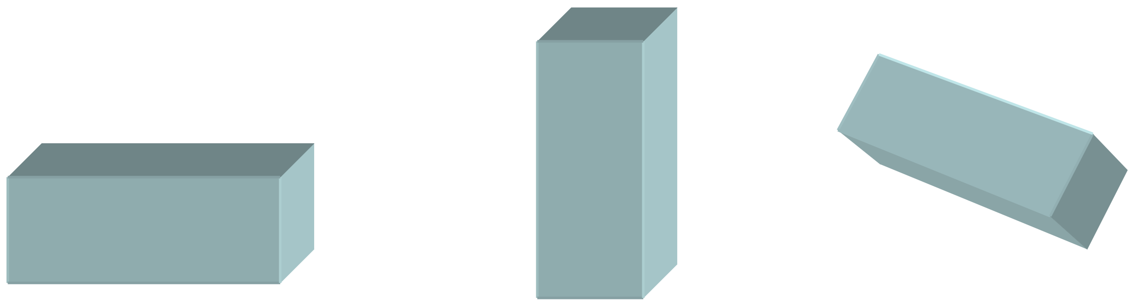
- um sólido é **fechado =>** tem todos os seus pontos de contorno, tem um interior e exterior.
- **Limitado** está associado à idéia de

não ser Infinito no sentido de realmente não ter fim, e não apenas de ser muito grande.

- **SÓLIDOS**

Representação por Faces (ou Superfícies Limitantes)

- Nessa representação os objetos podem ter a topologia verificável.
- Fechada = neste contexto pode ser entendido como “é possível enche-lo com liquido e esse não vazar de qq modo que se coloque" o sólido.



Seriam fechados?

(Garrafa de Kelin:

https://www.youtube.com/watch?v=Y3d35c2tHbs

https://www.youtube.com/watch?v=mF4x8svpSgA

https://www.youtube.com/watch?v=dfhiVaJj9UY)

Desenhos de Esche na internet!

Desenhos de Escher

- E diversos outros exemplo na internet!

https://www.youtube.com/watch?v=aCnA91S0RwQ

https://www.youtube.com/watch?v=6aRFy73cZxY

Representação dos limites do sólido

- Boundary Representation – Brep
- É a forma mais usada
- **Nela a topologia é considerada para garantir que o objeto seja realizável e continue realizável após as operações que serão realizadas nele**.
- A **topologia** deve ser validada não só a geometria gerada (Equação de Euler)

Leonhard Euler

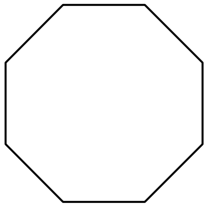
(1707-1783)

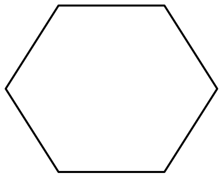
Fórmula ou Equação de Euler ou lei de Euler:
V-E+F=2

Euler's Law

V=E=4 F=2

V=E=8 F=2





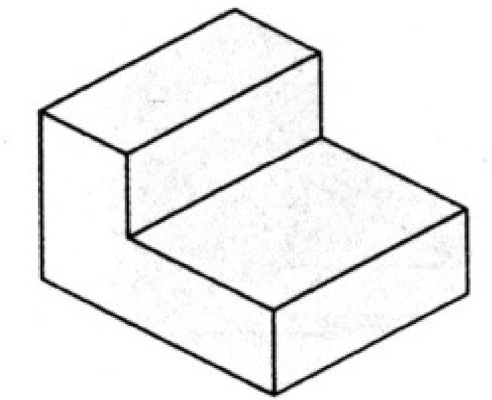
V=E=6 F=2

F=2 ? Claro é um objeto, (voce pega nele) !

Assim tem a face da frente e do verso.....

Seria valido para um paralelepipedo ?
V-E+F= ?

Qual o número de Euler de



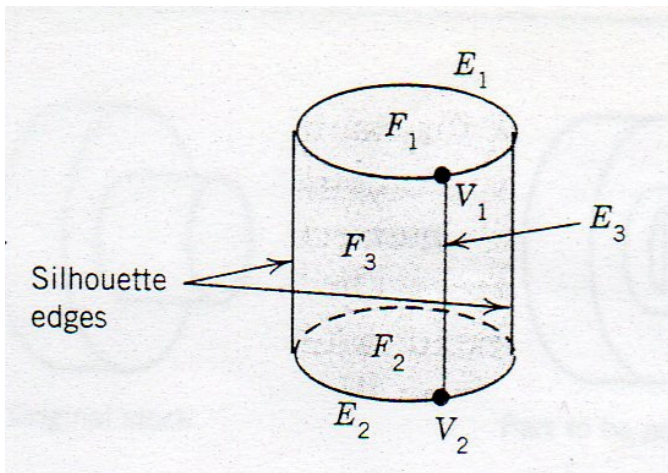
V= 6x2 = 12
F= 8
E= 18 =>
12-18+8 = 2 !

Número de Euler de um objeto?

Neste caso **não é o número e = 2.718281828...**
(não confunda, que é usado em cálculo integral
e diferencial , também chamado de número de Neper,
constante de Néper, número neperiano, ou
constante matemática dos
logaritmos da base natural)

Em CG sera
o resultado de

V-E+F = ?



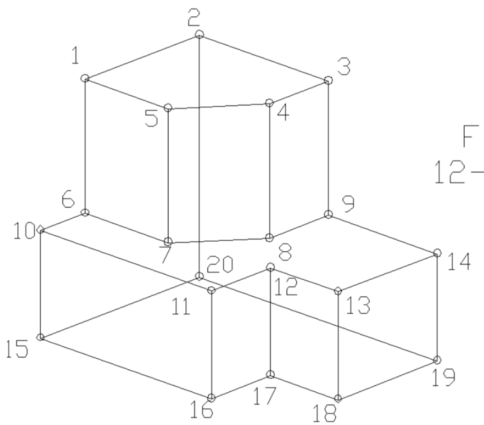
Mas não será 2 para tudo?

(1707-1783)

No tempo de Leonhard Euler sim.... mas ....

Fórmula ou Equação de Euler ou lei de Euler:
Com a evolução passou a só ser valida para objetos de genos 0 e a equação
V-E+F= ?   Virou uma caracteristica dos objetos

O numero de euler dos objetos!

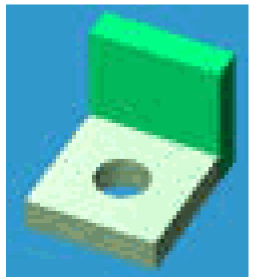


V=20
E=30
F=12

F-E+V=2
12-30+20=2

Qual seria ele para o objeto
Ao lado ?

E o abaixo.....



O teorema de Euler diz que: o número de Euler é **constante** para qualquer objeto.

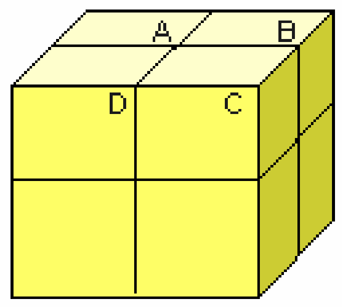
- Isso quer dizer o seguinte: suponha que você **divide cada face do cubo em 4 partes**, traçando 2 segmentos de reta perpendiculares entre si (AB) e (AD)

- Agora, pontos como (A) ou (B) serão considerados **novos vértices**, linhas como (AB) serão **novas arestas** e áreas como (ABCD), **novas faces**.

- Conte os novos números de faces, arestas e vértice.

- Você obterá: F´ = 24, E´ = 48 e V´ = 26.

- E, terá:
  $N_E´$ **= F´ - E´ + V´**
  = 24 - 48 + 26 = 2 !!!
  Inalterado



NÚMERO DE EULER

$$N_E = V - E + F$$

- Imagine que o cubo é feito de massa de moldar.

Com jeito, é possível transformá-lo em uma esfera, uma pirâmide ou uma “batata” sem rasgar nem cortar nada.

- Isso só é possível com objetos **topologicamente iguais**.

- O cubo tem 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

- Portanto, o número de Euler do cubo é:

$$N_E(\text{cubo}) = 6 - 12 + 8 = 2.$$

O resultado é o mesmo de antes.

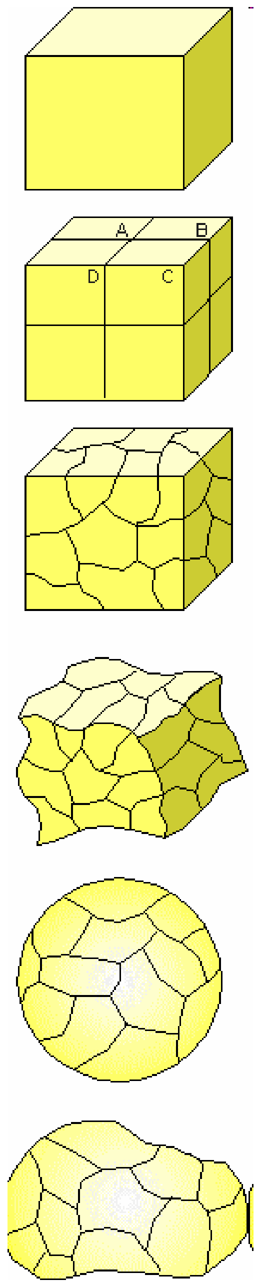
- Pois acredite: mesmo se você **desenhar linhas "malucas" sobre o cubo**, criando uma porção de novas arestas, vértices e faces, obterá sempre o mesmo número de Euler: 2.

- Você pode constatar que o número de Euler continuará o mesmo até quando o cubo for **deformado** como mostra a figura.

- E a deformação pode ser tal que o cubo acabe virando uma **esfera** ou mesmo uma **batata** toda cheia de "calombos", ou até um "pão árabe" (praticamente uma circunferencia) .

- Tecnicamente, diz-se que o cubo, a esfera e a batata são todas **superfícies topologicamente idênticas**.

- Todas têm o mesmo número de Euler: 2.



NÚMERO DE EULER

$$N_E = V - E + F$$

- como o cubo é um paralelepipedo são objetos **topologicamente iguais**.

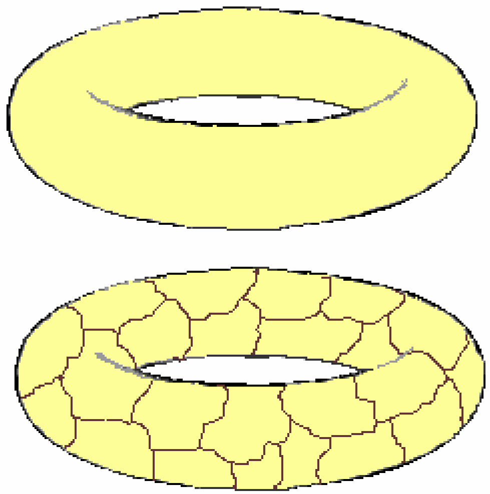
- O paralelepipedo (tem 6 faces, 12 arestas e 8 vértices) e portanto, o seu número de Euler é:

- N_E(paralelepipedo) = 6 - 12 + 8 = 2.

Imagine que na massa de moldar (essas que as crianças brincam) voce resolve fazer um furo depois ter obtido uma esfera.

- o número de Euler muda se o objeto tiver um furo.

- **Essa classe de objetos têm número de Euler nulo**!

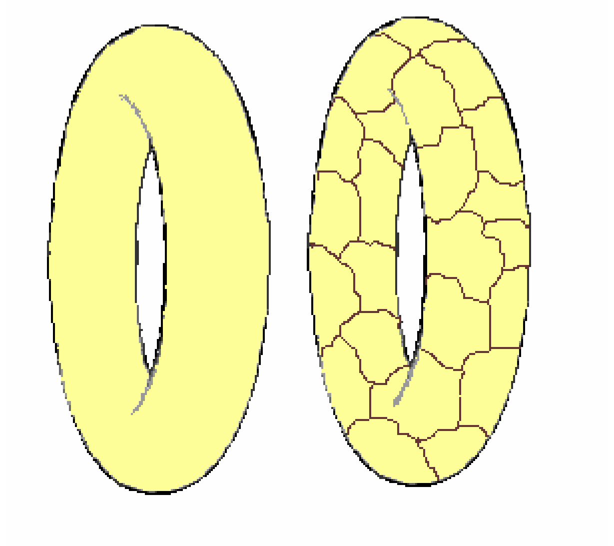


Toro e outros objetos com furos.

O objeto furado mais “representativo” para os matemáticos é o **toro**, uma coisa com forma de “rosquinha” ou de “biscoito globo”.

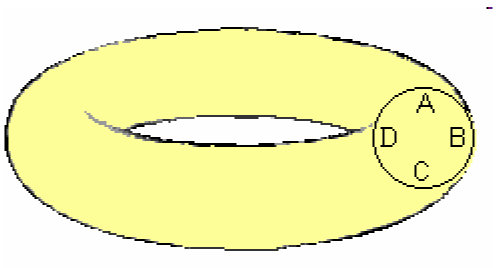
- Se a gente fizer sobre a superfície do toro o mesmo que fizemos sobre a superfície do cubo (traçando linhas que formam faces, arestas e vértices) e depois fizermos as contas, acharemos um **número de Euler (igual a zero) nulo**!

N_E (toro) =0



O toro, e qualquer superfície com um furo, é **topologicamente diferente do cubo e da esfera.**

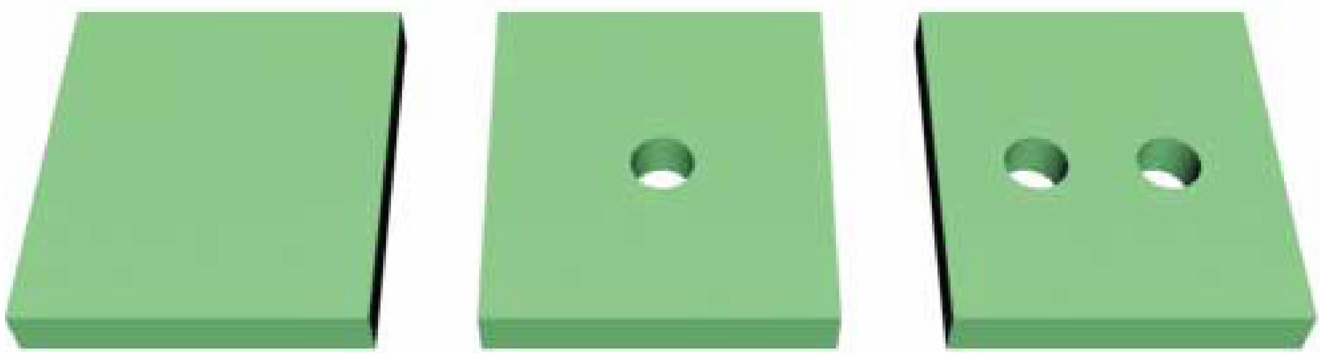
Isto é:



Não dá para transformar uma esfera de massa em um toro **sem cortar ou rasgar** alguma coisa.

Sem mudar as relações de vizinhança na estrutura de dados.

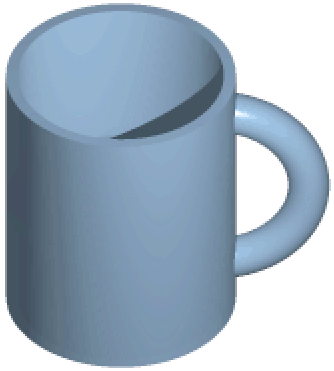
- o número dos **furos que trespassam** o sólido é denominado de *genus*, G.
- E altera a topologia do objeto !

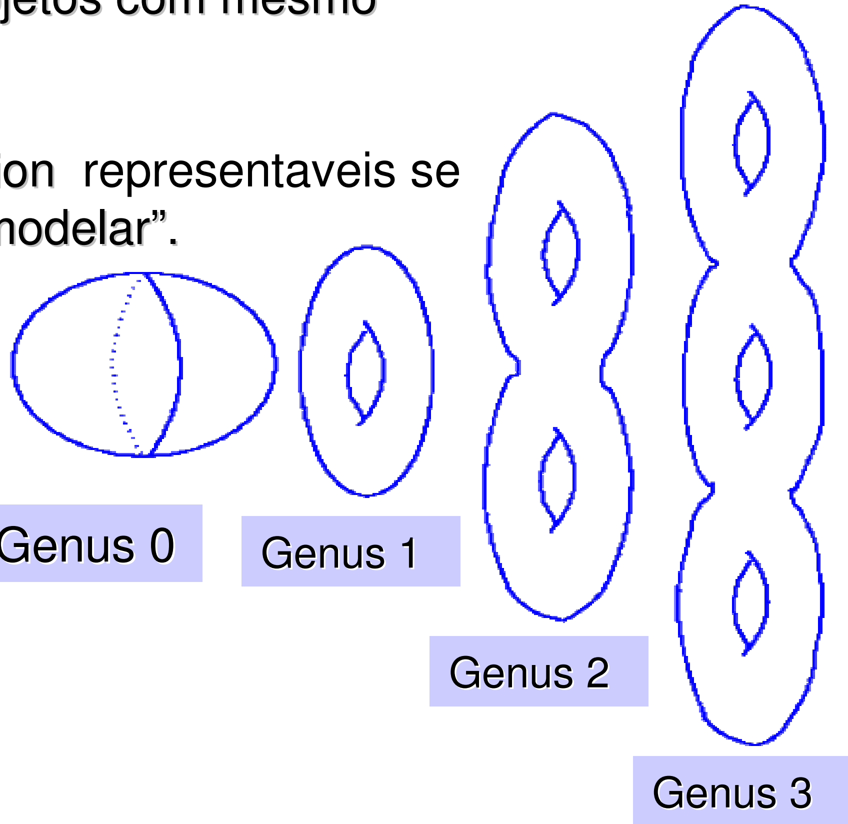


Topologicamente equivalentes são objetos com mesmo Número de Euler:

Rubber sheet deformation = deformation representaveis se

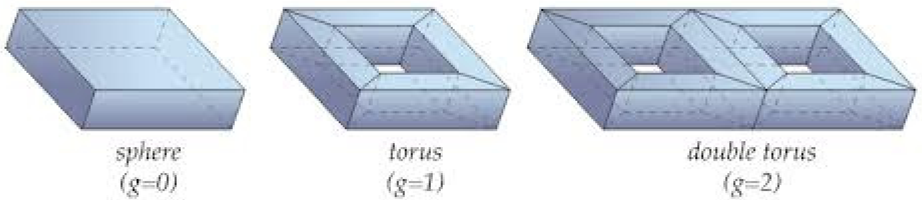
de “massinha de modelar”.





Op. Topológicas Locais

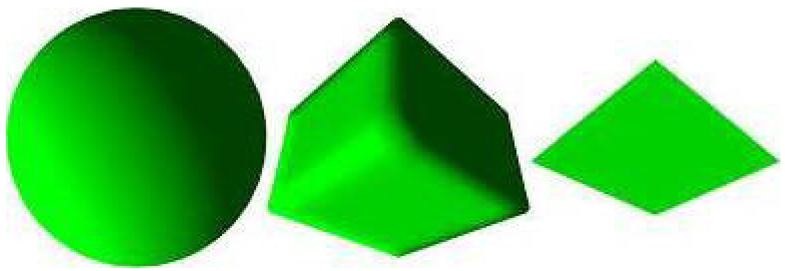
Op. Topologicas Globais = mudam o genus . Como a soma de dois torus

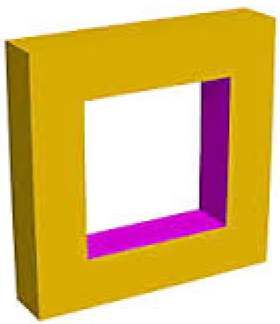


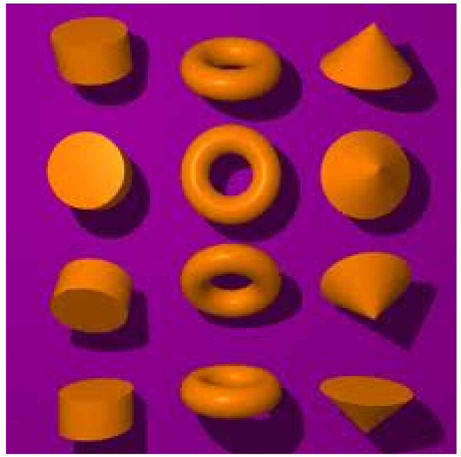
Topologicamente equivalentes:

≠Rubber sheet deformation

(Massinha de modelar)

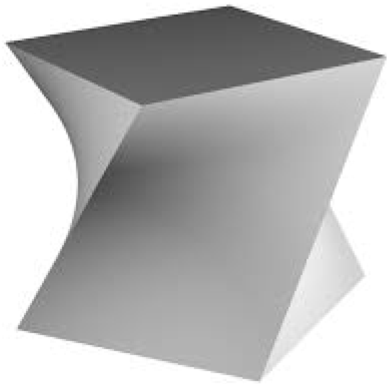


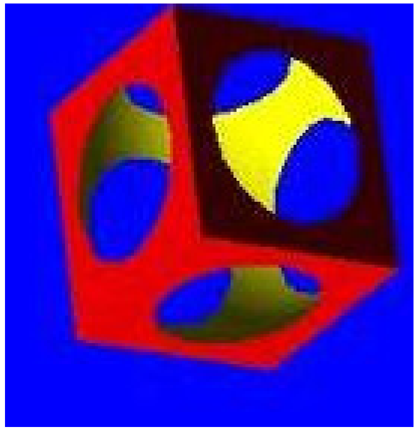


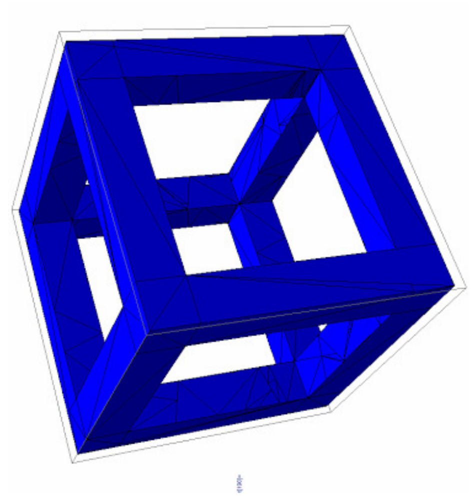


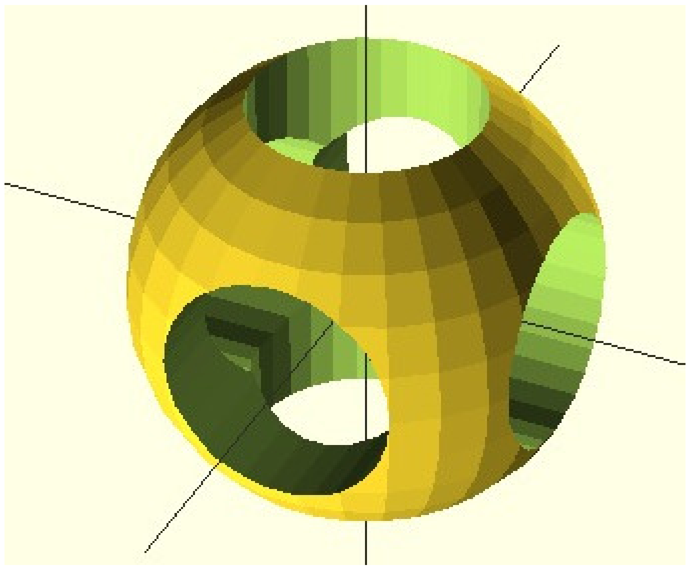
?

Topologicamente equivalentes ?









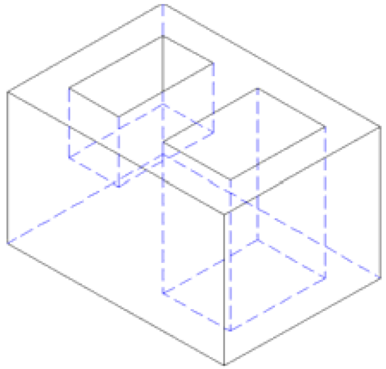
Euler-Poincare Law:

V - E + F - L = 2(S - G)

L = # of inner face loops (a loop contained entirely within another face loop)

S = # of shell bodies (sometimes "C")

G = # thru holes, A.K.A genus (# of passage features)

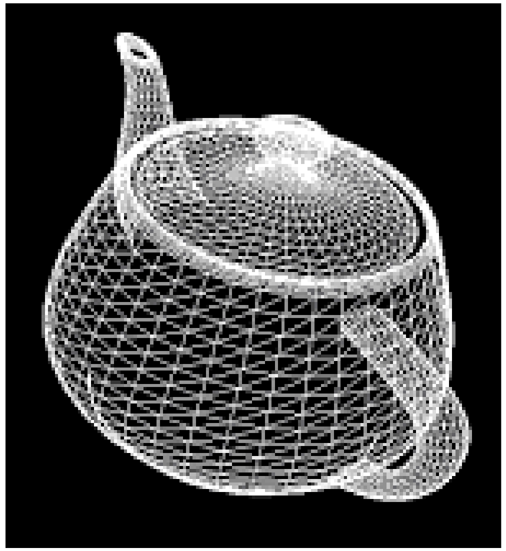


V	-	E	+	F	-	L	=	2	(	S	–	G	)
24	-	36	+	15	-	3	=	2	(	1	-	1	)

Se o objeto tem componentes múltiplos S ou C ≠ 1 , G (genus) é a soma dos Gs de cada objeto

Jules Henri Poincaré (1854–1912).
considerado um dos fundadores da Topologia

$$V - E + F - H = 2\,(C - G)$$



where V is the number of vertices,

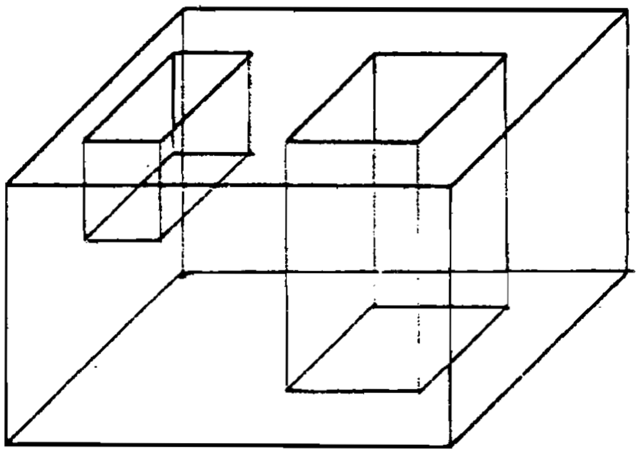
E is the number of edges,

F is the number of faces,

H is the number of holes in the faces,

C is the number of separate components (parts),

G is the *genus* (for a torus $G = 1$).



$$\begin{array}{ccccccccccc} V & - & E & + & F & - & H & = & 2(C & - & G) \\ 24 & & 36 & & 15 & & 3 & & 1 & & 1 \end{array}$$

Quando a superfície tem buracos a expressão para o número de Euler fica sendo:

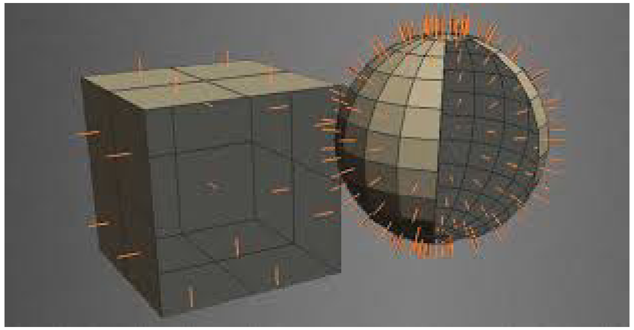
$$N_E = F - E + V – H = 2 (C – G),$$

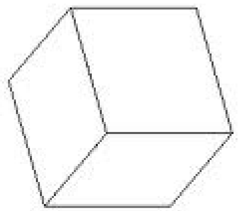
sendo **H** - o número de buracos superfície ou faces

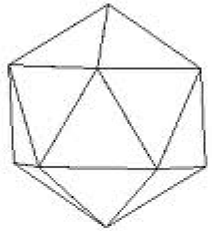
C- o número de partes separadas

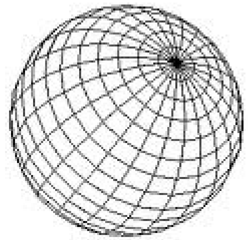
G - o número de furos trespassantes

- . E é chamado de número de Euler/Poincaré
- Para esfera ou um cubo, G = 0, logo, N_E = 2.
- Para o toro, G = 1, logo, N_E = 0.
- Com mais de um buraco, o número de Euler fica negativo !!!



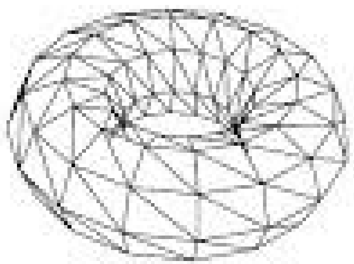


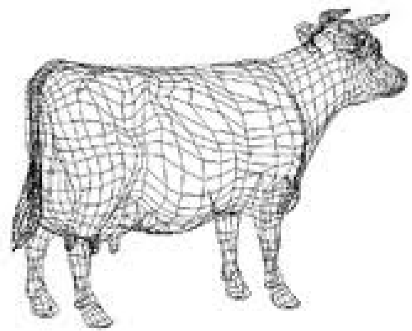




Estrutura de Dados Baseada em Arestas ou Lados

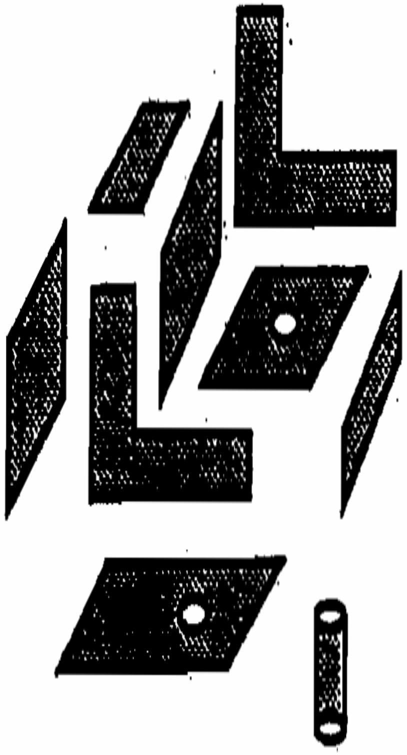
Na estrutura de dados baseada em arestas além das listas de coordenadas de vértices e definição das faces, tem-se uma lista que identifica cada aresta e seus vértices limitantes.



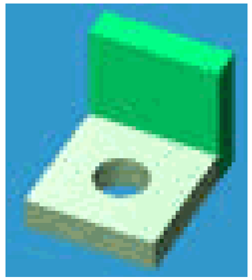


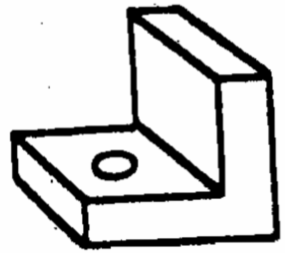
Representação dos limites do sólido

- Boundary Representation – Brep
- É a forma mais usada
- **Nela toda a topologia é considerada para garantir que o objeto seja realizável e continue realizável após as operações que serão realizadas nele**.
- A topologia deve ser validada não só a geometria gerada (Equação de Euler)



Boundary representation
B-rep





Um sólido valido obedece a

Formula ou lei de Euler-Poincaré:
V-A+F-H=2(C-G)

H= loops de faces fechadas;
C= número de partes separadas do objeto
G= número de buracos (genus)

Descrição da:

- **topologia** e a **geometria** das faces;
- relações entre os elementos;
- posições dos elementos no espaço, e sua forma geométrica (semi-reta, arco de círculo, etc)

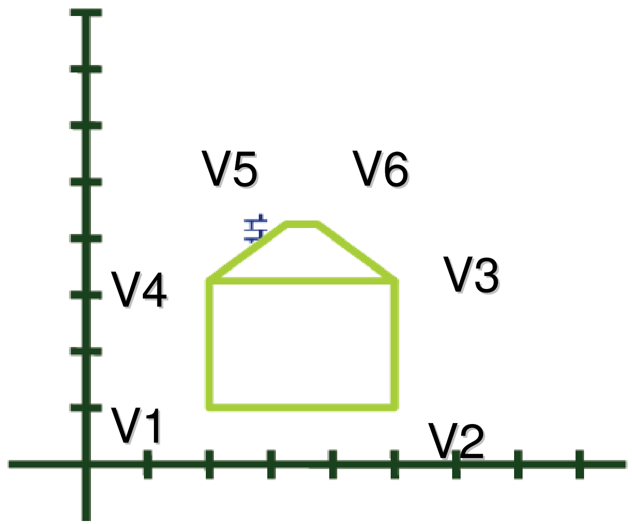
Voltando a nosso exemplo passado de CG.

O que seria a **topologia** e a geometria do objeto casinha?

Ela verifica a Lei de Euler?

A casinha ao lado em 2D será definida pelo conjunto de vértices:
V1=(2,1) , V2=(5,1), V3=(5,3), V4=(2,3), V5=(3,4), V6=(4,4).

E por 4 quadriláteros (pois é um objeto)
F1=(V1, V2, V3, V4)
F2=(V4, V3, V6, V5)
F3=(V2, V1, V4, V3)
F4=(V3, V4, V5, V6)
E por 8 arestas
(8 ? .)
Como ficam as arestas?

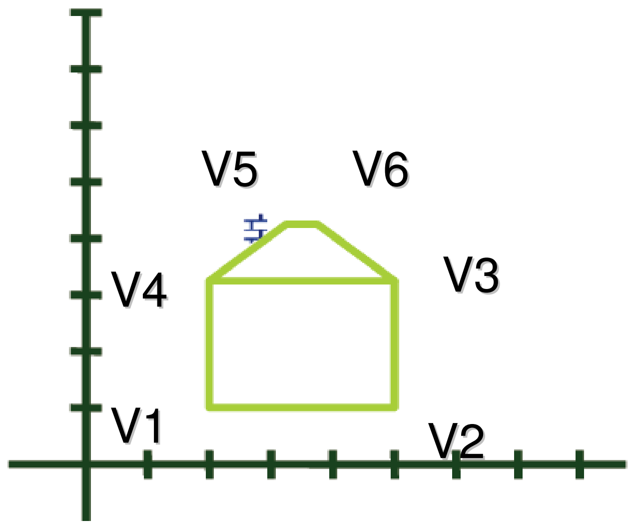


continuando com o exemplo.

Qual o numero de Euler?

As 8 arestas (cada uma comum a 2 faces) são:

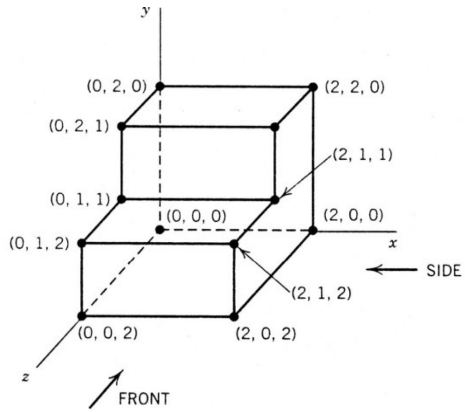
A1=(V1, V2)
A2=(V2, V3)
A3=(V3, V4)
A4=(V4, V5)
A5=(V5, V6)
A6=(V6, V3)
A7=(V1, V4)
A8=(V3, V4)

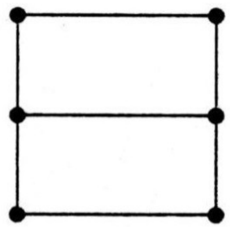


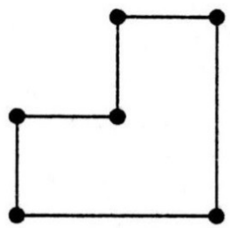
Como ficaria se as faces fosse triangulares?

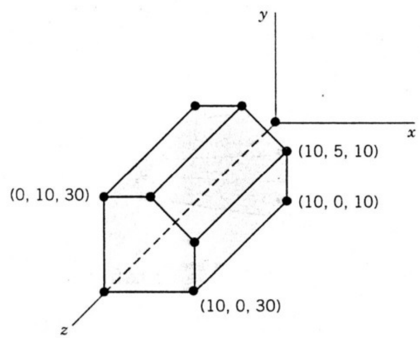
(como ela fica em 3D ? (2,1,1), (5,3,1) , (5,1,1) , (2,3,1) ...)

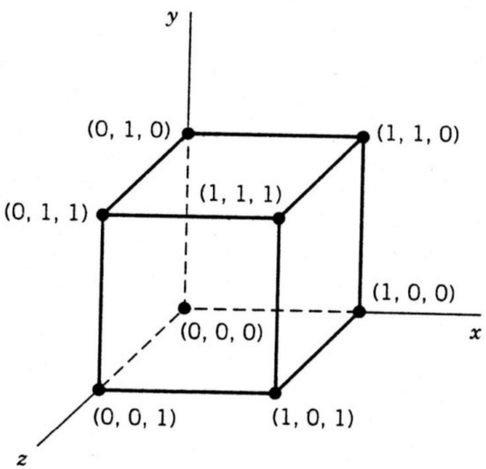
Geometria x topologia



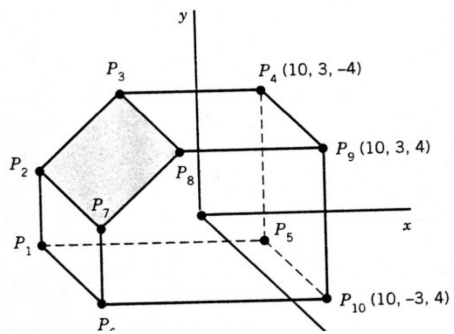






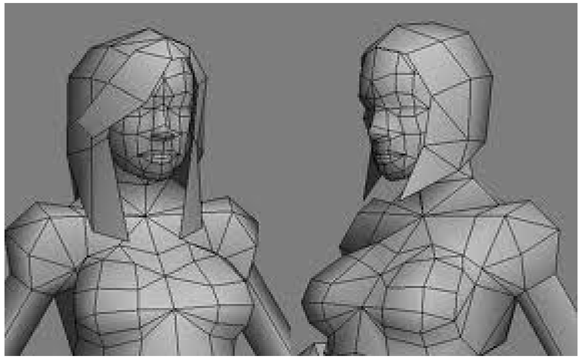


$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



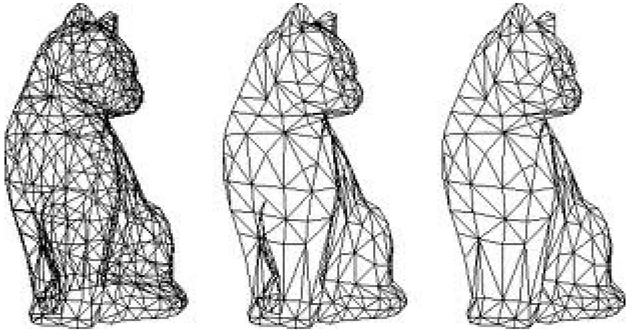
$$[P] = \begin{bmatrix} -10 & -3 & -4 \\ -10 & 1 & -4 \\ -8.5 & 3 & -4 \\ 10 & 3 & -4 \\ 10 & -3 & -4 \\ -10 & -3 & 4 \\ -10 & 1 & 4 \\ -8.5 & 3 & 4 \\ 10 & 3 & 4 \\ 10 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

estrutura de dados do objeto.



Data structure

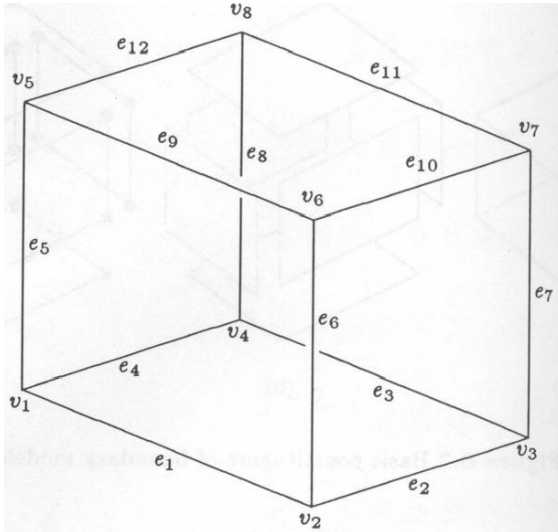
- **Polygon-based (Face list)**
- **Vertex-based**
- **Edge-based**



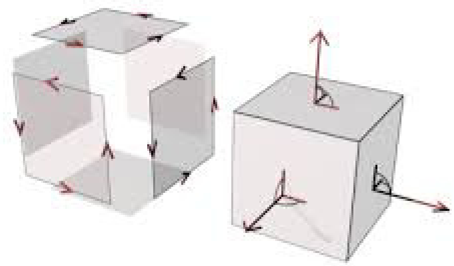
Estrutura de dados baseada Faces e Vértice

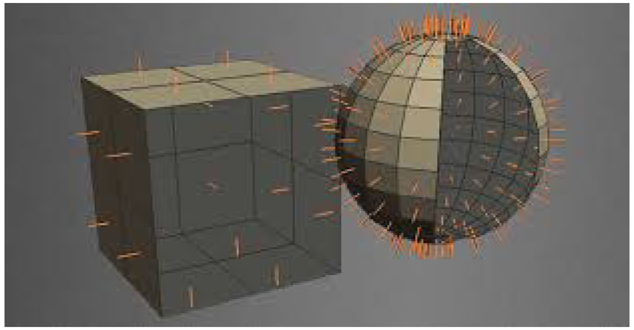
vertex	*coordinates*
v_1	$x_1\ y_1\ z_1$
v_2	$x_2\ y_2\ z_2$
v_3	$x_3\ y_3\ z_3$
v_4	$x_4\ y_4\ z_4$
v_5	$x_5\ y_5\ z_5$
v_6	$x_6\ y_6\ z_6$
v_7	$x_7\ y_7\ z_7$
v_8	$x_8\ y_8\ z_8$

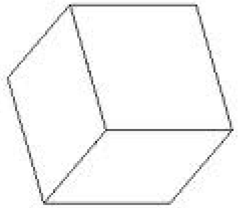
face	*vertices*
f_1	$v_1\ v_2\ v_3\ v_4$
f_2	$v_6\ v_2\ v_1\ v_5$
f_3	$v_7\ v_3\ v_2\ v_6$
f_4	$v_8\ v_4\ v_3\ v_7$
f_5	$v_5\ v_1\ v_4\ v_8$
f_6	$v_8\ v_7\ v_6\ v_5$

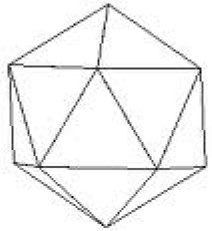


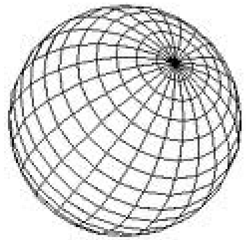
OBS. os vértices limites das faces devem ser descritos sempre no mesmo sentido horário (ou anti-horário) do exterior do objeto, para todas as faces.





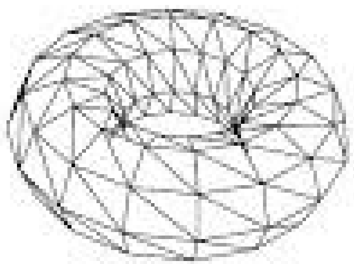


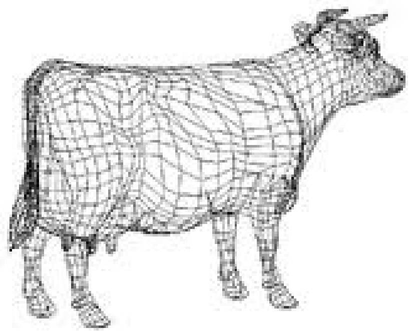




Estrutura de Dados Baseada em Arestas ou Lados

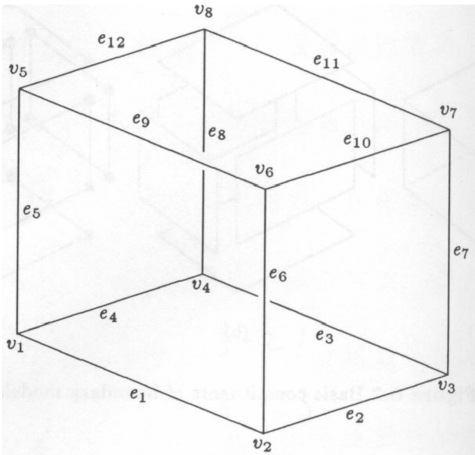
Na estrutura de dados baseada em arestas além das listas de coordenadas de vértices e definição das faces, tem-se uma lista que identifica cada aresta e seus vértices limitantes.





Baseada em lados (edges)

- Lados são considerados orientados.
- Cada lado pertence a duas faces.
- Faces são consideradas orientadas, positivas se sua lista de lados apontar para fora se for no sentido horário

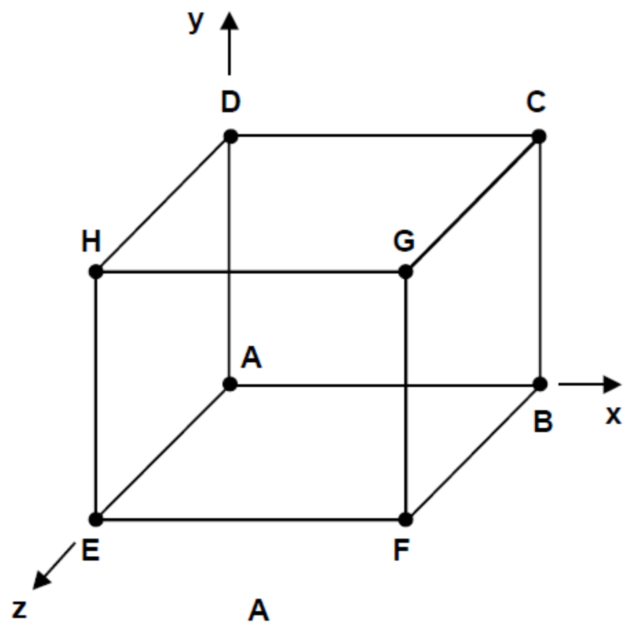


edge	*vertices*
e_1	$v_1\ v_2$
e_2	$v_2\ v_3$
e_3	$v_3\ v_4$
e_4	$v_4\ v_1$
e_5	$v_1\ v_5$
e_6	$v_2\ v_6$
e_7	$v_3\ v_7$
e_8	$v_4\ v_8$
e_9	$v_5\ v_6$
e_{10}	$v_6\ v_7$
e_{11}	$v_7\ v_8$
e_{12}	$v_8\ v_5$

vertex	*coordinates*
v_1	$x_1\ y_1\ z_1$
v_2	$x_2\ y_2\ z_2$
v_3	$x_3\ y_3\ z_3$
v_4	$x_4\ y_4\ z_4$
v_5	$x_5\ y_5\ z_5$
v_6	$x_6\ y_6\ z_6$
v_7	$x_7\ y_7\ z_7$
v_8	$x_8\ y_8\ z_8$

face	*edges*
f_1	$e_1\ e_2\ e_3\ e_4$
f_2	$e_9\ e_6\ e_1\ e_5$
f_3	$e_{10}\ e_7\ e_2\ e_6$
f_4	$e_{11}\ e_8\ e_3\ e_7$
f_5	$e_{12}\ e_5\ e_4\ e_8$
f_6	$e_{12}\ e_{11}\ e_{10}\ e_9$

Faces	Arestas
F1	A1 A2 A3 A4
F2	A9 A6 A1 A5
F3	A6 A10 A7 A2
F4	A7 A11 A8 A3
F5	A12 A5 A4 A8
F6	A9 A12 A11 A10

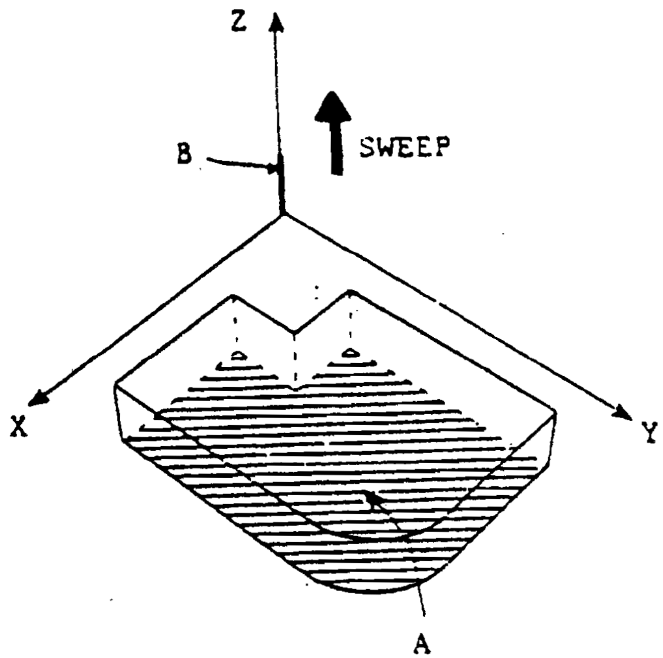


A

Aresta	Vértices
A1	EF
A2	FB
A3	BA
A4	AE
A5	EH
A6	FG
A7	BC
A8	AD
A9	HG
A10	GC
A11	CD
A12	DH

Vértices	Coordenadas
A	(0,0,0)
B	(1,0,0)
C	(1,1,0)
D	(0,1,0)
E	(0,0,1)
F	(1,0,1)
G	(1,1,1)
H	(0,1,1)

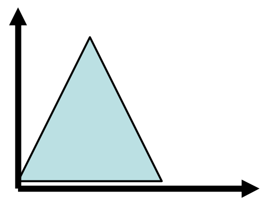
Sweep : superfícies 2D GERAM o OBJETO 3D



Translational sweeping.

Estrutura de dados baseada Faces e Vértice

Por exemplo



- Para um **triângulo**, ser um **objeto**, você teria 2 estruturas neste caso:

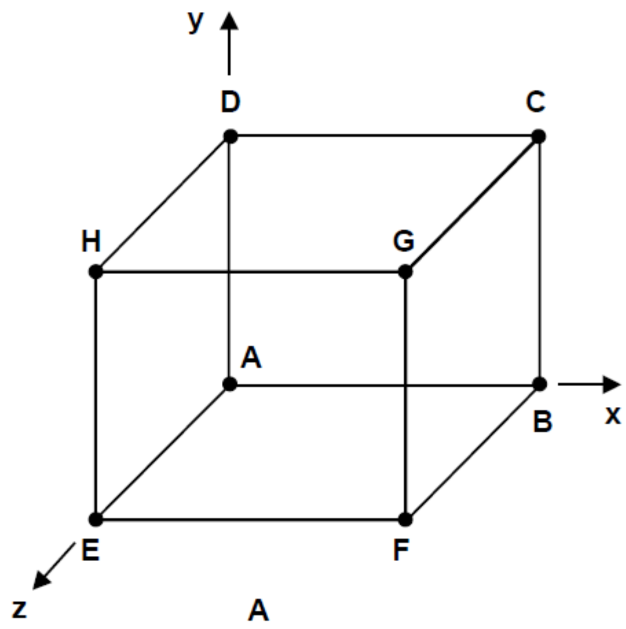
Ft1	Vt1	Vt2	Vt3
Ft2	Vt1	Vt3	Vt2

- Uma lista de **faces:** onde cada face tem definido seus **vértices**.

- E uma de **vértices** com as coordenadas horizontal e vertical de cada um dos vértices.

Vt1	Vt2	Vt3
5	10	0
10	0	0
1	1	1

Lembrando:
Estrutura de dados baseada em Faces, Arestas e Vértice



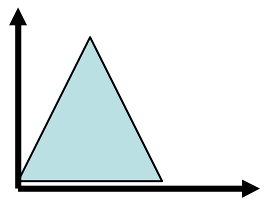
A

Aresta	Vértices
A1	EF
A2	FB
A3	BA
A4	AE
A5	EH
A6	FG
A7	BC
A8	AD
A9	HG
A10	GC
A11	CD
A12	DH

Faces	Arestas
F1	A1 A2 A3 A4
F2	A9 A6 A1 A5
F3	A6 A10 A7 A2
F4	A7 A11 A8 A3
F5	A12 A5 A4 A8
F6	A9 A12 A11 A10

Vértices	Coordenadas
A	(0,0,0)
B	(1,0,0)
C	(1,1,0)
D	(0,1,0)
E	(0,0,1)
F	(1,0,1)
G	(1,1,1)
H	(0,1,1)

Por exemplo



- Para um triângulo você teria 3 estruturas neste ultimo caso:
- Uma lista de **faces:** onde cada face tem definido suas arestas.
- Uma lista de **arestas**: onde para cada aresta você teria os vértices Iniciais e Finais
- E uma de **vértices** com as coordenadas horizontal e vertical de cada um dos vértices
- Repare que se tem V=3, A=3 e F=2, C=1, H=G=0.
- Logo sua estrutura está a principio adequada para ser de um sólido realizável .

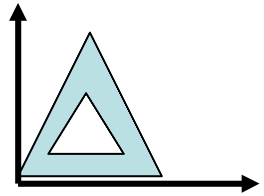
Ft1	At1	At2	At3
Ft2	At1	At3	At2

At1	Vt1	Vt2
At2	Vt2	Vt3
At3	Vt3	Vt1

Vt1	Vt2	Vt3
5	10	0
10	0	0
1	1	1

Estrutura de dados baseada Faces, Arestas e Vértice

Por exemplo



- Para um triângulo vazado você teria 3 estruturas neste ultimo caso:
- Uma lista de **faces:** onde cada face tem definido suas arestas.
- Uma lista de **arestas**: onde para cada aresta você teria os vértices Iniciais e Finais
- E uma de **vértices** com as coordenadas horizontal e vertical de cada um dos vértices
- Repare que se tem V=6, A=6 , C=1, G=1, H=2 e F=2.
- Logo sua estrutura está a principio adequada para ser de um sólido realizável.

Ft1	At1	At2	At3	At4	At6	At5
Ft2	At1	At3	At2	At4	At5	At6

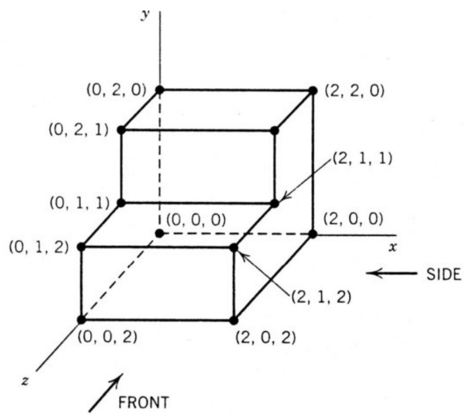
At1	Vt1	Vt2
At2	Vt2	Vt3
At3	Vt3	Vt1
At4	Vt5	Vt4
At5	Vt4	Vt6
At6	Vt6	Vt5

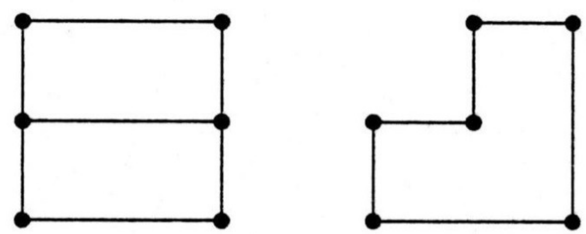
Vt1	Vt2	Vt3	Vt4	Vt5	Vt6
5	10	0	0,1	9,9	5
10	0	0	0,1	0,1	9,9
1	1	1	1	1	1

Para um segmento de reta

- Se for um objeto deve na realidade ser um quadrilátero muito fino. Então você teria 3 estruturas neste último caso:
- Uma lista de **faces com 2 faces:** onde cada face tem definido suas arestas.
- Uma lista de 4 **arestas**: onde para cada aresta você teria os vértices Iniciais e Finais
- E uma liata de 4 **vértices** com as coordenadas horizontal e vertical de cada um dos vértices
- Repare que se tem V=4 A=4 e F=2.

Geometria x topologia





Trabalho 1

(planejamento da implentação)

Vocês devem geral um objeto 2D (que depois ficará 3D)

Ele tem que ter pelo menos 20 faces e todas elas serem triangulares.

A ideia é :

1-você trabalhar em grupo (de até 3 pessoas) ;

2-mostrar a professora 3 figuras 2D (na próxima aula 24/09) onde se escolhera uma para ser implementada nos próximos trabalhos para cada grupo.

3-Depois vc e os colegas que pertençam ao seu grupo vão apresentar o projeto da estrutura de dados e da geometria (nota 1, na aula de 06/10).

4-Essa será implementada em grupo (em qq linguagem) no decorrer dos trabalhos do curso (no qual teremos notas e avaliação continuadas).

Referencias

- E. Azevedo, A. Conci, Computação Gráfica: teoria e prática, Campus/Elsevier ; Rio de Janeiro, 2003.

Ele esta na biblioteca digital da UFF – **Todos estão conseguindo baixar?**

- D. F. Rogers, J. A. Adams. Mathematical Elements for Computer Graphics, 2dn Ed. , Mc Graw Hill, 1990

- J.D.Foley,A.van Dam,S.K.Feiner,J.F.Hughes. Computer Graphics- Principles and Practice, Addison-Wesley, Reading, 1990.