

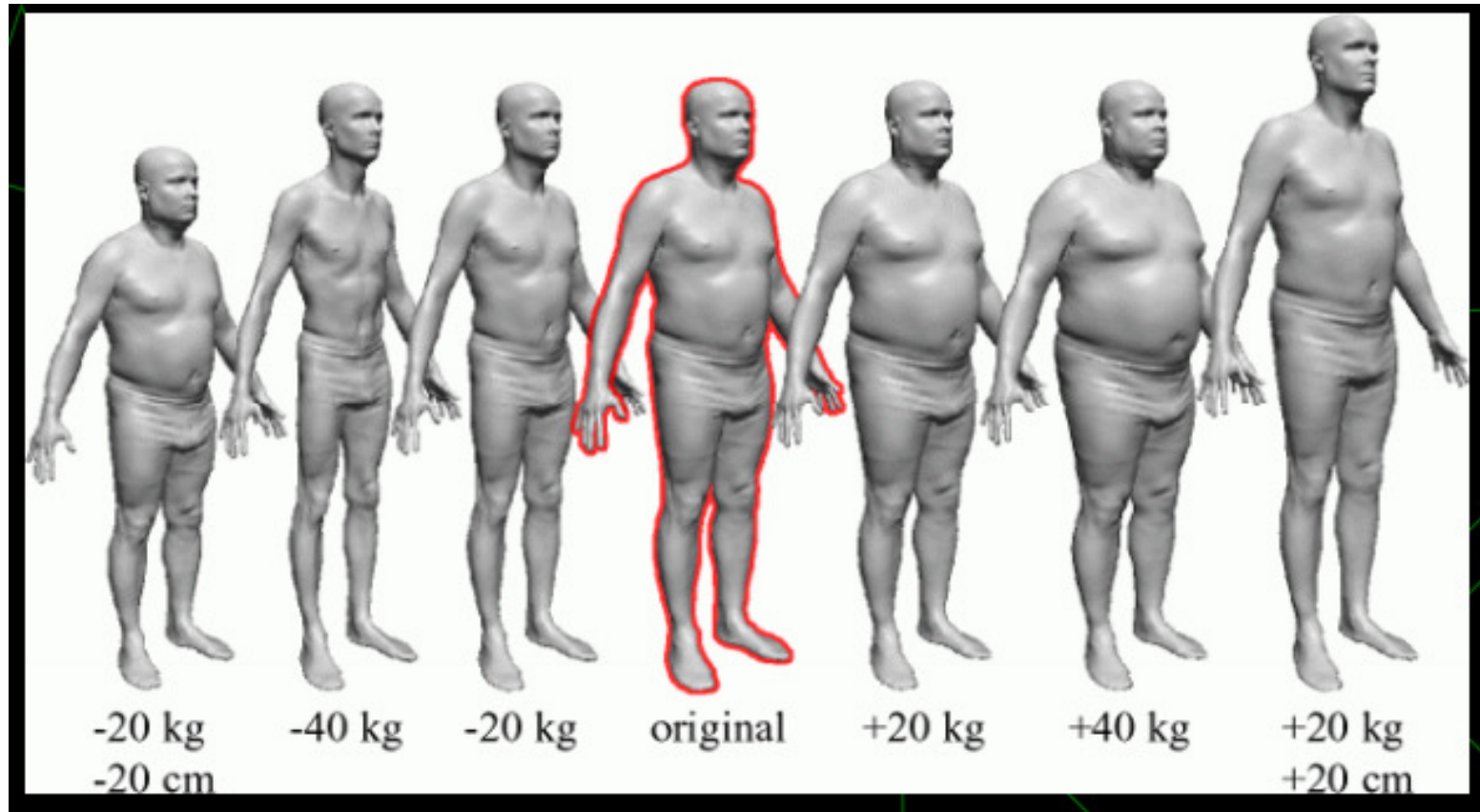


Obtenção de características de imagens.

Análise de Imagens - 2018

Aura Conci

O que caracteriza uma coisa?



Tipos de características

Padrão na maioria das aplicações:>

Características Estatísticas:

Valor central: mediana, moda e média, (momentos de ordem zero)

Distancia do valo

Amplitude/Range *variância* = $\frac{\sum_{i=1}^N (m - x_i)^2}{N - 1}$ s e mínimos, ordem dois em torno da média), **Desvio padrao**, momentos de ordem superior em torno (ou não) do valor central (em torno da média, mediana, etc..)

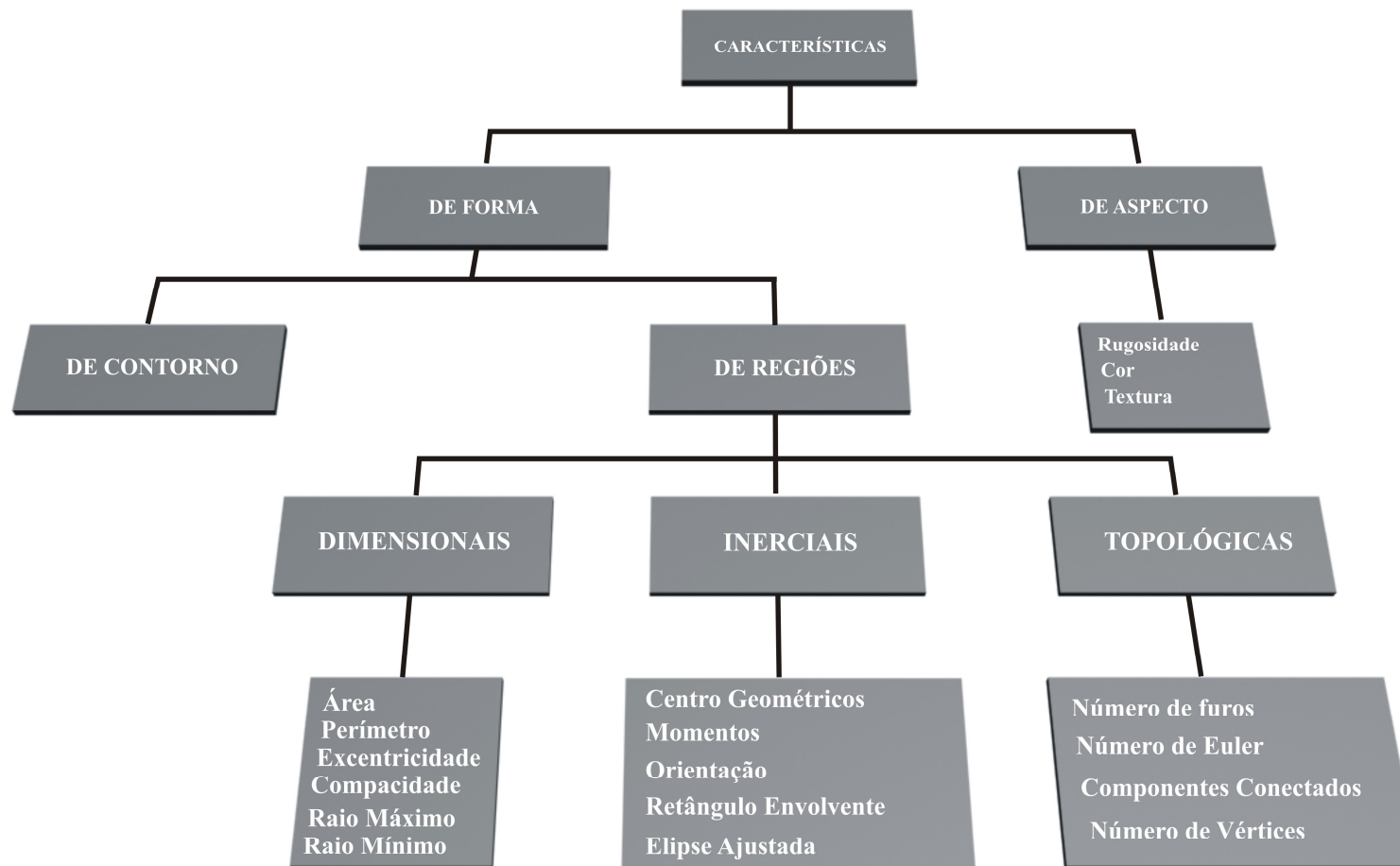
Mas pode-se ter muito mais que isso formando um vetor em \mathbb{R}^n
= $(x^1, x^2, \dots, x^i, \dots, x^n)$

As **classes dos padrões** que se deseja reconhecer são formadas a partir de **características** numéricas que serão **extraídas da imagem**.

Utilizam-se **descritores** para caracterizar o objeto/padrão.

Cada tipo de descritor será **mais adequado** a **determinado aspecto** como:

- **forma,**
- **dimensões,**
- **cor,**
- **textura,**
- **etc.**



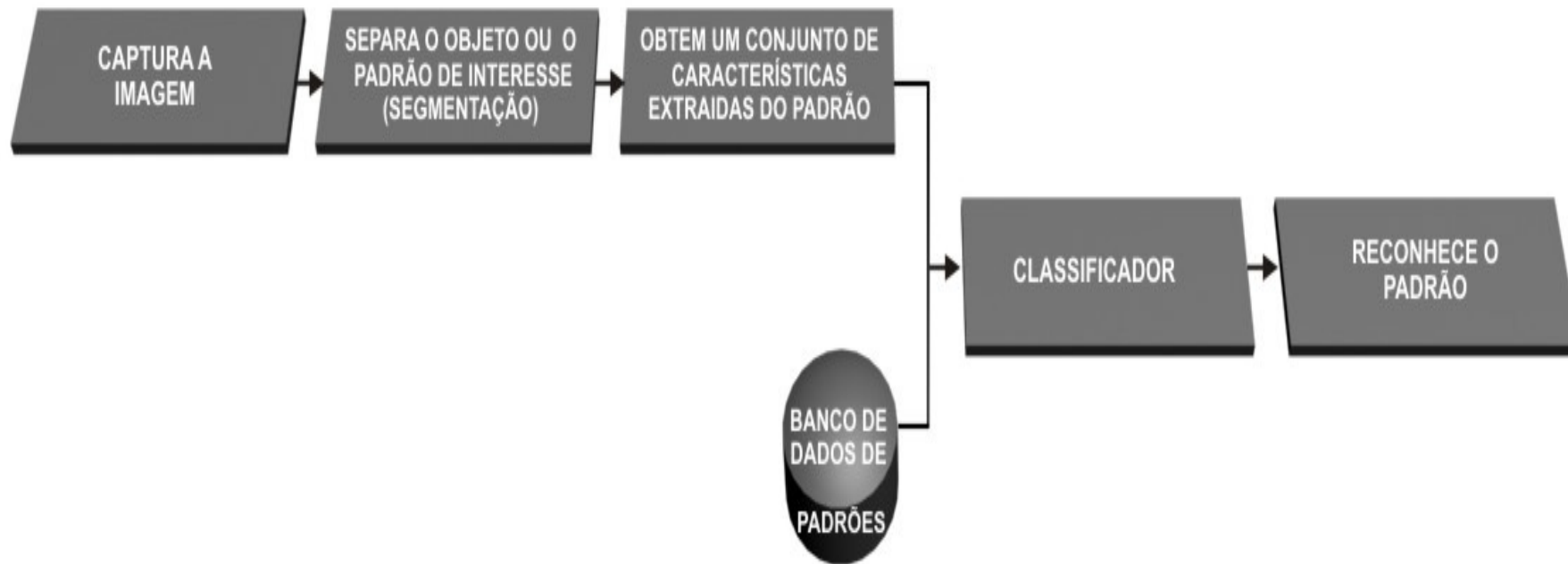
Tipos de características.



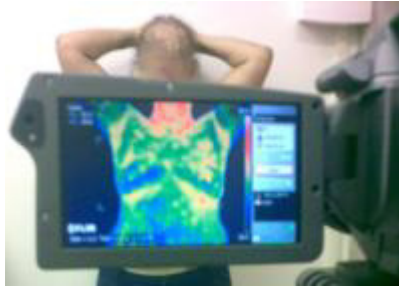
È importante usar características de tipos diversos e oriundas de conceitos diferentes para o padrão

Algo de forma, textura, cor ou algo que leve a 100% de acerto, como testes aleatórios usando gene genético, etc....

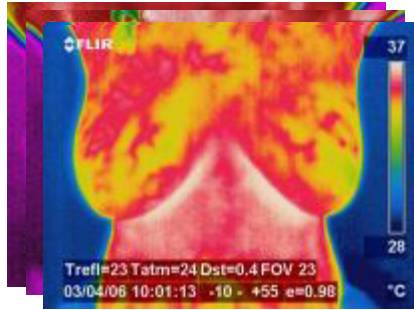
Mas pode-se ter muito mais que isso formando um vetor em $\mathbb{R}^n = (x^1, x^2, \dots, x^i, \dots, x^n)$ onde **n pode ser o menor possível**



Etapas de um sistema de reconhecimento de padrões em um caso genérico.

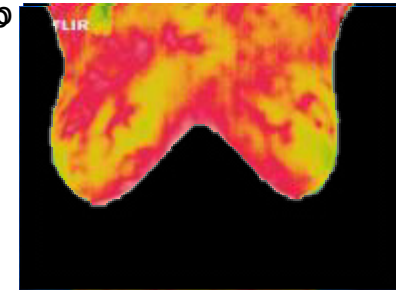


Aquisição dos termogramas



Base de dados

Pré-processamento e Extração região de interesse



Extrair temperaturas

Extrair características:

- + Estatísticas +
- + Histograma +
- + Dimensão Fractal +
- + Geoestatísticas +

Agrupar características

Treino e teste:

SVM

Leave-one-out e k-fold

Decisão:

Saudável x Suspeita de problema

Avaliação:

Sensibilidade, especificidade, acurácia, precisão, Curva ROC e Youden índice.

Selecionar melhores características:

Algoritmo Genético

Etapas de um sistema específico.

CARACTERÍSTICAS EXTRAÍDAS neste sistema específico

Grupo	Método	Nº de Características
Estatística	Média	1
	Desvio Padrão	1
	Amplitude Térmica	1
Histograma	Quantização de Altas Temperaturas	1
	Limiar de Altas Temperaturas	1
	Área Isotherma	1
Fractal	Dimensão Fractal de Higuchi	5
	Sucolaridade	4
Geoestatística	Coeficiente de Geary	10
	Índice de Moran	10
	Função K de Ripley	5
Total:		40

Como verificar a melhor SELEÇÃO DE CARACTERÍSTICAS?
Usando avaliadores adequados

Por exemplo no sistema específico foram usadas:

A área sob a curva ROC

- Com o objetivo de :
 - Avaliar melhor combinação de características do indivíduo
- E foi feito uma validação *leave-one-out*, com amostras de 51 termogramas

E muito importante tambem fazer COMPARAÇÕES com outros trabalhos

	Amostra	Sens.	Espec.	Ac.	Youden Index
Koay <i>et al.</i> (2004)	19 (14/5)	60%	100%	89,5%	0,60
Tang <i>et al.</i> (2008)	117 (70/47)	93,6%	44,3%	-	0,38
Arora <i>et al.</i> (2008)	94 (34/60)	97%	44%	-	0,41
Wishart <i>et al.</i> (2010)	106 (41/65)	48%	70%	-	0,18
Umadevi <i>et al.</i> (2010)	50 (44/6)	66,7%	97,7%	-	0,64
Acharya <i>et al.</i> (2012)	50 (25/25)	85,7%	90,5%	88,1%	0,76
Resultado Obtido (Borchartt, 2013)	51 (14/37)	91,9%	78,6%	88,2%	0,71
Resultado Otimizado (Sheeny <i>et al.</i> 2014)	51 (14/37)	91,9%	92,8%	92,1%	0,84

Descritores de forma

Características Dimensionais

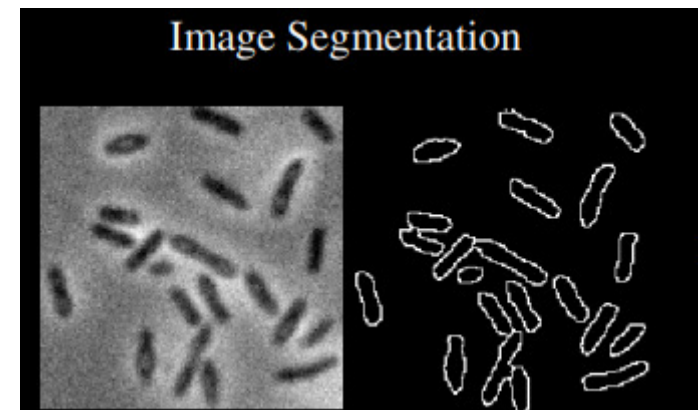
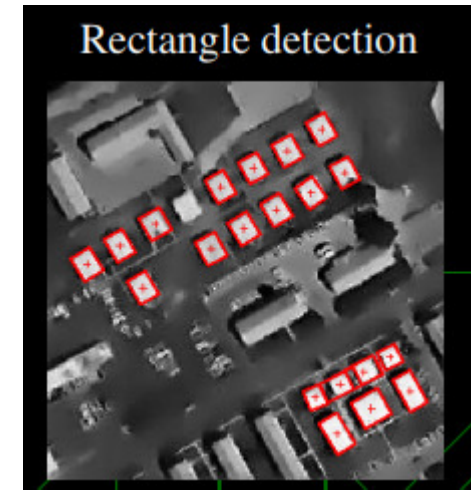
Características Inerciais

Características de Contorno

Características Topológicas

Características de Aspecto

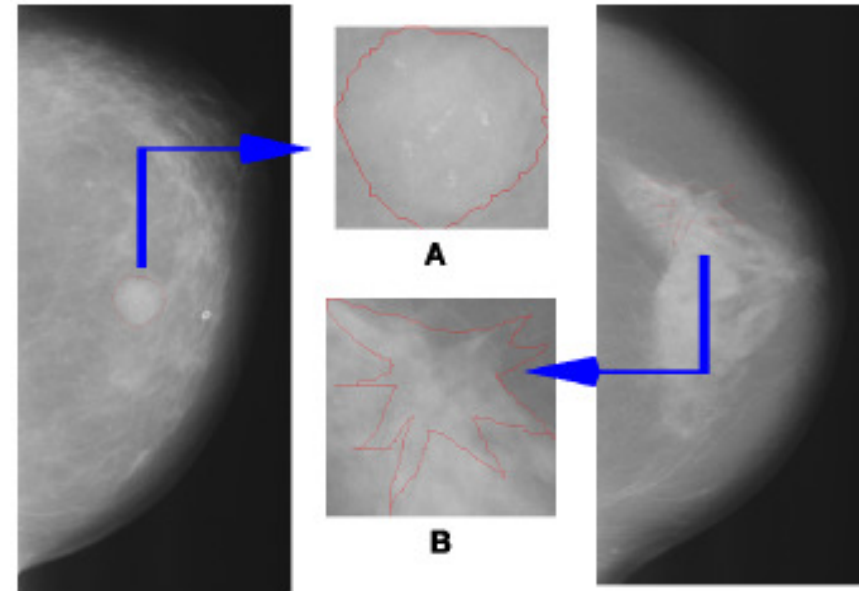
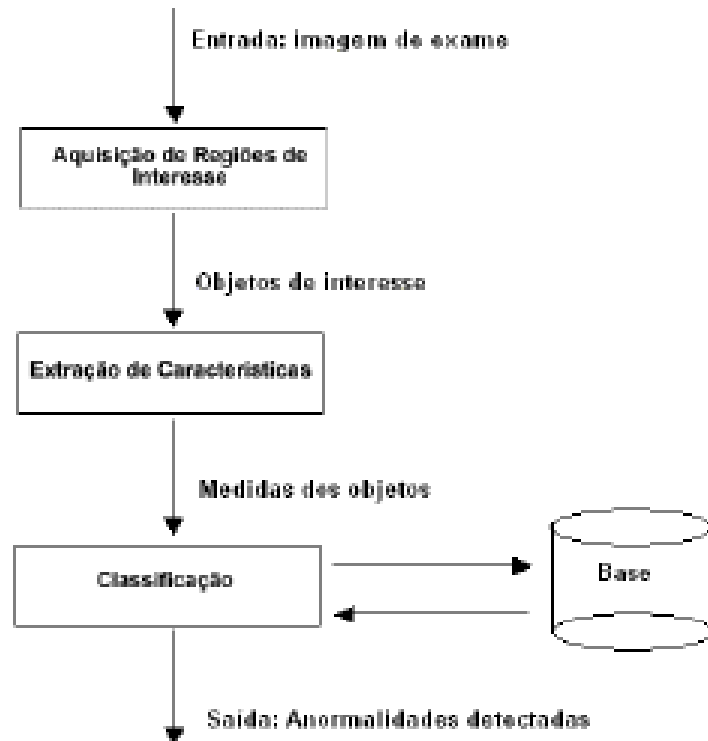
Outras características



Exemplo de aplicação de descritor de forma: detecção de tumores malignos ou benignos

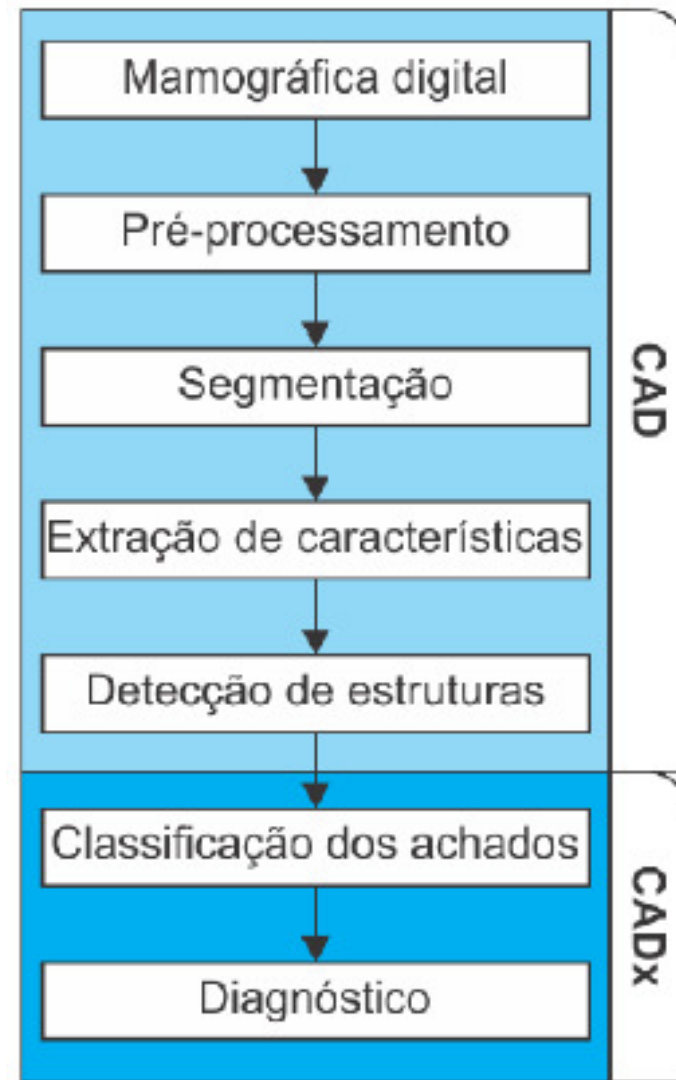
Métodos Computacionais de
Auxílio à Detecção e Diagnóstico

(CAD/CADx - Computer-Aided Detection and Diagnosis)

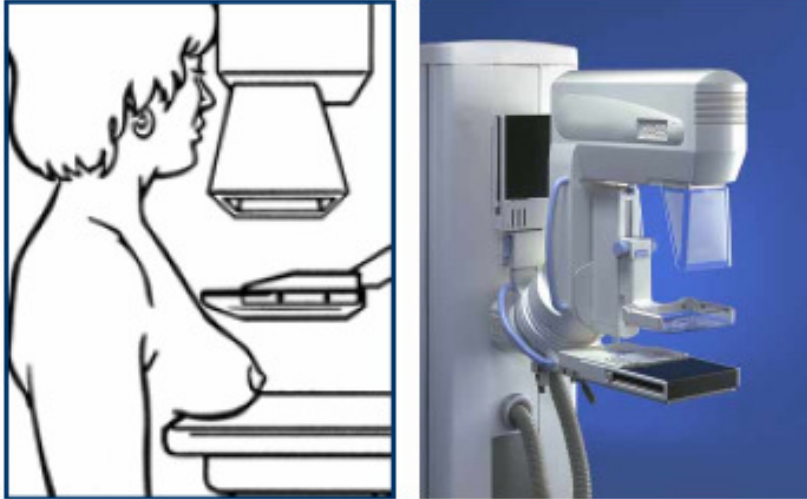


CAD e CADx

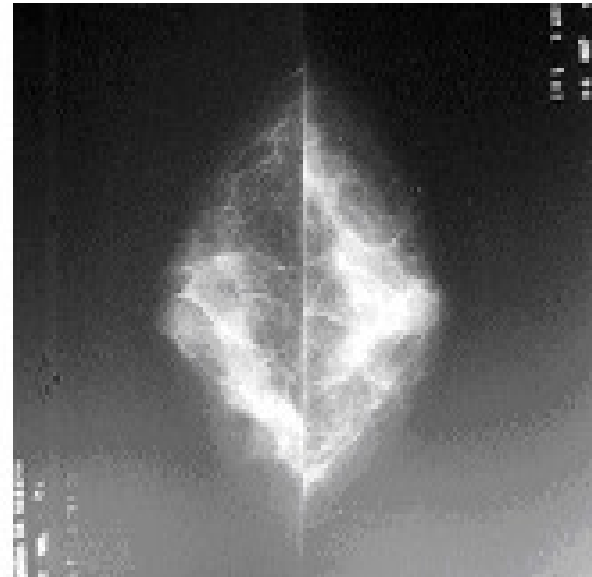
(CAD/CADx: *Computer-Aided
Detection / Diagnosis*)



Exemplo de aplicação de descritor de forma: detecção de tumores malignos ou benignos



- Mamogramas:
- incidência médio-lateral e craniocaudal
- (ambas da mesma pessoa).



Exemplo de uma mamografia com seus principais elementos.



Figura 1: Anormalidades do tecido mamário. (a) Massa; (b) Microcalcificações; (c) Distorção de arquitetura.

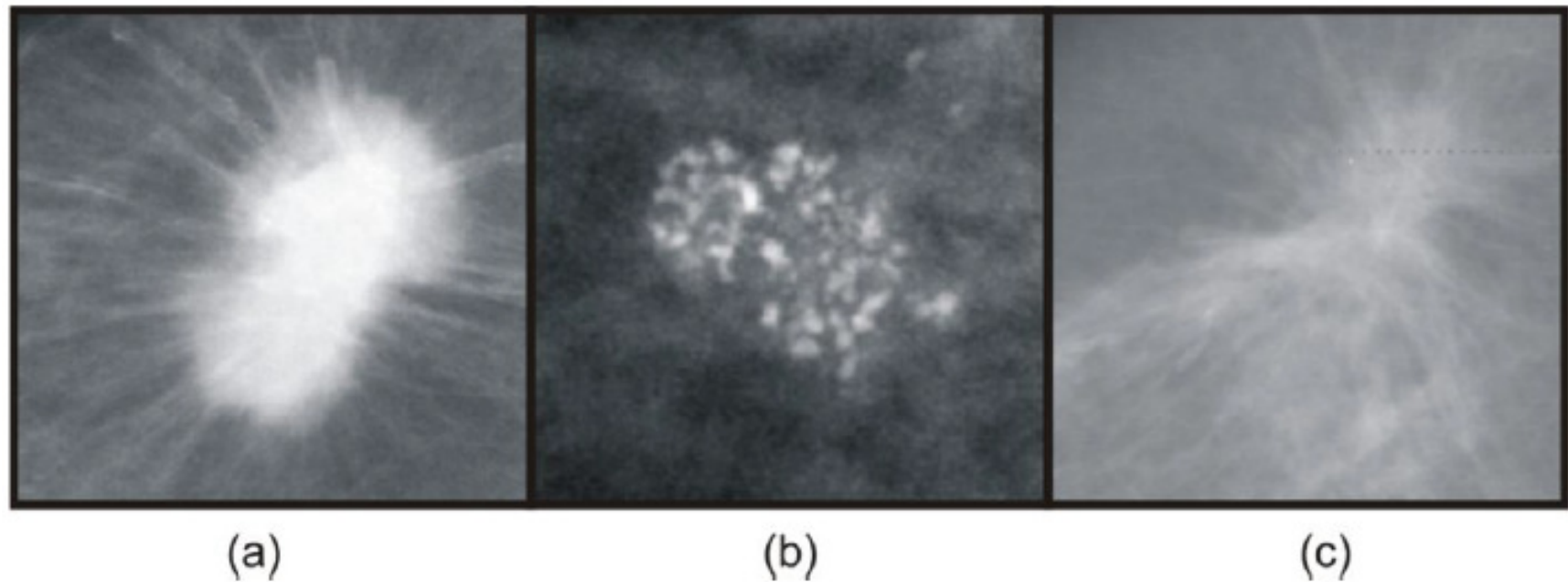


Figura 2: Classificação das massas de acordo com o aspecto de suas bordas.

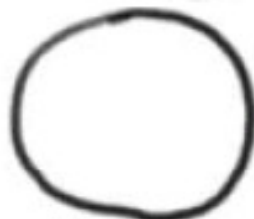


Formas regulares - > benignas
irregulares - > malignas

Figura 3: Classificação das massas de acordo com sua forma.



Oval



Circular



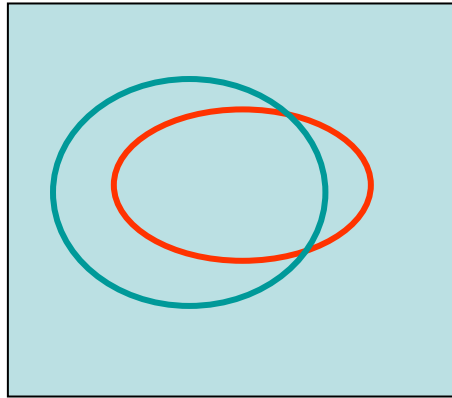
Lobulada



Irregular

Em coisas ligadas a forma muitas vezes é preciso detectar os contornos ou as areas limites e depois avalia-las.

Para isso os conceitos de TP=VP, TN=VN, FP e FN são importantes



**Há ainda diferença simetrica $A/B + B/A$,
media da distancia entre os conjuntos**

e

Distancia de Hausdorf

VALIDAÇÃO DE RESULTADOS

- Sensibilidade

$$S = \frac{VP}{VP + FN} \quad (6)$$

- Especificidade

$$E = \frac{VN}{VN + FP} \quad (7)$$

- Acurácia

$$A = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN} \quad (8)$$

OBS: VP = Verdadeiro Positivo, FN = Falso Negativo, VN = Verdadeiro Negativo, FP = Falso Positivo.

$$PDP = TP / (TP + FP)$$

$$PDN = TN / (TN + FN)$$

Ou ainda eles combinados como Eficiência (*EFI*) e Youden index (*Y-index*):

$$EFI = \frac{1}{2}(SEN+ESP)$$

$$Y\text{-index} = (SEN+ESP-1)$$

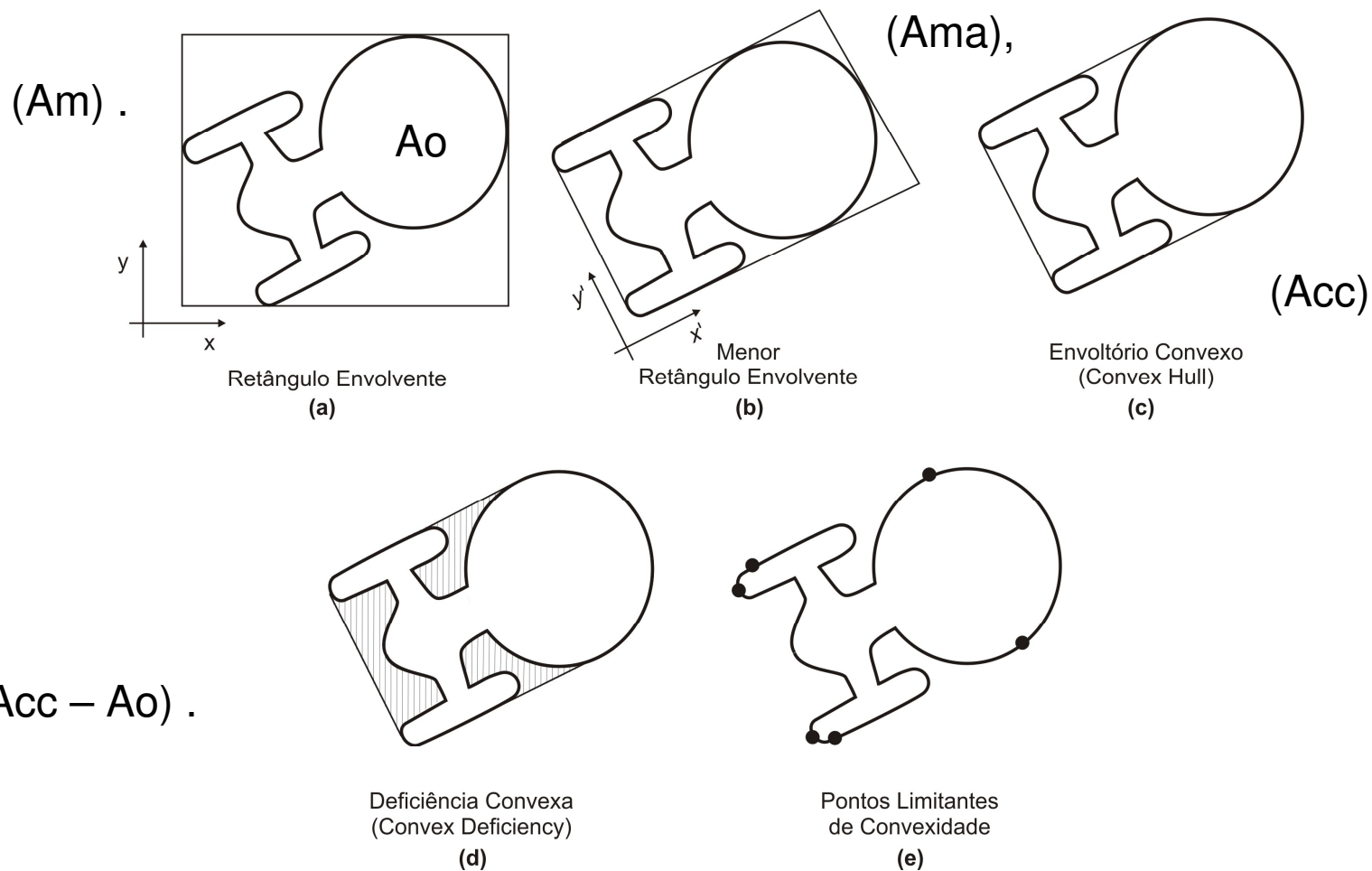
A forma pode conter informações importantes.

- A literatura de processamento de imagens apresenta vários descritores ou medidas de avaliar as formas.
- Entre eles, destacam-se:
- compacidade, excentricidade, circularidade, descritores Fourier, desproporção circular, densidade circular, descritores de Feret, descritores baseados em momentos e curvatura.
- Para o cálculo de tais medidas não são levados em conta os níveis de cinza presentes nos objetos mas os seus limites ou áreas (o objeto é binarizado).
- O objeto passa a ser substituído pelas suas propriedades como área e perímetro que são utilizados para caracteriza-los.

Área e Retângulos envolventes

Exemplos de medidas relacionadas a área além da área do objeto (A_o) em si:

- área do menor retângulo que envolve o objeto (A_m),
- área no menor retângulo que envolve o objeto na mesma direção do sistema de eixos da imagem (A_{ma}),
- área da menor corpo convexo que envolva o objeto (A_{cc}), e,
- a deficiência convexa : $(A_{cc} - A_o)$.



Menor retângulo envolvente (BB), menor retângulo que envolve o objeto na mesma direção do sistema de eixos da imagem (AABB), menor corpo convexo envolvente, e a deficiência convexa.

Perímetro, Alongamento e Retangularidade

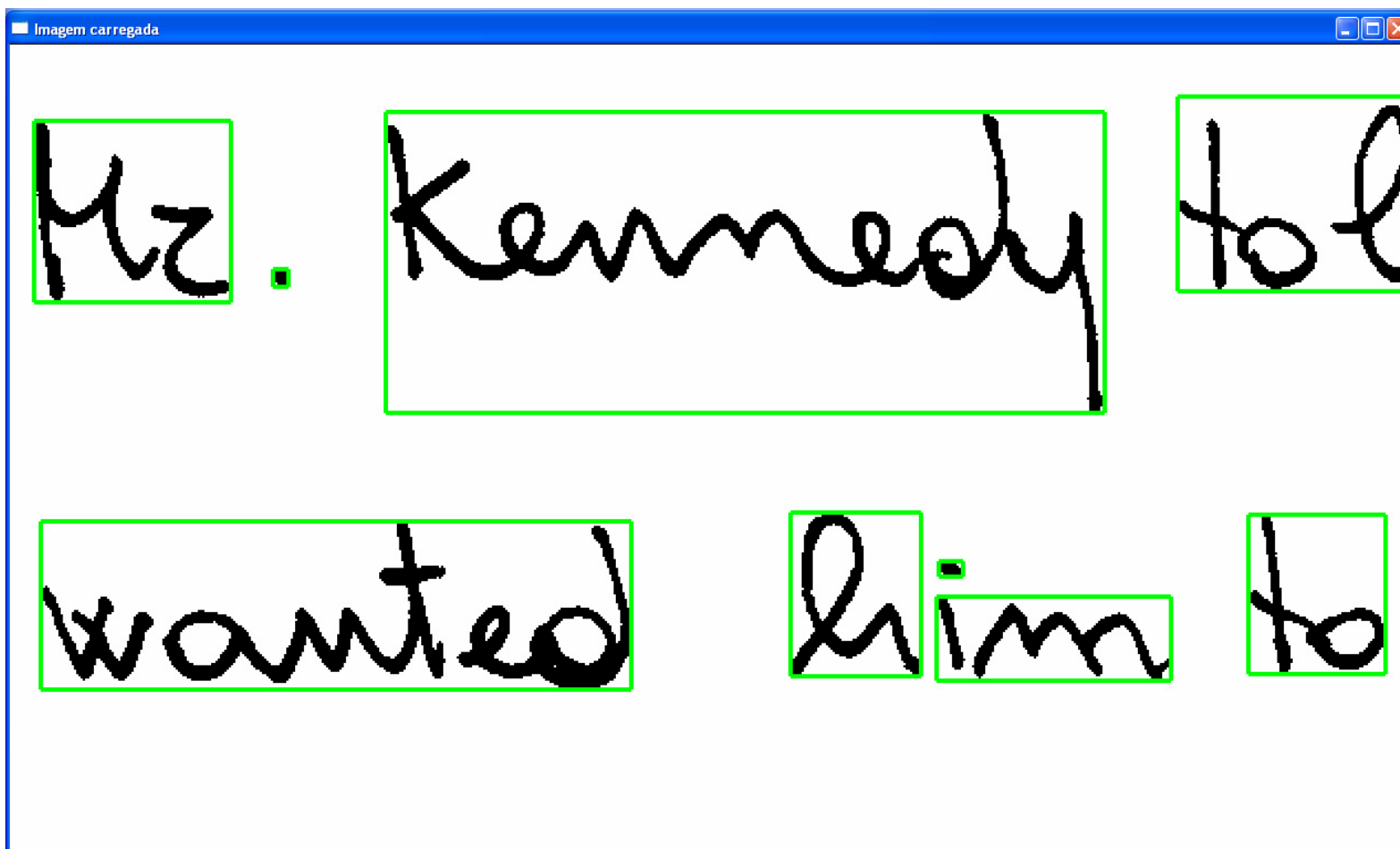
Perímetro - número de *pixels* conexos que constituem o contorno da região.

Alongamento - relação de lados do menor retângulo que envolve o objeto.

Retangularidade - relação entre a área do objeto e área do menor retângulo que o envolve.

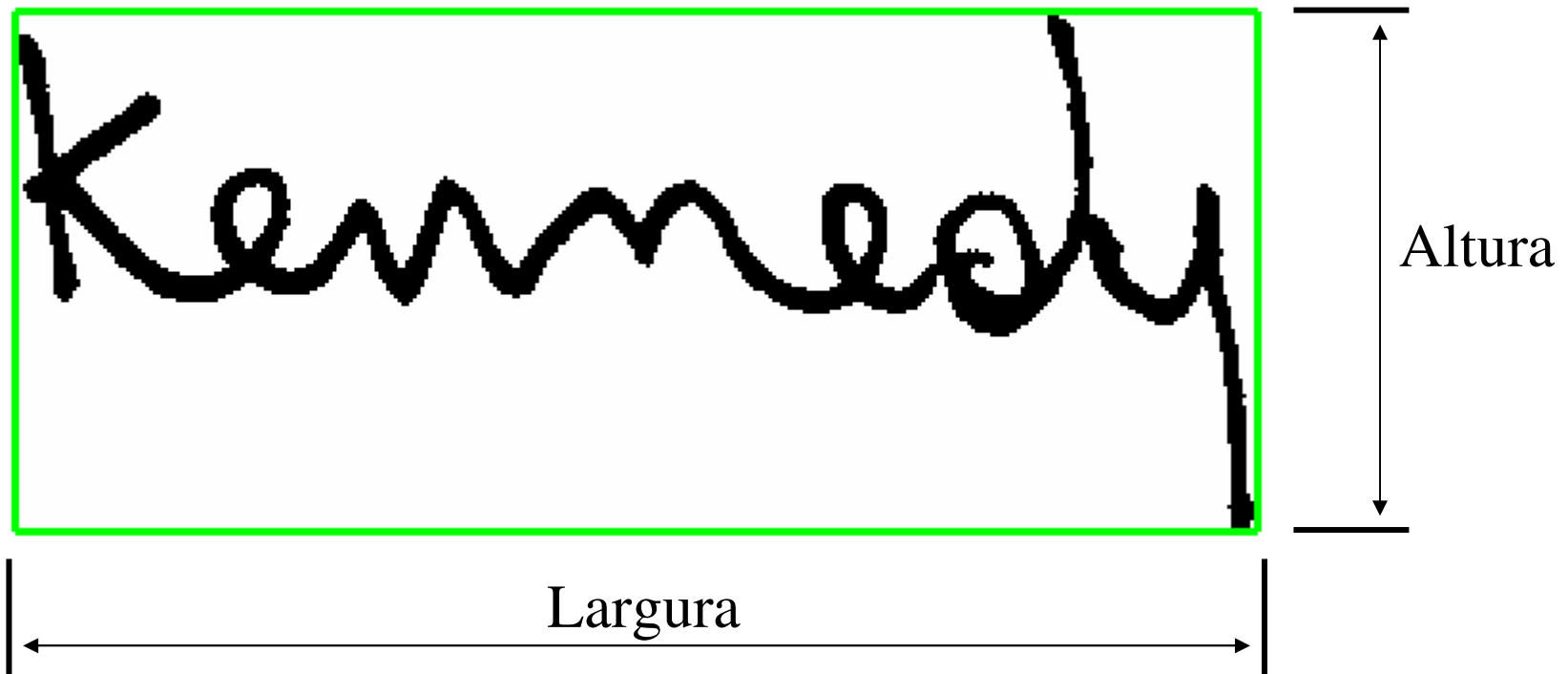


**Cada componente conectado
extraído na fase de segmentação é
limitado por um *bounding rectangle***

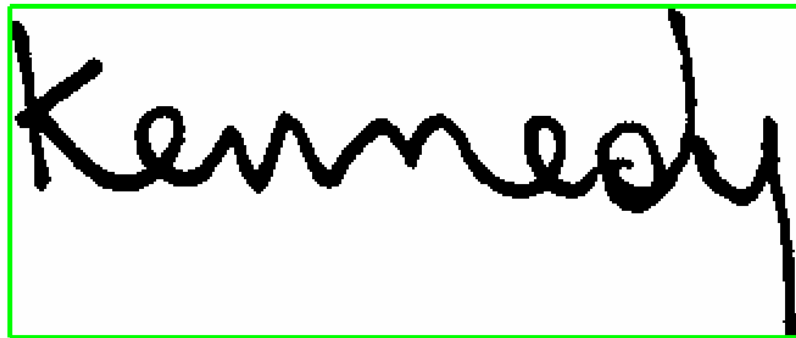


Textos Impressos x Manuscrito

Largura, altura e área



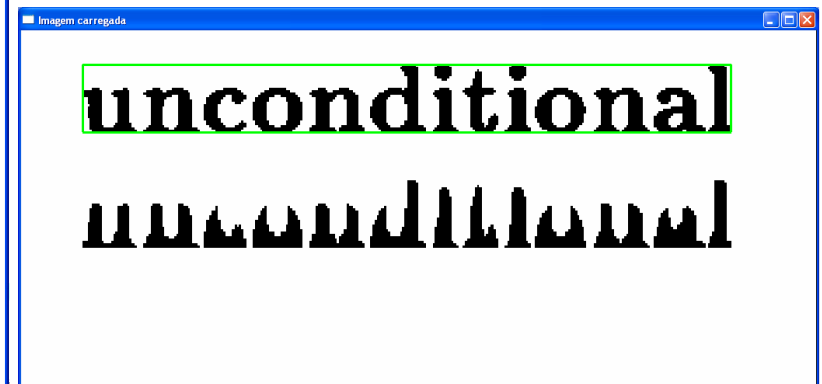
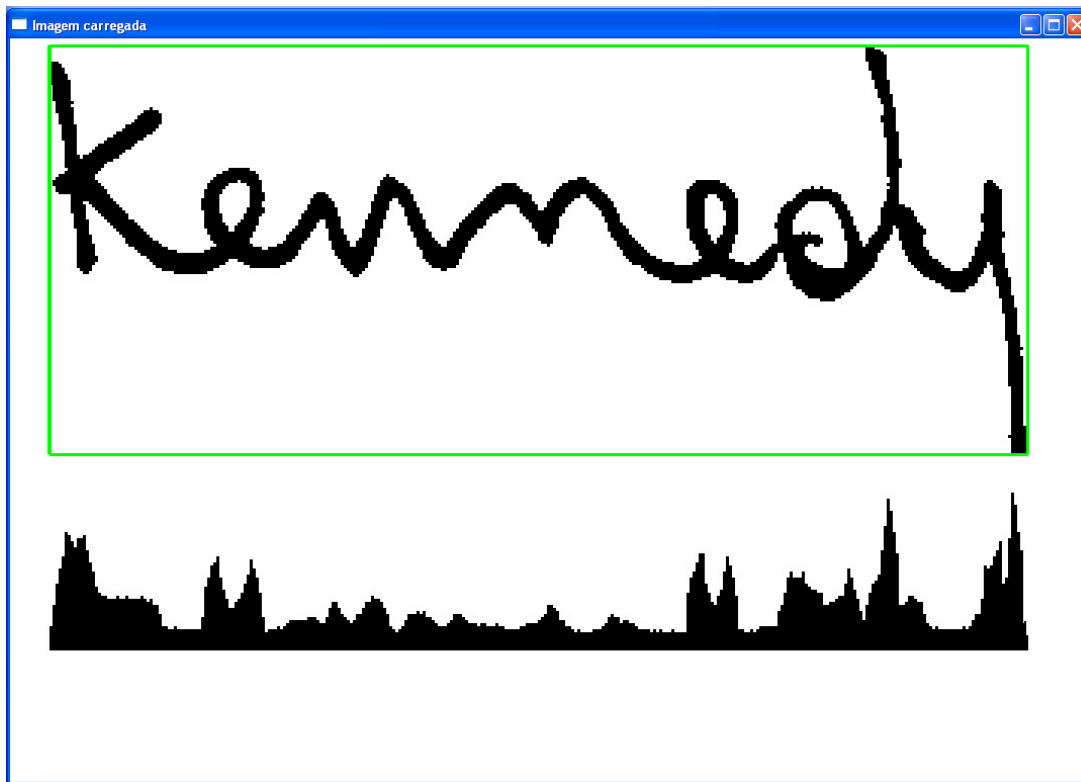
Densidade de pixels



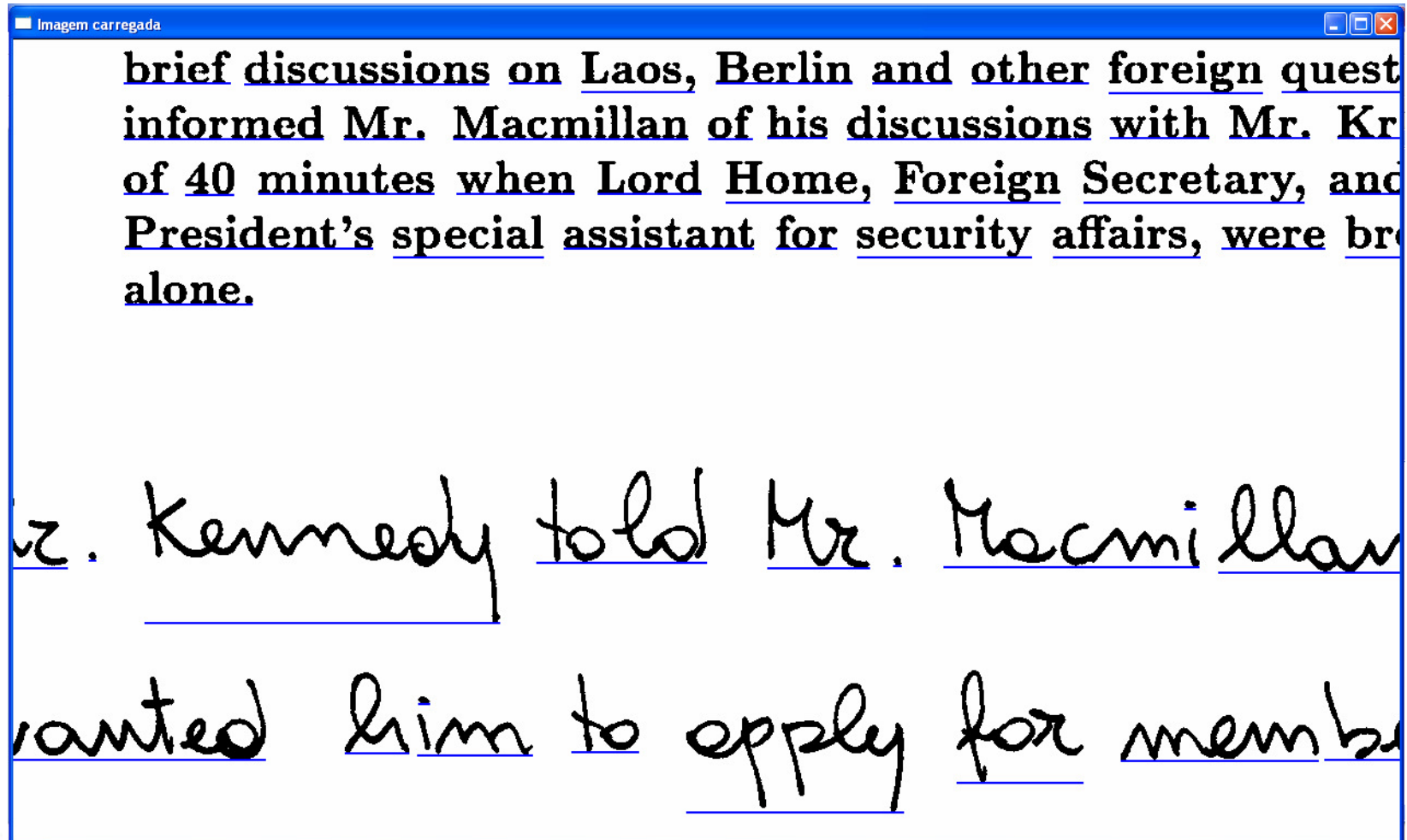
unconditional

$$\text{Densidade de pixels} = \frac{\text{Quantidade de pixels do componente conectado}}{\text{Área do bounding rectangle}}$$

Variância da projeção vertical dos pixels



Linha base do componente conectado



Exemplo de aplicação dependendo do banco de
padroes que se tenha: PELA RELAÇÃO DE LADO
DOS aabb PODE-SE DIFERENCIAR Carros de
pedestres

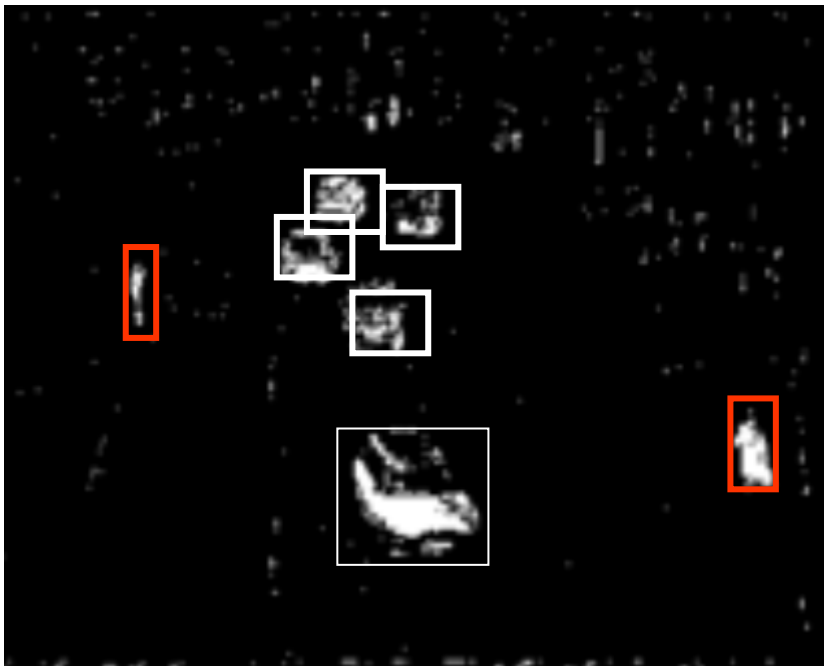


Imagem resultade da subtração entre quadros de um video

Excentricidade, diâmetro, raio máximo e mínimo do objeto

Diâmetro de um objeto - maior distância entre 2 pontos deste objeto.

Excentricidade - relação entre dois pontos extremos do objeto que passem pelo **eixo maior** e **eixo ortogonal**.

Raio máximo e mínimo do objeto - distâncias máxima e mínima, respectivamente, da borda ao centro geométrico.

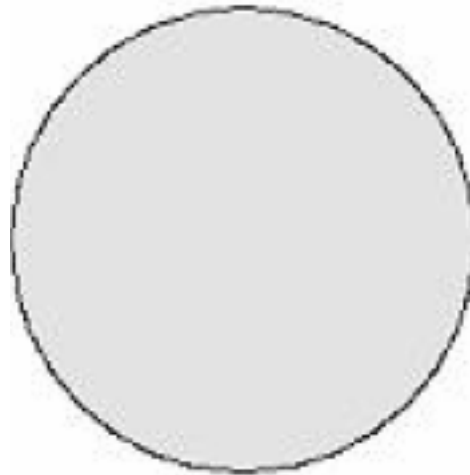


Raios máximo e mínimo de uma imagem representada pelo seu pontos brancos.

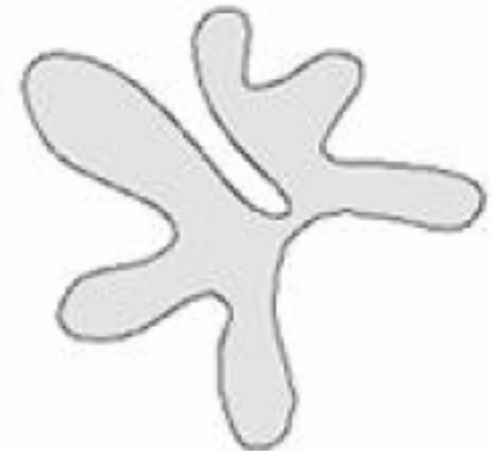
Coeficiente de compacidade e fator de forma

$$\gamma = \frac{P^2}{4\pi A}$$

(repare que para um círculo a compacidade é 1)



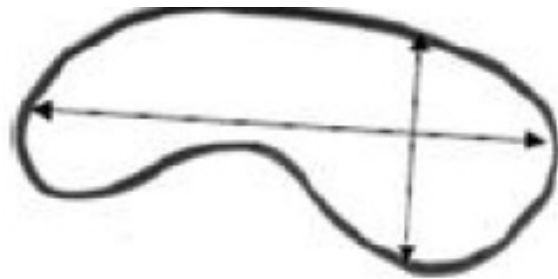
(A)



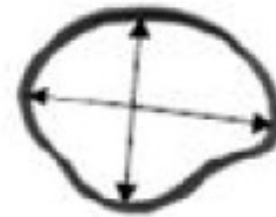
(B)

Comparação de objetos através da compacidade: (a) compacto; (b) não-compacto.

Comparação de objetos através da excentricidade



excentricidade alta



excentricidade baixa

- convexidade



(a)

(a) Objeto com picos e defeitos.



(b)

superfície convexa.

A circularidade é definida por:

$$C = \frac{4\pi A}{(p_{convexo})^2}$$

sendo A a área do objeto em estudo e $p_{convexo}$ é o perímetro convexo. .



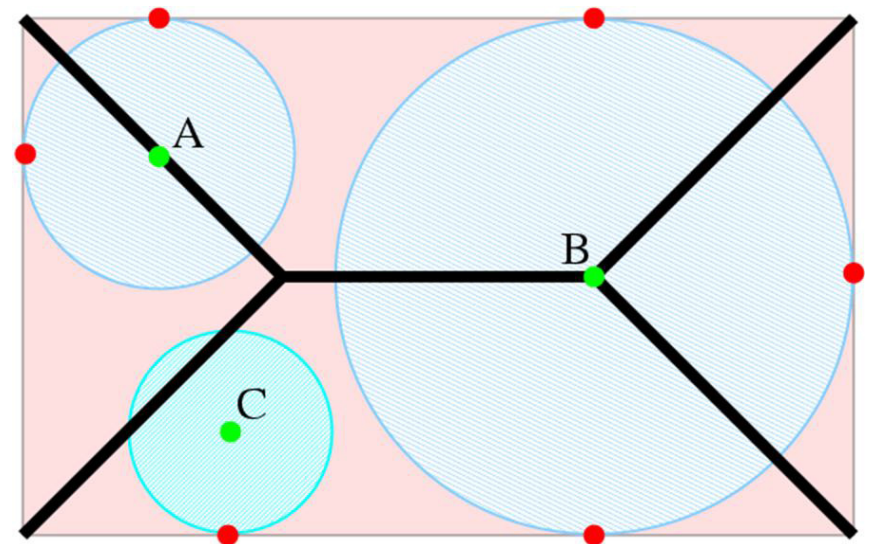
Circularidade = 0.584



Circularidade = 0.447

Esqueleto

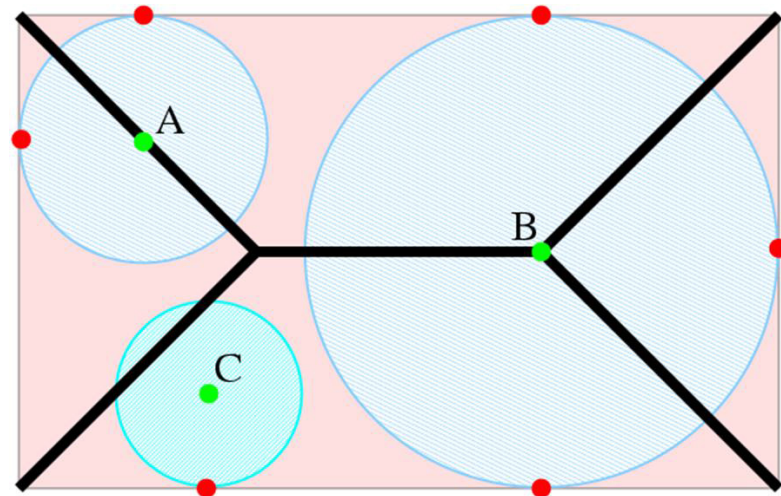
- A definição de esqueleto diz que, um ponto pertence ao esqueleto se, ele é o centro de um círculo máximo, que toca a borda do objeto em pelo menos dois pontos distintos.
- A Figura contém um exemplo do esqueleto (em preto) de um retângulo.



Esqueleto

A Figura contém um exemplo do esqueleto (em preto) de um retângulo.

Os pontos *A*, *B* e *C* (verdes) correspondem aos centros dos círculos que tocam as bordas da imagem. Porém, apenas *A* e *B* tocam as bordas da imagem pelo menos em dois pontos distintos, logo, pertencem ao esqueleto.



Esqueleto Cont.

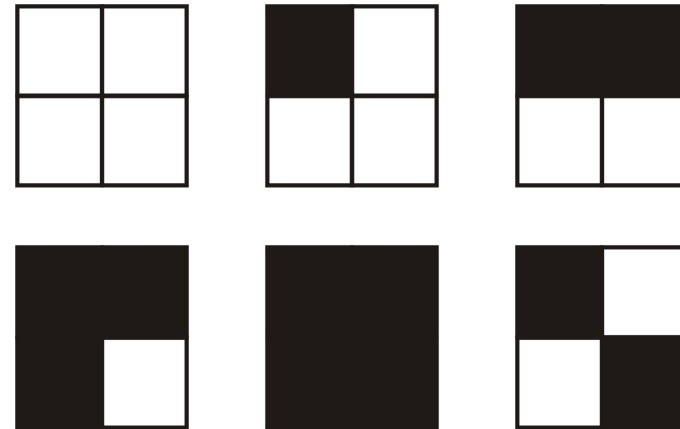
- Os esqueletos possuem várias aplicações em processamento de imagens, tais como:
 - agrupamento,
 - segmentação,
 - vetorização,
 - descrição de formas,
 - reconhecimento de caracteres.
- Podem ainda ser utilizados em conjunto com outras medidas de forma

Bit quads

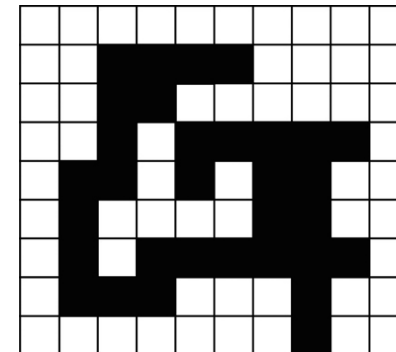
É possível extrair características usando conjuntos de 2x2 pixels que descrevem o conteúdo de um objeto binarizado

Os bit quads descrevem as 16 combinações possíveis de ocorrer P&B (ou 0 e 1) nestes pixels

Forma visual dos *Bitquads*: Q_0 , Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 e Q_D



Quantos *Bitquads*: Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 e Q_D tem a figura ao lado?



Bitquads

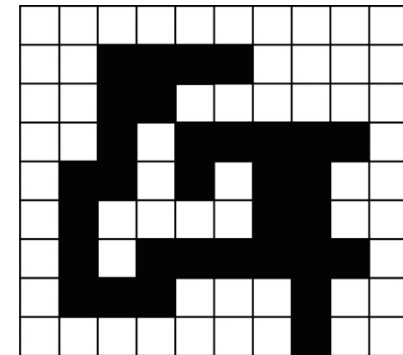
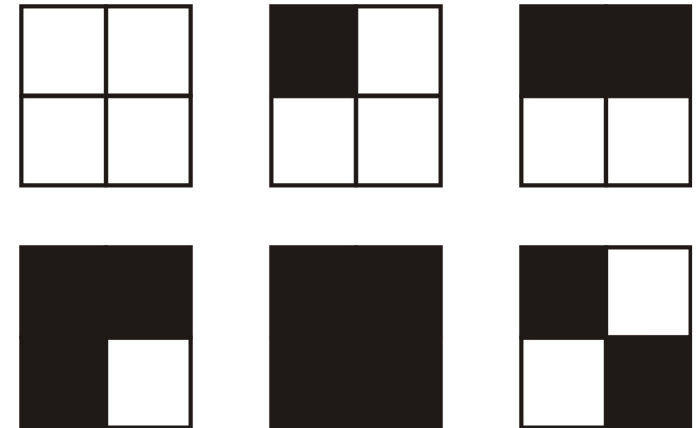
$$A = \frac{1}{4}nQ_1 + \frac{1}{2}nQ_2 + \frac{7}{8}nQ_3 + nQ_4 + \frac{3}{4}nQ_D \quad (\text{area})$$

$$P = nQ_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}[nQ_1 + nQ_3 + 2nQ_D] \quad (\text{perimetro})$$

$$\varepsilon = \frac{1}{4}[nQ_1 - nQ_3 + 2nQ_D] \quad (\text{número de Euler})$$

Forma visual dos *Bitquads*:

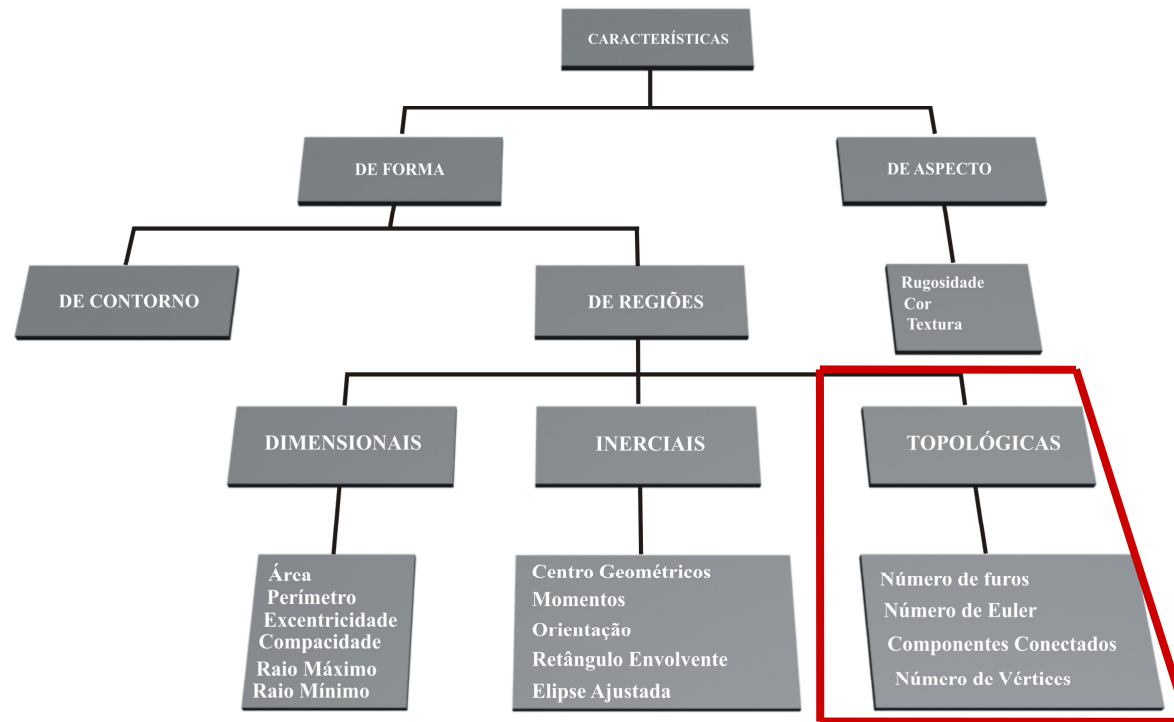
Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 e Q_D



Como então ficam a area, perimetro e o numero de euler desta figura?



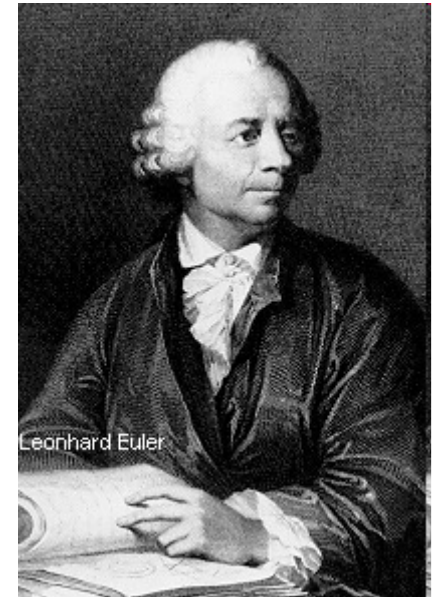
Características Topológicas



Tipos de características.

NÚMERO DE EULER (pronuncia-se "Óiler")

- Leonhard Euler inaugurou um ramo da matemática chamado **topologia**.
- **Nasceu na suíça em abril de 1707**, produziu suas maiores obras quando já estava velho e cego.
- Em um objeto tridimensional vamos chamar o número de faces de F , o número de arestas de A e o número de vértices de V .
- Euler provou que por mais que o objeto se transforme é sempre constante o que hoje chamamos de **número de Euler (E)**: definido assim: **$E = F - A + V$** .



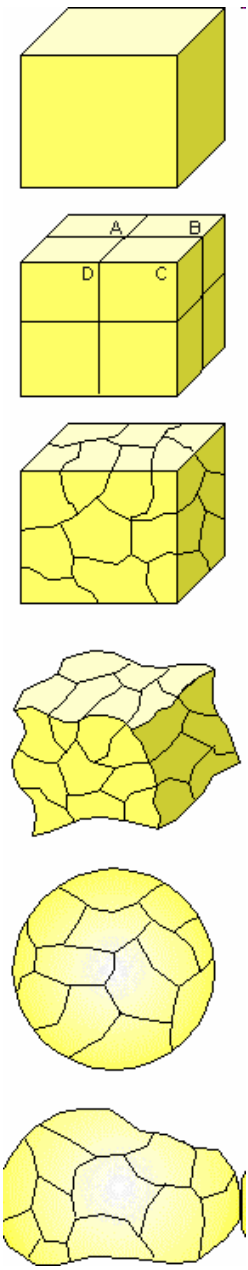
NÚMERO DE EULER $E = F - A + V$

- O cubo tem 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.
portanto, o número de Euler do cubo é:
 $E(\text{cubo}) = 6 - 12 + 8 = 2$.
- Mas agora imagine que o cubo é feito de massa de moldar.
- Com jeito, é possível transformá-lo em uma batata doida sem rasgar nem cortar nada, ou em uma esfera, uma pirâmide etc.
- Isso só é possível com objetos topologicamente iguais ou com mesmo numero de Euler.

O teorema de Euler diz que:
o número de Euler é **constante**
para todos os objetos

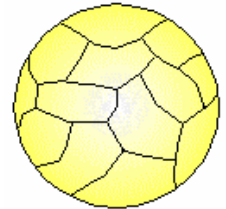
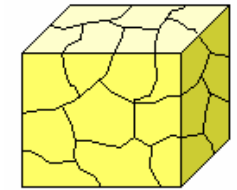
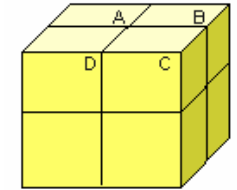
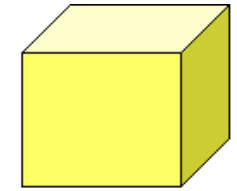
- Isso quer dizer o seguinte: suponha que você divida cada face do cubo em 4 partes, traçando 2 segmentos de reta perpendiculares entre si
- Agora, pontos como (A) ou (B) serão considerados novos vértices, linhas como (AB) serão novas arestas e áreas como (ABCD), novas faces.
- Pois conte os novos números de faces, arestas e vértice.

Você obterá: $F' = 24$, $A' = 48$ e $V' = 26$.
E, será: $E' = F' - A' + V' = 24 - 48 + 26 = 2 = E$.



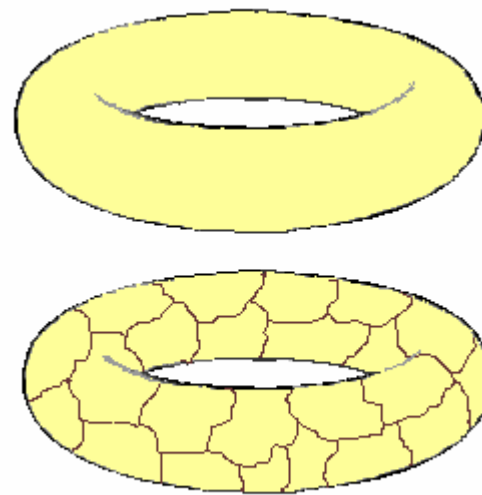
O resultado é o mesmo de antes.

- Pois acredite: mesmo se você desenhar linhas malucas sobre o cubo, criando uma porção de novas arestas, vértices e faces, obterá sempre o mesmo número de Euler: 2.
- Acho que ninguém vai se admirar, a essa altura, ao constatar que o número de Euler continuará o mesmo até quando o cubo for deformado como mostra as figuras ao lado.
- E a deformação pode ser tal que o cubo acabe virando uma jeitosa esfera ou mesmo uma batata toda cheia de “calombos”.
- Tecnicamente, diz-se que o cubo, a esfera e a batata são todos **topologicamente idênticos**.
- Ou todas têm o mesmo número de Euler: 2.



Transformar desta maneira (sem rasgar nem cortar nada). Isso só é possível com objetos topologicamente iguais.

- A coisa muda se o objeto tiver um furo.
- O objeto furado mais simples é o **toro**, essa coisa com forma de rosquinha.
- Se a gente fizer sobre a superfície do toro o mesmo que fizemos sobre a superfície do cubo (traçando linhas que formam faces, arestas e vértices) e depois fizermos as contas, acharemos um número de Euler nulo!
- **$E(\text{toro}) = 0$**



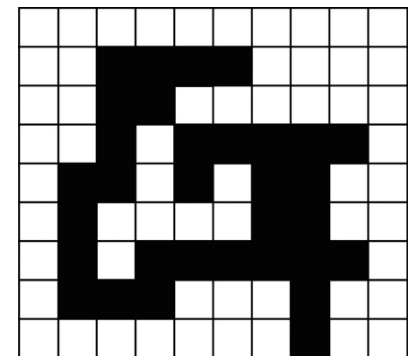
O toro, e qualquer superfície com um furo, é topologicamente diferente do cubo e da esfera.

- Isto é: Não dá para transformar uma esfera de massa em um toro sem cortar ou rasgar alguma coisa.



- Quando um objeto tem buraco ele é dito ter $g = 1$

- Com mais de um buraco, o número de Euler fica negativo.



O número de buracos ou furos é chamado genus (**B**)

- Para uma esfera ou um cubo, $B = 0$, logo, $E = 2$. Para o toro, $B = 1$, logo, $E = 0$.
- Objetos Com mesmo B são **topologicamente idênticos**, e podem ser transformados uns nos outros .

Assim como uma caneca (ou coffee mug) e uma rosquinha (torus)
Essa transformação é um example de operações em topologia.



Vazios

- O vazio interno mede a relação entre a área vazia (marcada com 0) e a área não vazia (marcada com 1) da Figura

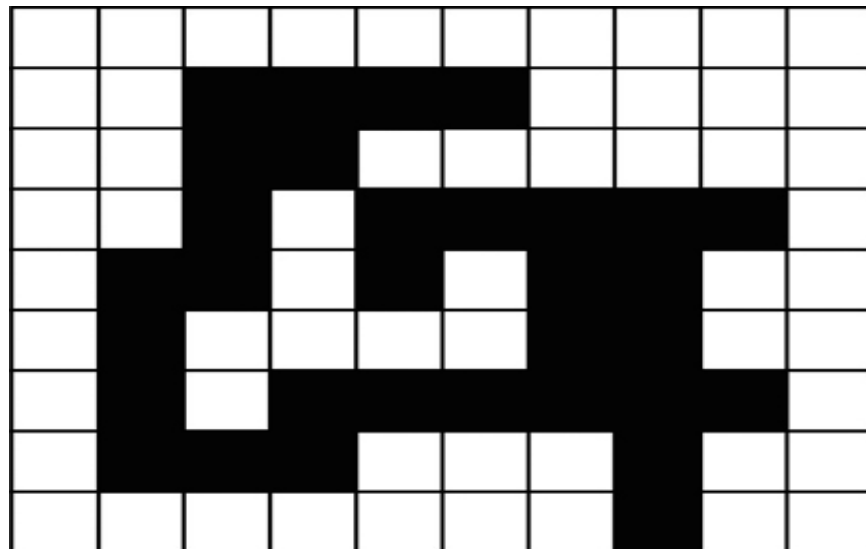
$$V_i = \frac{A_0}{A_1}$$

O vazio geral mede a relação entre a área vazia e a área total da imagem (preenchida ou não):

$$V = \frac{A_0}{A_0 + A_1}$$



Quais os valores dos vazios deste objeto?



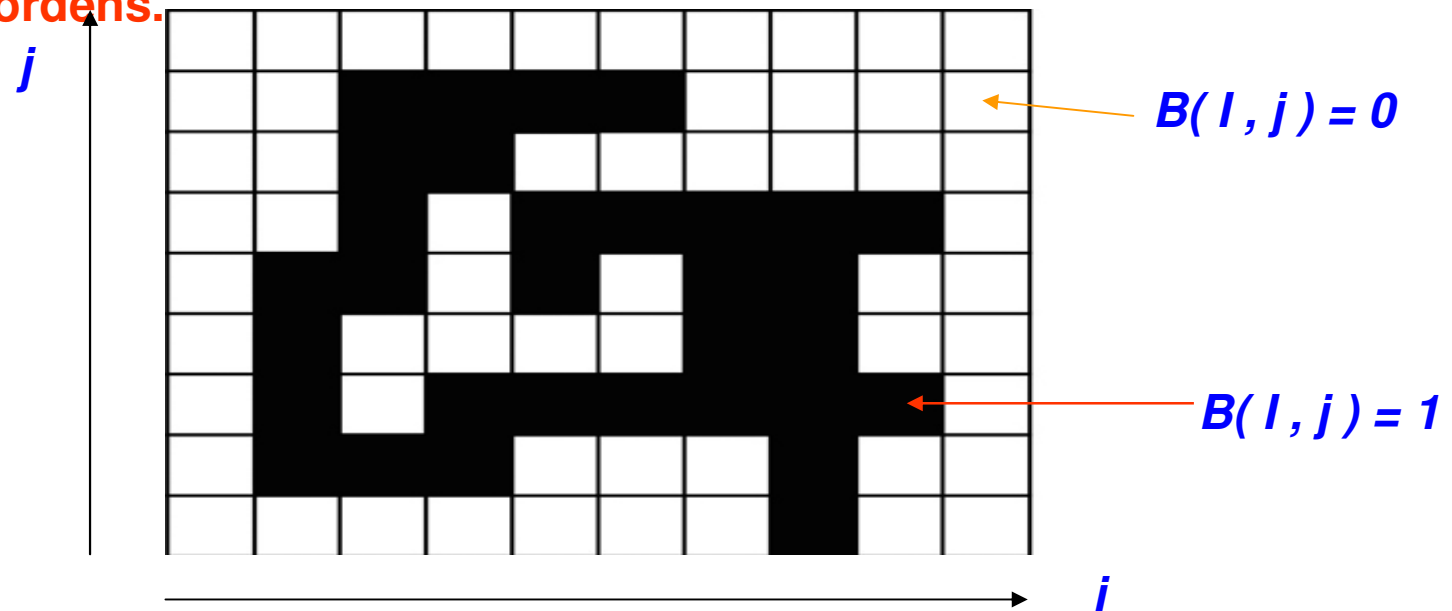
Momentos Geométricos

objetos contínuos podem ser representados em uma imagem binarizada

Considerando fundo ou zero onde NÃO tem area do objeto na imagem e

1 ONDE Há objeto na iamgem . Assim a figura abaixo pode ser um objeto binarizado.

Não existem 2 objetos que tenham todos os seus momentos identicos em todas as ordens.



Momentos geométricos

$$M(m, n) = \sum_i \sum_j j^m i^n P_{i,j}$$

Onde $P_{i,j}$ é o valor do pixel iterado e $m+n$ é a ordem do momento.

O centro de gravidade é dado por:

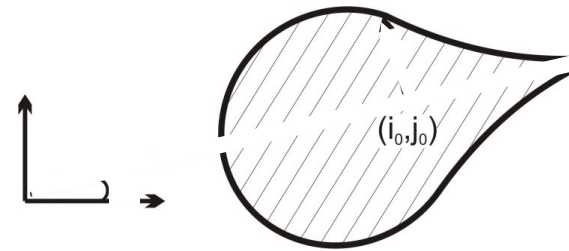
$$(x_g, y_g) = \left(\frac{M(1,0)}{M(0,0)}, \frac{M(0,1)}{M(0,0)} \right)$$

Momentos de ordem $(p + q)$ de objetos ou de uma imagem binarizada são definidos como:

$$m_{pq} = \sum_{k=1}^n B(i_k, j_k) (i_k)^p (j_k)^q \quad p, q = 0, 1, 2, \dots$$

Com eles é possível calcular a Área do objeto por:

$$m_{00} = \sum_m \sum_n B(m, n)$$



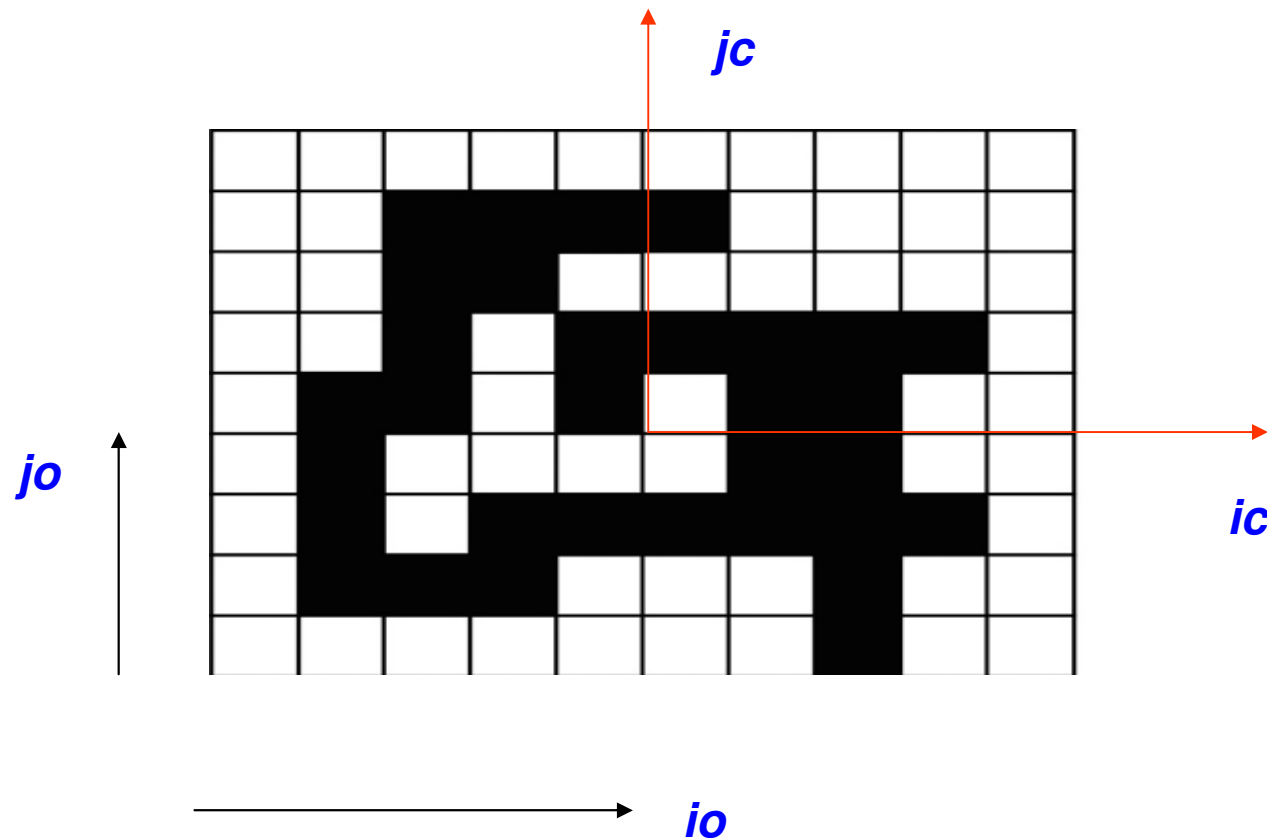
Calcular o Centróide do objeto por: :

$$i_0 = \sum_{k=1}^n B(i_k, j_k) i_k / \sum_{k=1}^n B(i_k, j_k) = m_{10} / m_{00}$$

$$j_0 = \sum_{k=1}^n B(i_k, j_k) j_k / \sum_{k=1}^n B(i_k, j_k) = m_{01} / m_{00}$$

Novo sistema de eixos passando pelo **centroide**

Os valores dos momentos em relação aos eixos centrais não variam com a translação dos eixos de referência.



E fazendo o mesmo cálculo em relação ao centroide obter os chamados Momentos centrais do objeto :

$$\mu_{pq} = \sum_{k=1}^n B(i_k, j_k) (i_k - i_0)^p (j_k - j_0)^q.$$

Os momentos centrais não variam com a translação dos eixos de referência. E

Tem propriedades importantes pra caracterizar os objetos como

$$\mu_{0,0} = m_{0,0} \quad (\text{área})$$

$$\mu_{0,1} = \mu_{1,0} = 0 \quad (\text{momentos estáticos})$$

$$\mu_{0,2} \quad (\text{momento de inércia em relação ao eixo horizontal})$$

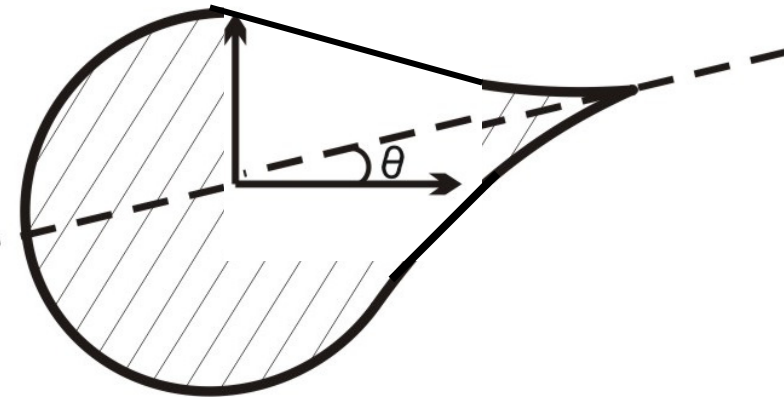
$$\mu_{2,0} \quad (\text{momento de inércia em relação ao eixo vertical})$$

$$\mu_{1,1} \quad (\text{produto de inércia})$$

Com os **momentos centrais** de ordem 2 é possível definir a inclinação dos **Eixos principais do objeto**

$$\tan 2\theta = 2\mu_{1,1} / (\mu_{2,0} - \mu_{0,2})$$

θ - orientação dos eixos principais:

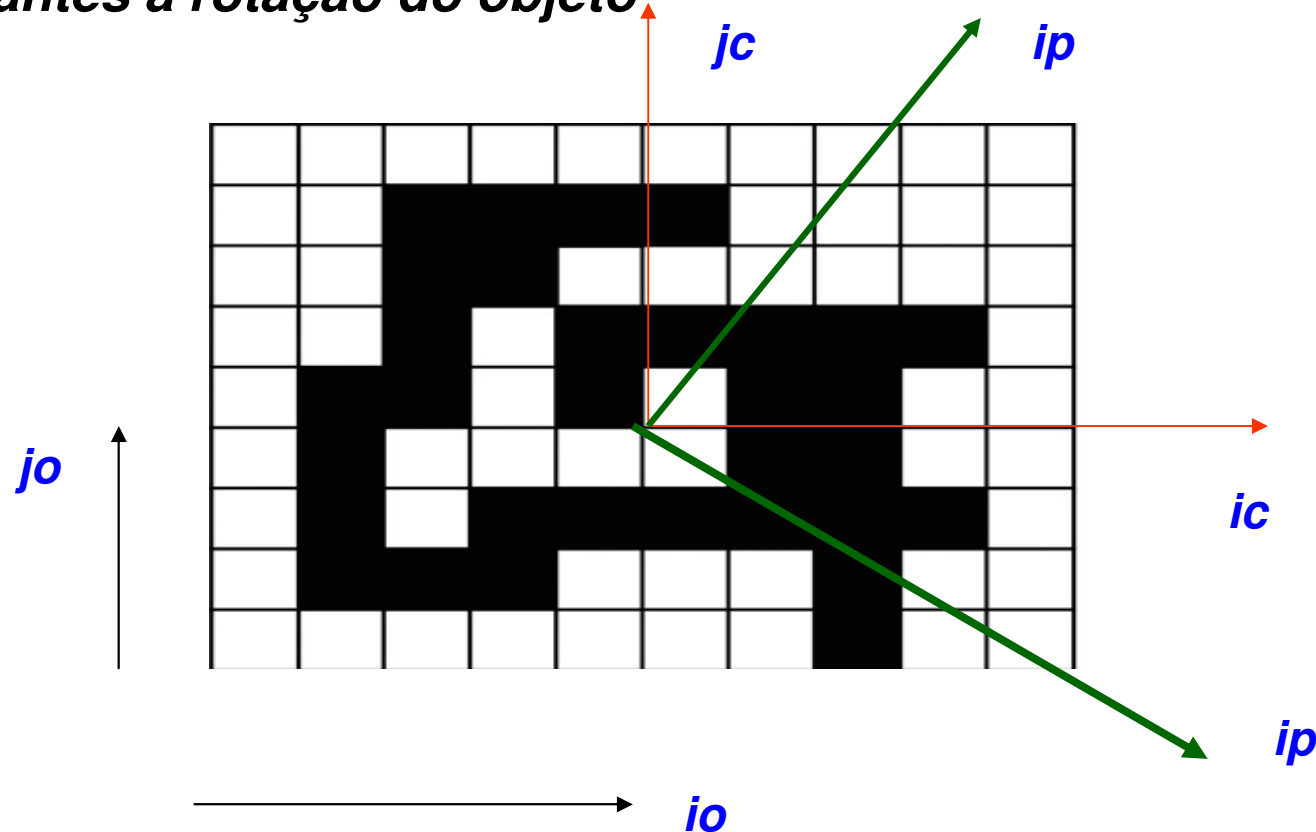


Quando o sistema de eixos usado para caracterizar os momentos do objeto, são os EIXOS PRINCIPAIS DELE, os valores obtidos são invariantes a rotação do sistema de eixos.

As características calculadas são invariantes a **Orientação**.

E pode-se ter um outro sistema de eixos passando pelo centroide

Mas na direção onde não há m_{11} . Esse sistema é chamado de eixos principais do objeto. Em relação a eles os momentos são invariantes a rotação do objeto



Há combinação de momentos centrais que também são invariantes a rotação e translação dos eixos do objeto (**chamados invariantes de Hu** (1962):

$$\phi_1 = \eta_{2,0} + \eta_{0,2}$$

$$\phi_2 = (\eta_{2,0} - \eta_{0,2})^2 + 4\eta_{1,1}^2$$

$$\phi_3 = (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})^2 + (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})^2$$

$$\phi_4 = (\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 + (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2$$

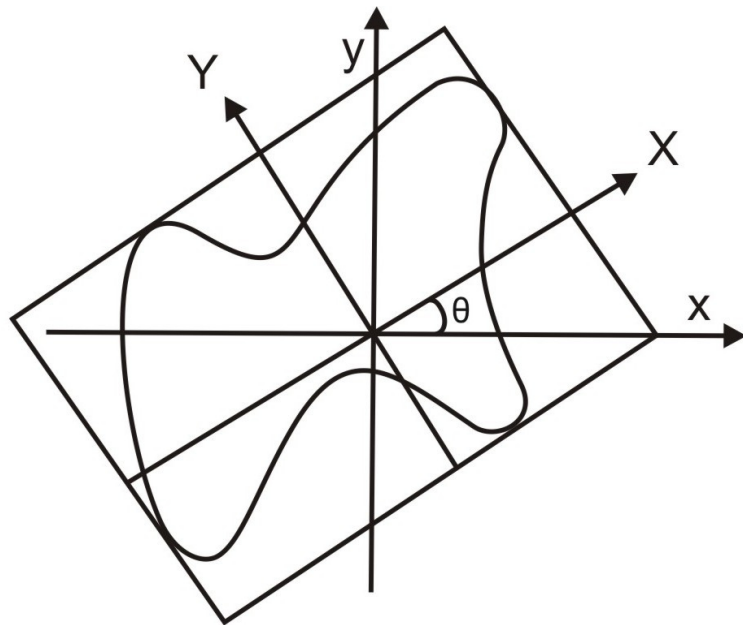
$$\phi_5 = (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})[(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - 3(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2] + \\ (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})(\eta_{2,1} + \eta_{0,3}) [3(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2]$$

Momentos geométricos invariantes de **Hu** (1962)
(continuação) :

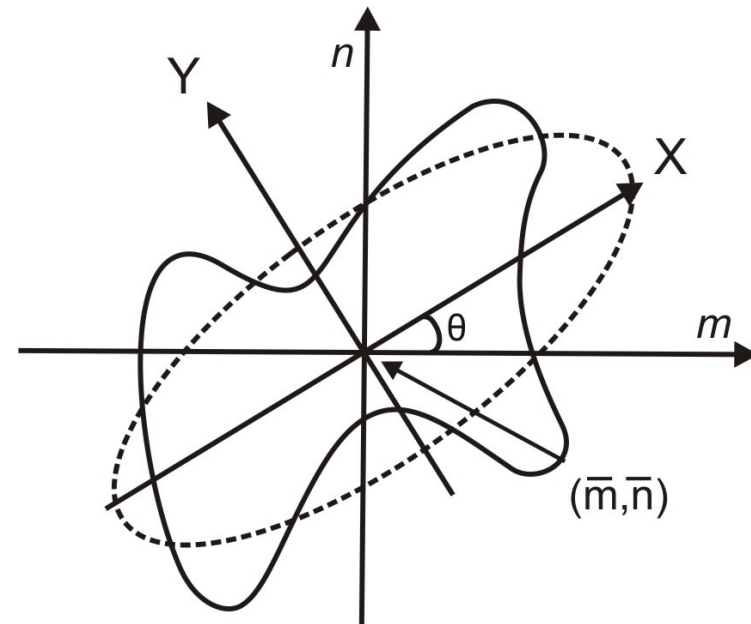
$$\phi_6 = (\eta_{2,0} - \eta_{0,2})[(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2] + 4\eta_{1,1}(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})$$

$$\phi_7 = (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})[(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - 3(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2] - (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})[3(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2]$$

Retângulos e Elipses ajustados: menor retângulo ou elipse na direção dos eixos principais do objeto



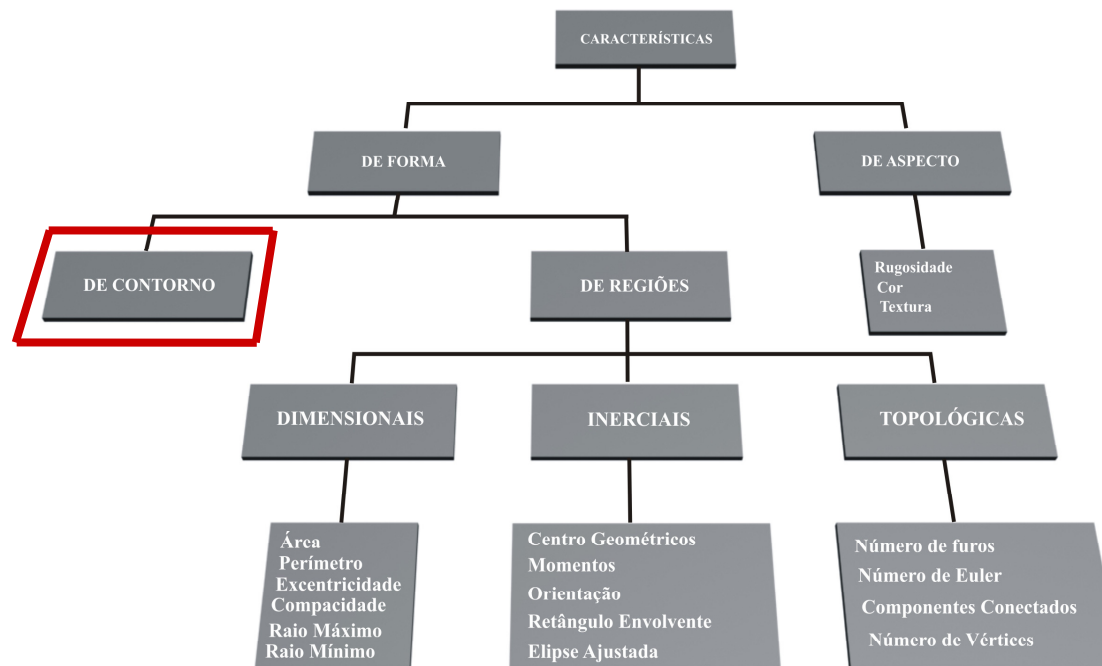
Retângulo ajustado.



Elipse ajustada.

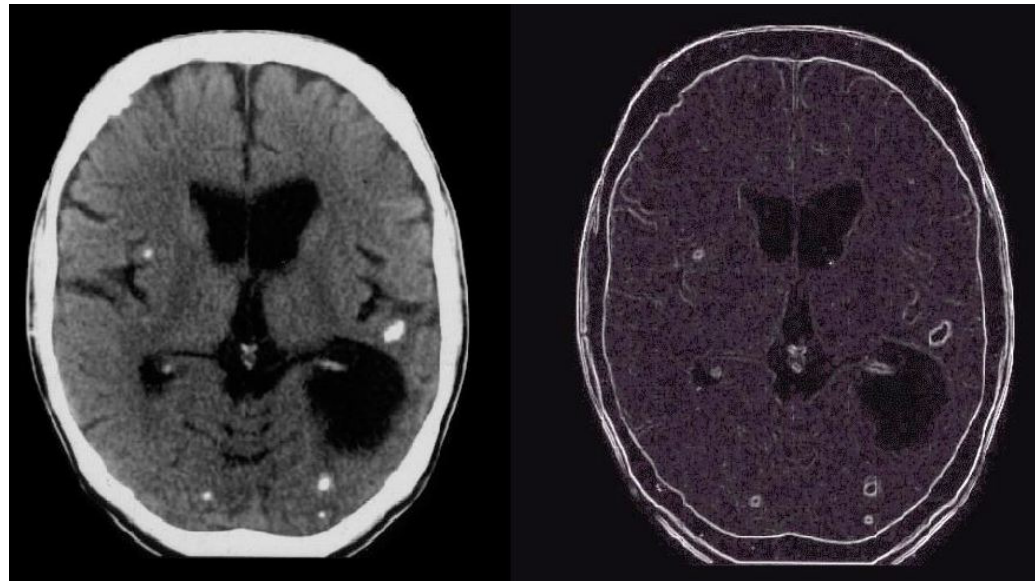


Características de Contorno



Tipos de características.

Supomos as imagens ja com seus contorno identificados em um pre processamento



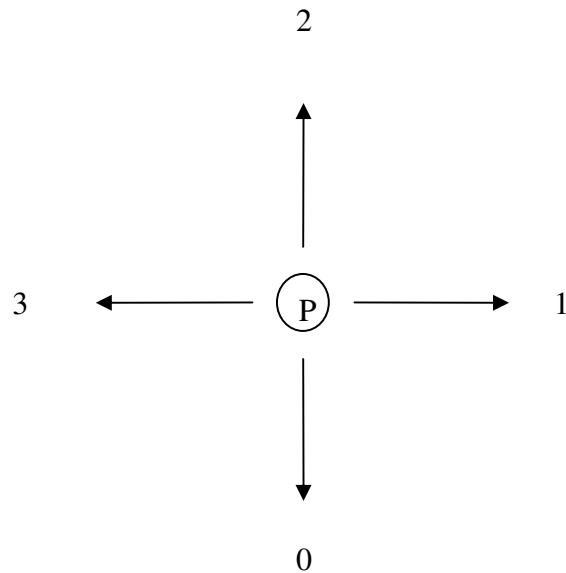
(a)

(b)

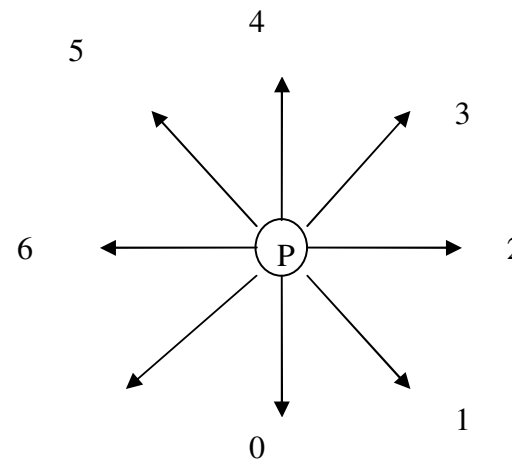
Exemplo de aplicação do filtro de gradiente (b) para acentuar o contorno em uma imagem de tomografia (a). Neste exemplo foram realizados procedimentos para ligação de bordas.



Código da Cadeia

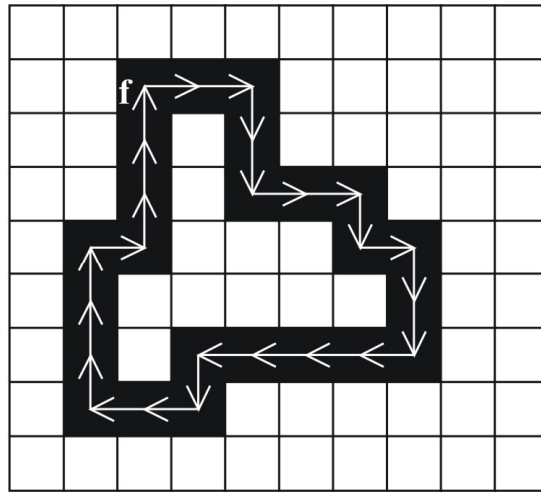


Codificação vizinhança-4 de p $N_4(p)$

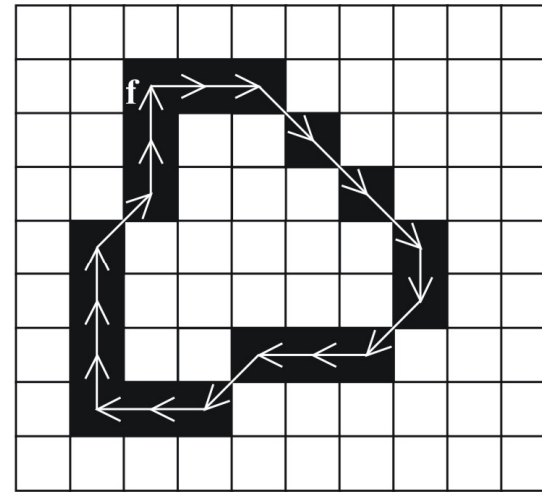


e vizinhança-8 de p ,
 $N_8(p)$

para o código da cadeia.



(a)



(b)

Segmentos para o código da Cadeia:

(a) código para vizinhança-4; (b) código para vizinhança-8 de p

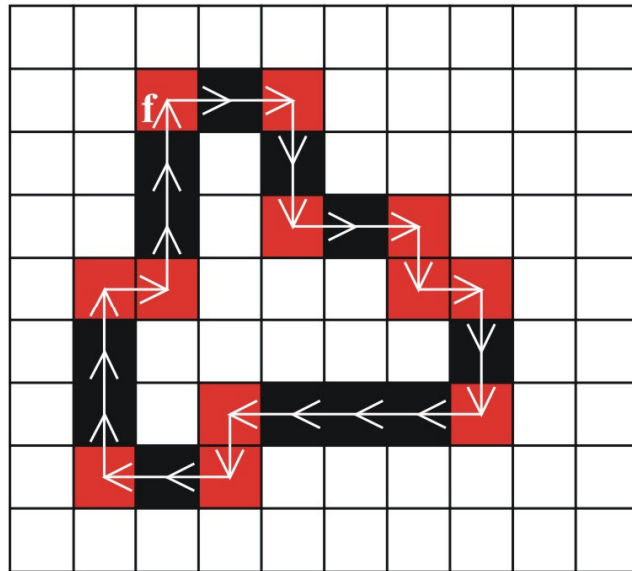
$N_4(p)$ é CC = (1,1,0,0,1,1,0,1,0,0,3,3,3,3,0,3,3,2,2,2,1,2,2,2).

$N_8(p)$ é CC = (2,2,1,1,1,0,7,6,6,7,6,6,4,4,4,3,4,4).

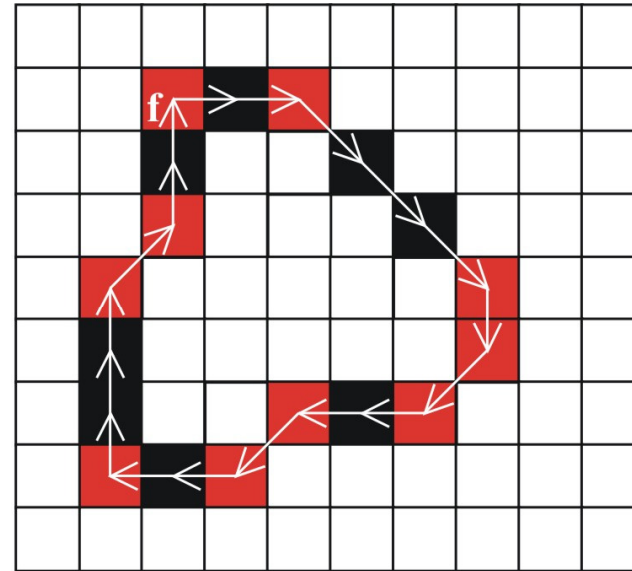


Uso:

- É possível obter diversas características , como altura, largura, área ou perímetro, direto do código de cadeia de um objeto.
- Ele também ajuda na vetorização de objetos.
- Na forma de código de primeira diferença é ainda invariante a escala!



(a)



(b)

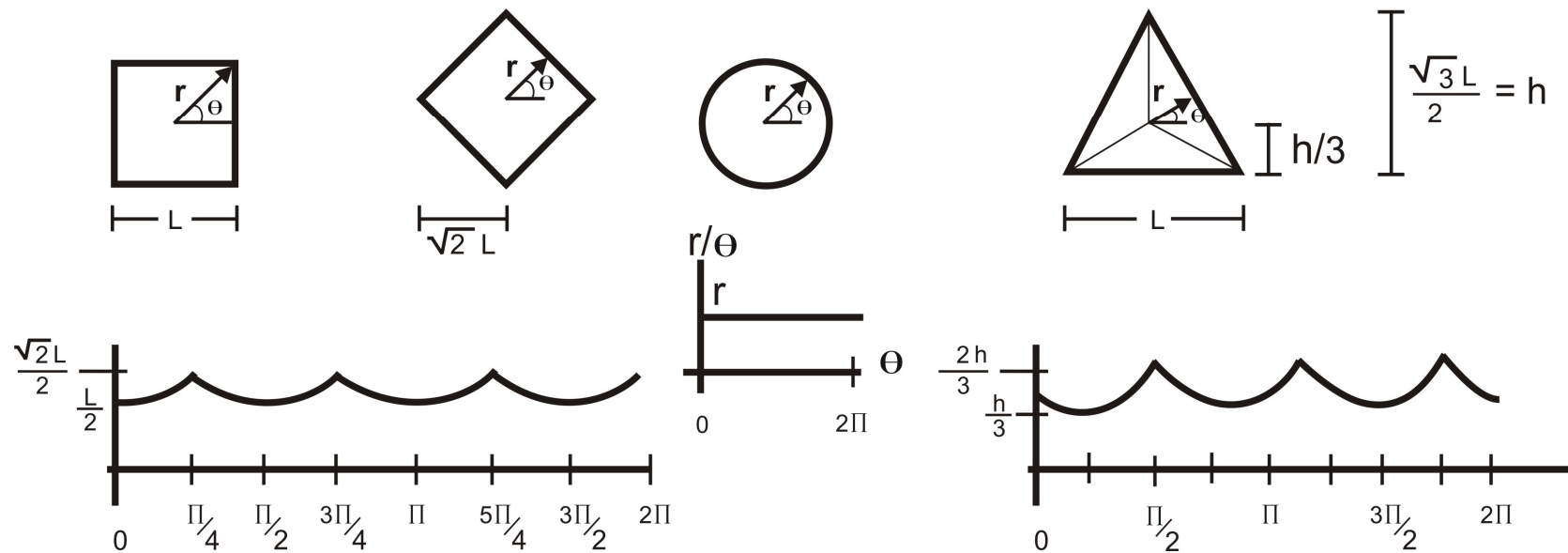
Pontos onde o código se diferencia do vizinho.



A base DDSM, registra os nódulos da mama pela regra da cadeira.

- Possui 2620 casos adquiridos através das seguintes instituições americanas: **Massachusetts General Hospital**, **Wake Forest University**, e **Washington University in St. Louis School of Medicine**.
- Os dados são constituídos de estudos de pacientes de diferentes origens étnicas e raciais.
- Cada caso contém duas imagens de cada mama, nas projeções médio-lateral oblíqua e craniocaudal,
- consistindo assim em quatro imagens radiográficas. Além disso, são disponibilizadas informações sobre a paciente, tal como a idade e a densidade da mama.
- O contorno da lesão está codificado em **chain code**

Assinaturas ou Gráficos $r(\theta)$



Quatro objetos e suas assinaturas, ou gráficos $r(\theta)$.

Outras características

Histograma de Projeção

Codificação de Corrida

Características Estatísticas



Histograma de Projeção

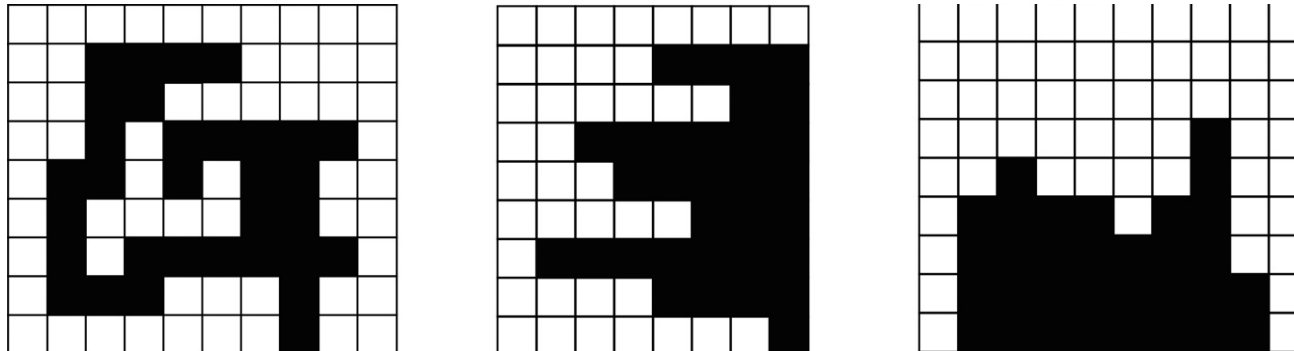


Imagem binária e suas projeções horizontais e verticais.



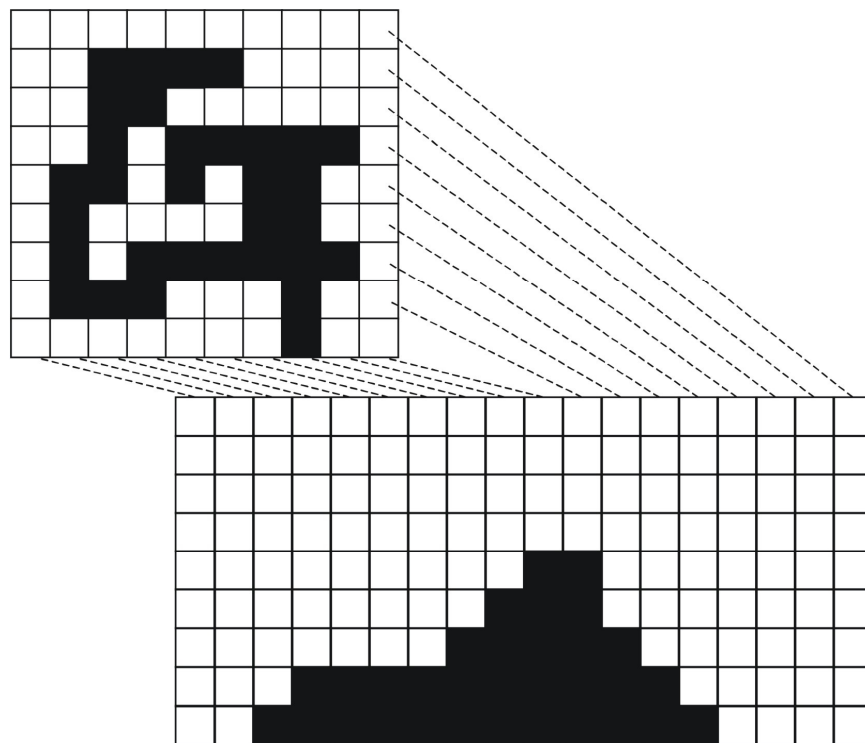
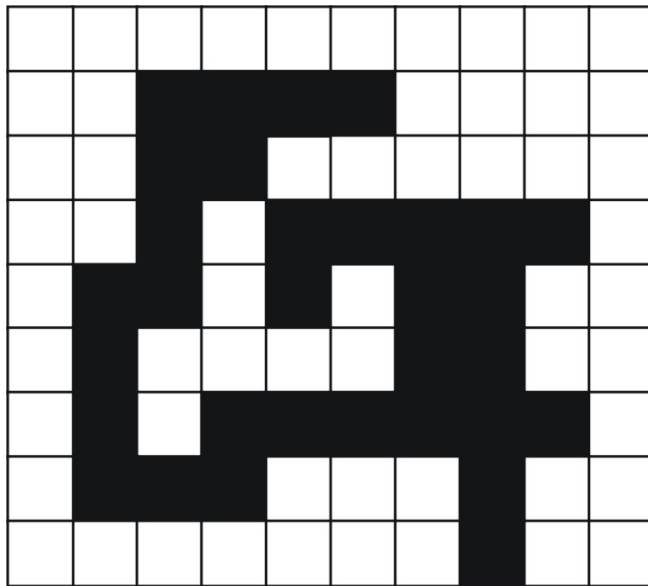


Imagem binária e sua projeção diagonal.



Codificação Corrida -Run Length-



12(0), 4(1), 6(0), 2(1), 8(0), 1(1), 1(0), 5(1),
2(0), 2(1), 1(0), 1(1), 1(0), 2(1), 3(0), 1(1),
4(0), 2(1), 3(0), 1(1), 1(1), 1(0), 6(1),
2(0), 3(1), 3(0), 1(1), 9(0), 1(1), 2(0)

**Codificação de Corrida na direção
horizontal, geral ou por linha.**

Como ficaria a codificação Corrida na direção vertical, geral e por coluna?



Codificação Corrida

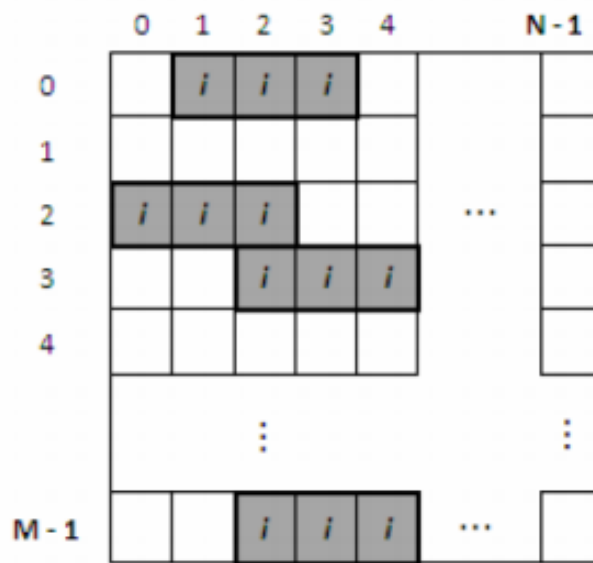
Run Length- pode ser estendido para mais de 2 tons

Na forma da

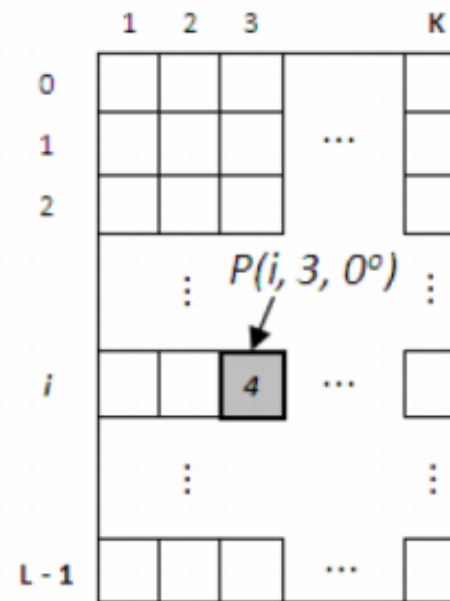
Matriz de frequência de tons corridos em direções: 0, 45 e 90 graus

Codificação Corrida run Length- pode ser estendido para caracterizar o fundo ou os buracos

MATRIZ DE COMPRIMENTOS DE CORRIDA DE CINZA (GLRLM)

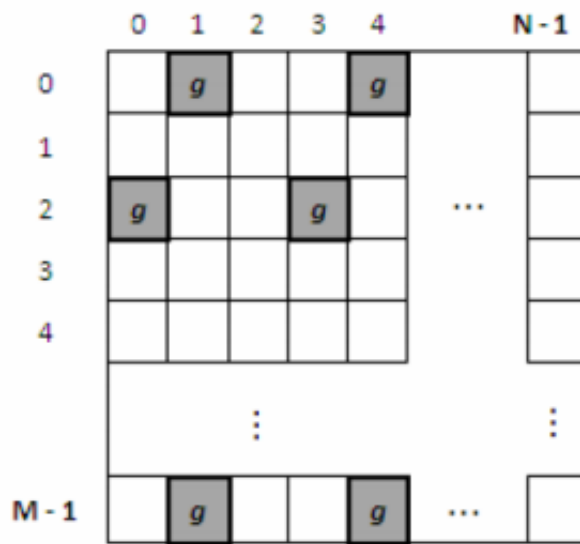


(a)

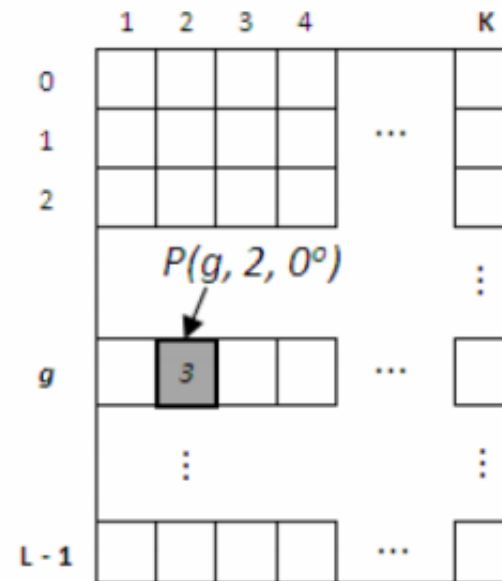


(b)

MATRIZ DE COMPRIMENTOS DE LACUNA DE CINZA (GLGLM)



(a)



(b)

REPRESENTAÇÃO DA IMAGEM

- *Local Binary Pattern (LBP)*
 - É um operador não paramétrico para descrever a estrutura local espacial da imagem, mostrando alta capacidade para distinguir características de textura.

$$LBP(x_c, y_c) = \sum_{n=0}^{n-1} S(i_n - i_c) 2^n$$

6	5	2
7	6	1
9	3	7

a)

1	0	0
1		0
1	0	1

b)

1	2	4
8		16
32	64	128

c)

1	0	0
8		0
32	0	128

d)

Segmentação – Extração de features – Matriz de co-ocorrência

$$C_{\Delta x, \Delta y}(p_a, p_b) = \sum_i \sum_j \begin{cases} 1, & \text{\& if } H(i, j) = p_a \text{ and } H(j + \Delta x, i + \Delta y) = p_b \\ 0, & \text{\& otherwise} \end{cases}$$

$$P_{\Delta x, \Delta y}(p_a, p_b) = \frac{C_{\Delta x, \Delta y}(p_a, p_b)}{\sum_k \sum_l C_{\Delta x, \Delta y}(k, l)}$$

$$M_g = \sum_k \sum_l P_{\Delta x, \Delta y}(k, l) (k - l)^g$$

0	3	2	0	0	1	1
0	1	0	3	4	0	0
3	4	1	2	0	3	4
2	0	0	2	0	3	0
2	4	2	4	1	1	4
1	2	2	0	0	0	0
2	1	2	1	2	3	1

Input Image

	0	1	2	3	4
0	6	2	1	4	0
1	1	2	4	0	1
2	5	2	1	1	2
3	1	1	1	0	3
4	1	2	1	0	0

Co-occurrence Matrix(1,0)

$$C_{\Delta x, \Delta y}(p_a, p_b) = \sum_i \sum_j \begin{cases} 1, & \text{\& if } H(i, j) = p_a \text{ and } H(j + \Delta x, i + \Delta y) = p_b \\ 0, & \text{\& otherwise} \end{cases}$$

$$P_{\Delta x, \Delta y}(p_a, p_b) = \frac{C_{\Delta x, \Delta y}(p_a, p_b)}{\sum_k \sum_l C_{\Delta x, \Delta y}(k, l)}$$

$$M_g = \sum_k \sum_l P_{\Delta x, \Delta y}(k, l) (k - l)^g$$

$$P_{\Delta x, \Delta y}(p_a, p_b) = \frac{C_{\Delta x, \Delta y}(p_a, p_b)}{\sum_k \sum_l C_{\Delta x, \Delta y}(k, l)}$$

$$M_g = \sum_k \sum_l P_{\Delta x, \Delta y}(k, l) (k - l)^g$$

Segmentação – Extração de features – Matriz de comprimento-corrído

$$G_{\theta} = \frac{\sum_p (\sum_l R_{\theta}(p,l))^2}{\sum_p \sum_l R_{\theta}(p,l)}$$

$$R_{\theta} = \frac{\sum_p \sum_l R_{\theta}(p,l)}{S}$$

Input Image

0	3	2	0	0	1	1
0	1	0	3	4	0	0
3	4	1	2	0	3	4
2	0	0	2	0	3	0
2	4	2	4	1	1	4
1	2	2	0	0	0	0
2	1	2	1	2	3	1

Run Length Matrix(0°)

	1	2	3	4	← l
0	6	3	0	1	
1	6	2	0	0	
2	9	1	0	0	
3	6	0	0	0	
4	6	0	0	0	
↑ p					

Entropia de uma imagem

- probabilidade de cada um dos a_j tons (histograma) ou de cada uma das a_j texturas (a partir da contagem de seus texels)

$$H(Pa) = -\sum_{i=1} p(a_j) \log p(a_j)$$

A **entropia** (do grego $\epsilon\nu\tau\rho\omicron\pi\acute{\iota}\alpha$) é uma medida que aparece geralmente associada ao que se denomina de "grau de desordem" de um sistema .

Entropia de uma imagem (cont)

- Entropia equivale à perda de energia ou até mesmo desordem.
- Sendo considerada por Einstein como a primeira lei de todas as ciências.
- Na área de comunicação, tem-se a **entropia da informação** que é definida como sendo uma forma de **medir a quantidade de informação**.
- Ou seja, uma mensagem tem certa quantidade de informação em relação ao seu grau de **incerteza ou imprevisibilidade**.

$$H(Pa) = - \sum_{i=1}^J p(a_j) \log p(a_j)$$

Também na forma de $1/\log p(a_j)$ e sem o menos inicial devido as propriedades *logarítmicas*

Coeficiente de Hurst

É uma aproximação da DF (**dimensão fractal**) para imagens:

$$D = \frac{\ln N}{\ln\left(\frac{1}{r}\right)}$$

	0	1	2	3	4	5	6
0	85	70	86	92	60	102	202
1	91	81	98	113	86	119	189
2	96	86	102	107	74	107	194
3	101	91	113	107	83	118	198
4	99	68	107	107	76	108	194
5	107	94	93	115	83	115	198
6	94	98	98	107	81	115	194

Região de 7x7 pixels para exemplificar cálculo do coeficiente de Hurst.

$\sqrt{18}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{10}$	3	$\sqrt{10}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{18}$
$\sqrt{13}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{13}$
$\sqrt{10}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{10}$
3	2	1	0	1	2	3
$\sqrt{10}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{10}$
$\sqrt{13}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{13}$
$\sqrt{18}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{10}$	3	$\sqrt{10}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{18}$

Oito grupos de *pixels* correspondentes às distâncias Euclidianas.

Distância e máxima diferença de nível de cinza para região

Distância (d)	$\ln d$	máxima diferença de nível de cinza Δg para região	$\ln(\Delta g)$
$d=1$	0.000	113-83=30	3.401
$d=\sqrt{2}$	0.346	113-74=39	3.663
$d=2$	0.693	118-74=44	3.784
$d=\sqrt{5}$	0.804	118-68=50	3.912
$d=\sqrt{8}$	1.039	119-68=51	3.931
$d=3$	1.098	198-68=130	4.867
$d=\sqrt{10}$	1.151	198-60=138	4.297
$d=\sqrt{13}$	1.282	198-60=138	4.297
$d=\sqrt{18}$	1,445	202-60=142	4.955

Dados para cálculo da regressão linear.

Interações	$\ln d$	$\ln \Delta g$	$\ln d \ln \Delta g$	$(\ln d)^2$
1	0,00000	3,40120	0,00000	0,00000
2	0,34657	3,66356	1,26969	0,12011
3	0,69315	3,78419	2,62300	0,48045
4	0,80472	3,91202	3,14808	0,64757
5	1,03972	3,93183	4,08800	1,08102
6	1,09861	4,86753	5,34753	1,20695
7	1,15129	4,92725	5,67271	1,32547
8	1,28247	4,92725	6,31908	1,64474
9	1,44519	4,95583	7,16209	2,08856
Σ	7,86173	38,37067	35,63019	8,59489
Σ/n	0,874	4,263		
n	9			

A reta neste caso tem a equação:

$$y = 1,2229x + 3,1952.$$

Coeficiente de Hurst: inclinação da reta, $b=1,2229$.

Momentos de Intensidades de Regiões ou Medidas de Primeira Ordem

Baseados em estatísticas obtidas considerando
uma *janela móvel* com o *pixel* central circundado
por *pixels* adjacentes.

- **n -ésimo momento do histograma** de uma imagem:

$$\mu_n(z) = \sum_{i=1}^L (z_i - m)^n p(z_i)$$

$$m = \sum_{i=1}^L z_i p(z_i)$$

- **suavidade relativa R** da textura

$$R = 1 - \frac{1}{1 + \sigma^2(z)}$$

- **obliquidade** (*skewness*)

$$v = \frac{\mu_3}{\sigma^3(z)}$$

- **curtose** (achatamento da distribuição)

$$K = \frac{\mu_4}{\sigma^4(z)} - 3$$

Medidas de Segunda Ordem

Matrizes de Co-ocorrência

Descritores de Textura de Haralick

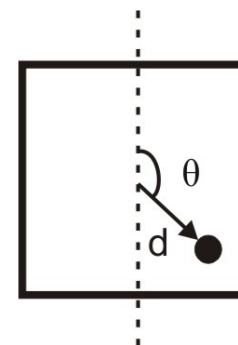
Funções de Auto-correlação

Descritores de Textura baseados nos Histogramas de Soma e Diferenças

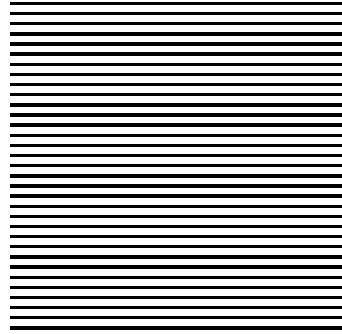
Matrizes de Co-ocorrência

Pode ser associada a:

- ângulo (q);
- distância (d) entre os *pixels* (i, j):
 - $p(i, j, d, q)$;
- forma de deslocamentos na horizontal e vertical
 - $(p(i, j), Dx, Dy)$.



Operador $p(i, j, d, \theta)$.

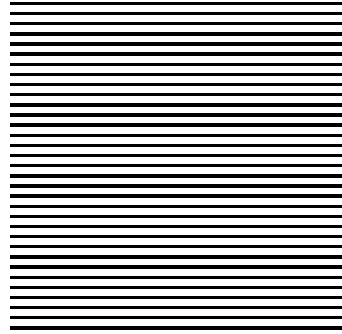


Probabilidades possíveis para “Listras horizontais” – vizinhança de **1 pixel**.

$p(i, j, d=1, \theta=0^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=1, \Delta_y=0$		$p(i, j, d=1, \theta=90^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=0, \Delta_y=1$		$p(i, j, d=1, \theta=45^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=1, \Delta_y=1$		$p(i, j, d=1, \theta=135^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=-1, \Delta_y=1$	
0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
0	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25

Probabilidades possíveis para “Listras horizontais” – vizinhança de **2 pixels**.

$p(i, j, d=2, \theta=0^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=2, \Delta_y=0$		$p(i, j, d=2, \theta=90^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=0, \Delta_y=2$		$p(i, j, d=2, \theta=45^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=2, \Delta_y=2$		$p(i, j, d=2, \theta=135^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=-2, \Delta_y=2$	
0,5	0	0	0,5	0	0,5	0	0,5
0	0,5	0,5	0	0,5	0	0,5	0



Probabilidades possíveis para “Listras horizontais” – vizinhança de **3 pixel**.

$p(i, j, d=3, \theta=0^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=3, \Delta_y=0$	$p(i, j, d=3, \theta=90^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=0, \Delta_y=3$	$p(i, j, d=3, \theta=45^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=3, \Delta_y=3$	$p(i, j, d=3, \theta=135^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=3, \Delta_y=3$
0,5	0	0	0,5
0	0,5	0,5	0

Probabilidades possíveis para “Listras horizontais” – vizinhança de **4 pixels**.

$p(i, j, d=4, \theta=0^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=4, \Delta_y=0$	$p(i, j, d=4, \theta=90^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=0, \Delta_y=4$	$p(i, j, d=4, \theta=45^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=4, \Delta_y=4$	$p(i, j, d=4, \theta=135^\circ)$ ou $P(i,j) \Delta_x=4, \Delta_y=4$
0,5	0	0	0,5
0	0,5	0,5	0

Considere:

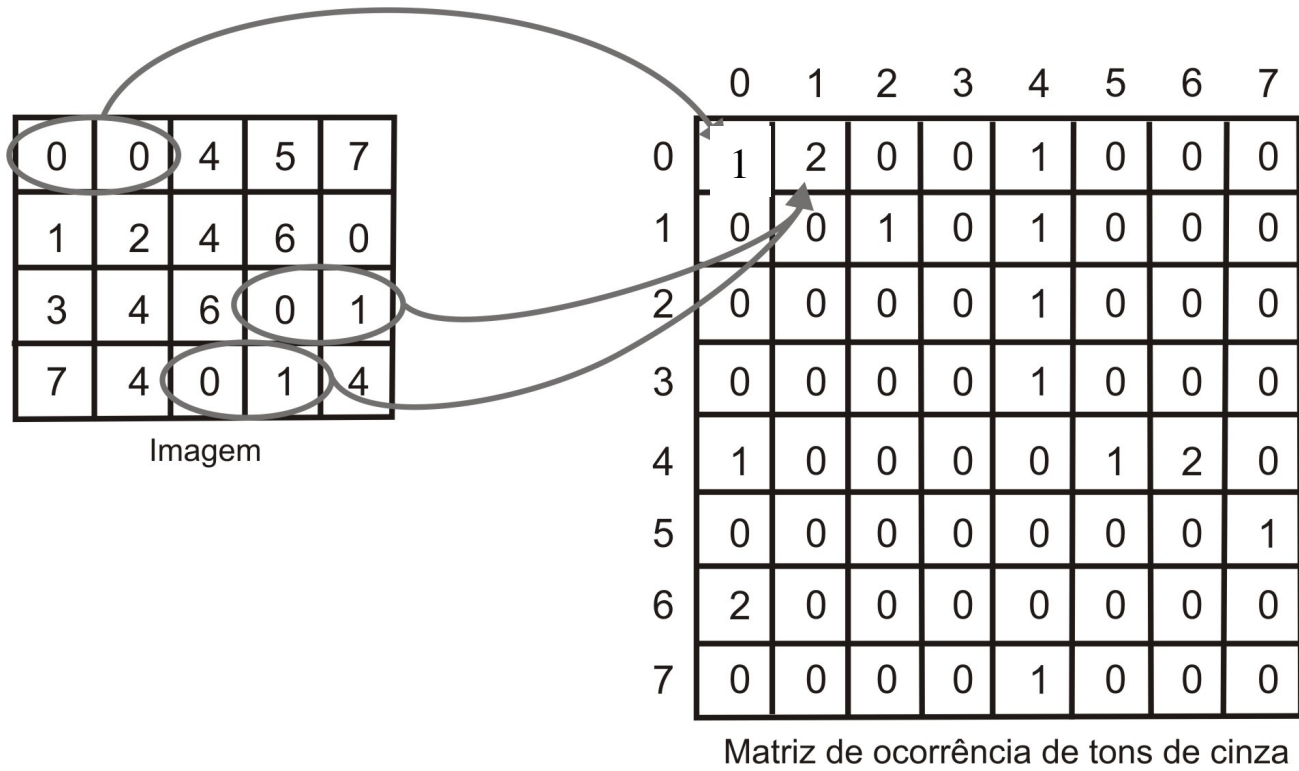
- $I(N, M)$ uma imagem quantizada em **G níveis de cinza**.
- I é uma matriz $G \times G$.
- Cada elemento da matriz é a função que designa a **probabilidade de ocorrência** simultânea de dois níveis de cinza $i, j = 0 \dots G-1$ para pares de *pixels* nas direções e distâncias especificadas.
- A informação textural é caracterizada pela matriz de frequência relativa **$p(i, j, d, q)$** .

Assim:

1. Percorre-se a imagem na forma descrita pelo operador $p(i, j, d, \theta)$ ou $p(i, j) \Delta x, \Delta y$.
2. As frequências relativas ou as probabilidades são obtidas dividindo-se os valores obtidos pelo número de ocorrências totais.
3. A matriz de co-ocorrência é obtida dividindo-se cada elemento de $a_{i,j}$ pelo número de pares de pontos na imagem que satisfaça $P(d, \theta)$:

$$p(i, j, d, \theta) = P(i, j) \Delta x, \Delta y = a_{i,j} / n$$

onde: $n = \sum_{i,j} a_{i,j}$.



Matriz de co-ocorrência de tons de cinza.

Descritores de Textura de Haralick

Descritores de Textura baseados nas matrizes de co-ocorrência.

Característica	Descrição	Fórmula Matemática
Homogeneidade	Distribuição de <i>pixels</i> .	$\sum_i \sum_j \frac{p(i, j)}{(1 + i - j)}$
Probabilidade Máxima	Indica a direção mais importante da textura a ser examinada.	$\max_{i, j} p(i, j)$
Entropia	Mede a informação contida em p, muitos valores nulos representam pouca informação.	$-\sum_i \sum_j p(i, j) \log_2 p(i, j)$

Descritores de Textura baseados nas matrizes de co-ocorrência (continuação).

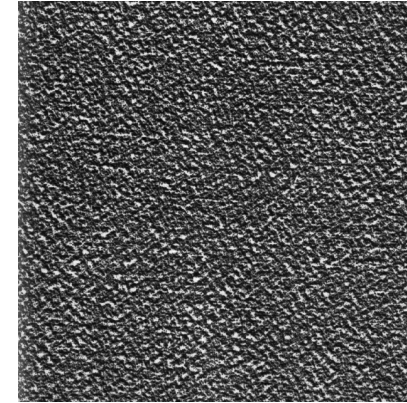
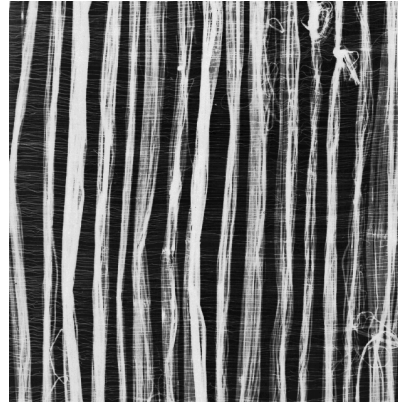
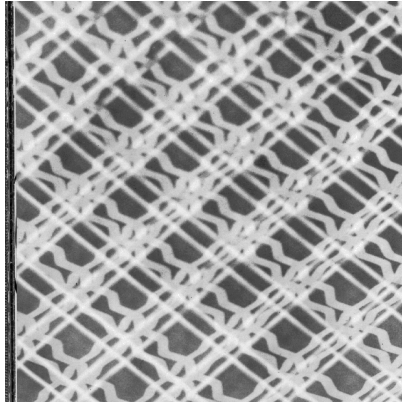
<p style="text-align: center;">Momento de diferenças ordem k</p>	<p>Distorção da imagem. Este descritor apresenta valores pequenos se p tiver maiores valores na diagonal principal.</p>	$\sum_i \sum_j (i-j)^k p(i, j)$
<p style="text-align: center;">Momento inverso de diferenças de ordem k</p>	<p>Inverso de contraste. Este descritor apresenta valores maiores pequenos se p tiver pequenos valores na diagonal principal.</p>	$\sum_i \sum_j \frac{p(i, j)}{(i-j)^k}$
<p style="text-align: center;">Energia ou Uniformidade</p>	<p>Retorna a soma dos elementos elevados ao quadrado dentro da matriz de co-ocorrência de tons de cinza. Faixa de valores possíveis: 0 a 1. A energia possui valor 1 para uma imagem constante (mesmo tom de cinza em toda a sua extensão).</p>	$\sum_i \sum_j p^2(i, j)$

Descritores de Textura baseados nas matrizes de co-ocorrência (continuação).

<p>Variância ou Contraste</p>	<p>Retorna uma medida do contraste entre as intensidades de um <i>pixel</i> analisado e do <i>pixel</i> vizinho. A comparação é realizada em todos os pixels da imagem. Para uma imagem constante (mesmo tom de cinza em toda a extensão), o contraste é 0 (zero). Contraste da imagem corresponde ao Momento de ordem 2.</p>	$\sum_i \sum_j (i - j)^2 p(i, j)$
<p>Variância Inversa</p>	<p style="text-align: center;">Inverso de contraste.</p>	$\sum_i \sum_j \frac{p(i, j)}{(i - j)^2}, i \neq j$

Descritores de Textura baseados nas matrizes de co-ocorrência (continuação).

Correlação	<p>Retorna uma medida de quão correlacionado está um <i>pixel</i> com o seu vizinho. A comparação é realizada em todos os <i>pixels</i> da imagem.</p> <p>Faixa de valores possíveis: -1 a 1.</p> <p>A correlação é 1 para uma imagem totalmente correlacionada ou -1 para uma completamente descorrelacionada.</p>	$\frac{1}{(\sigma_i \sigma_j)} \sum_i \sum_j (i - \mu_i)(j - \mu_j) p(i, j)$ <p>Onde: σ representa o desvio padrão e μ a média</p>
Homogeneidade	<p>Retorna um valor que representa a proximidade da distribuição dos elementos em relação à diagonal da matriz de co-ocorrência dos tons de cinza.</p> <p>Faixa de valores possíveis: 0 a 1.</p> <p>Um valor de Homogeneidade 1 representa uma matriz diagonal de co-ocorrência de tons de cinza.</p>	$\sum_i \sum_j \frac{p(i, j)}{1 + i - j }$



Texturas naturais monocromática. (a) Textura 1 - Entropia = 5.8766. (b) Textura 2 - Entropia = 5.9851. (c) Textura 3 - Entropia = 6.2731.

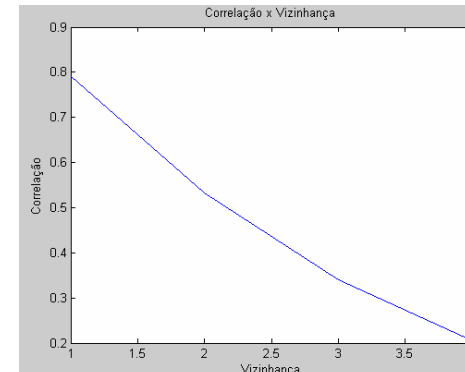
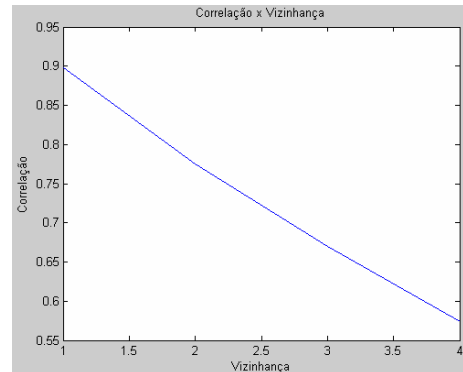
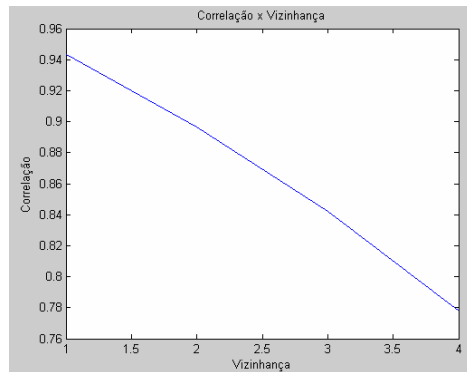
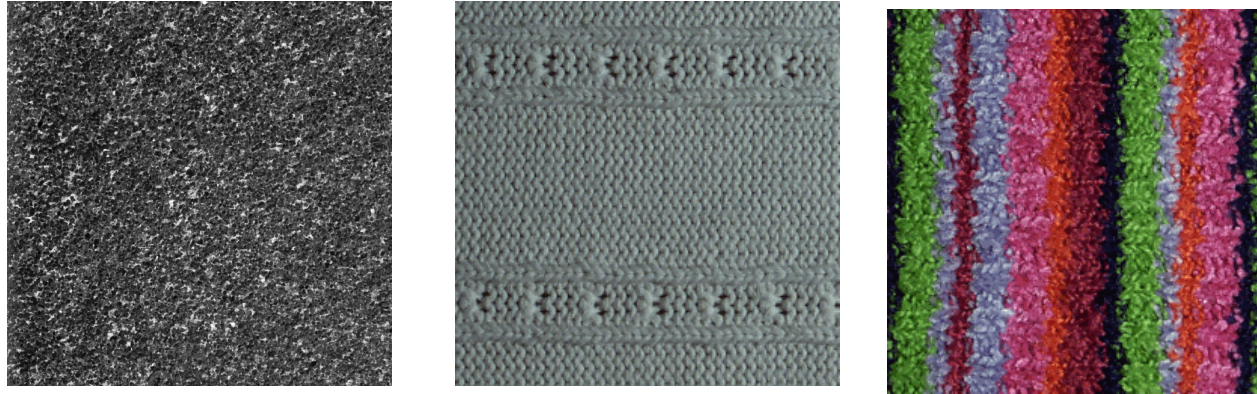
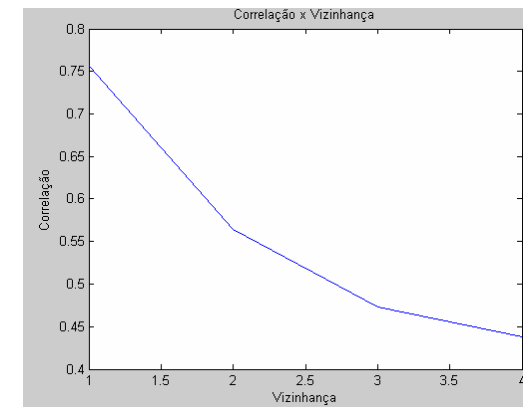
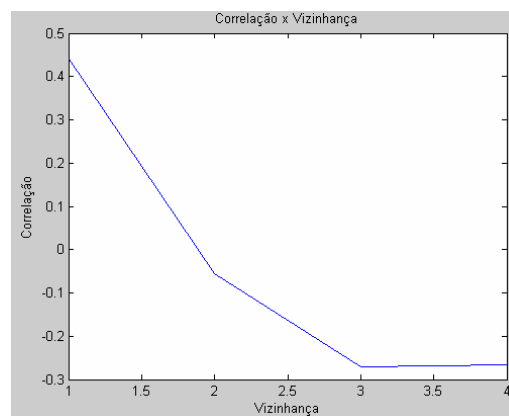
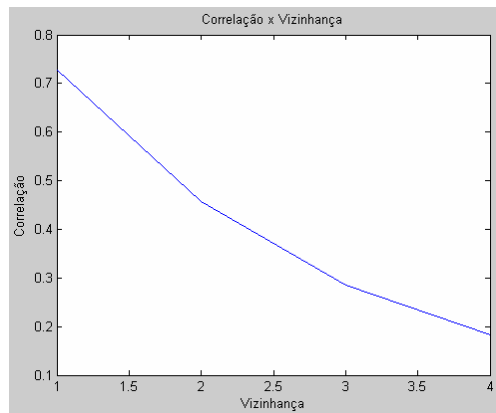


Gráfico de Correlação x Vizinhança da: (a) Textura 1; (b) Textura 2 e (c) Textura 3.



**Texturas de Classes Desconhecidas: (a) $E = 6.0881$; (b) $E = 5.1305$ e
(c) $E = 6.1882$.**



Gráficos de Correlação x Vizinhaça.

Funções de Autocorrelação

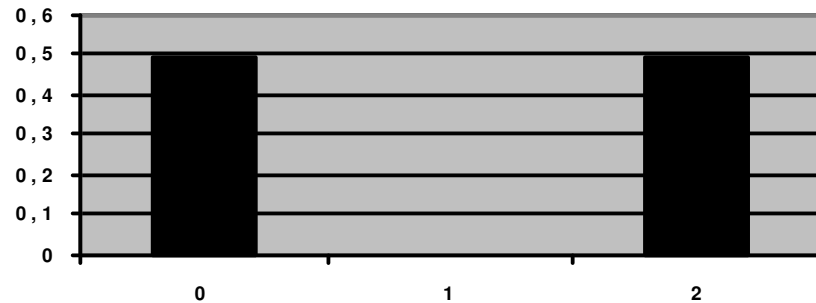
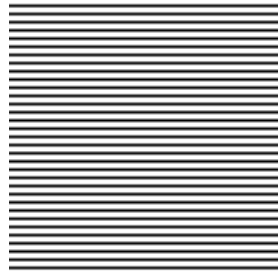
A **autocorrelação** de uma imagem $I(r,c)$, ou a correlação da imagem com ela mesma deslocada em linhas e colunas de (dr,dc) , $I(r+dr,c+dc)$, pode ser utilizada para detectar padrões repetitivos nos elementos de uma textura.

$$\rho(dr,dc) = \frac{\sum_{r=0}^N \sum_{c=0}^N I(r,c) I(r+dr,c+dc)}{\sum_{r=0}^N \sum_{c=0}^N I^2(r,c)} = \frac{I(r,c) I_d(r,c)}{I(r,c) I(r,c)} \quad (7.16)$$

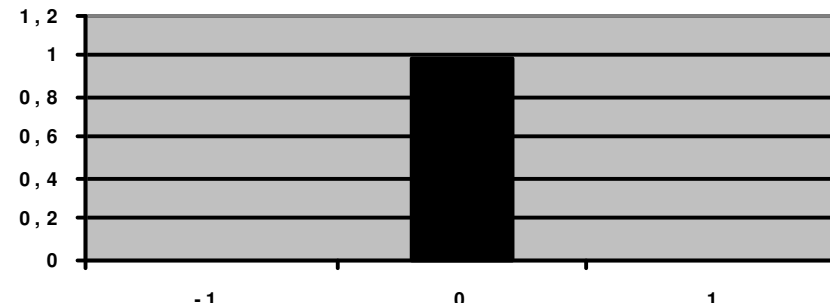
Descritores de Textura baseados nos Histogramas de Soma e Diferenças

$$S (di,dj) = (i+di , j+dj) + (i, j)$$

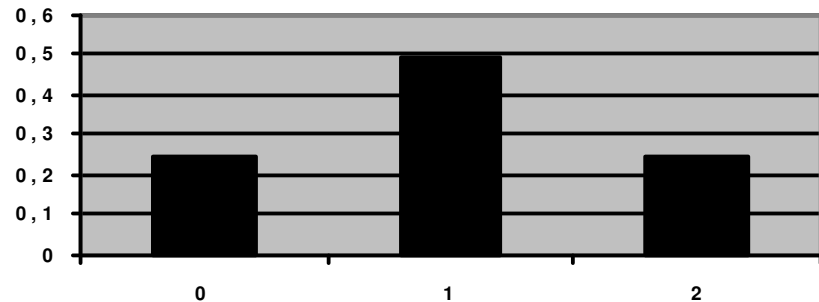
$$D (di,dj) = (i+di , j+dj) - (i, j)$$



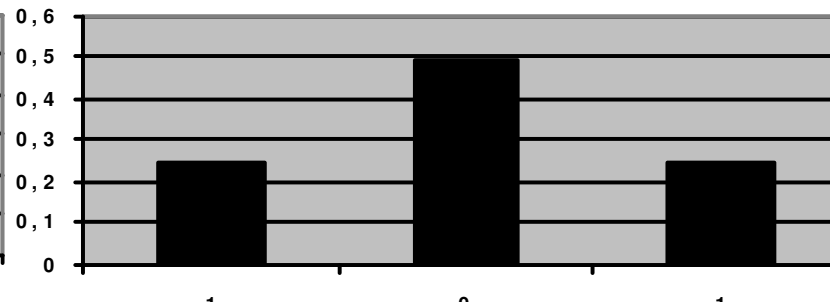
Histograma Soma $d_i=1, d_j=0$



Histograma Diferença $d_i=1, d_j=0$



Histograma Soma $d_i=0, d_j=1$

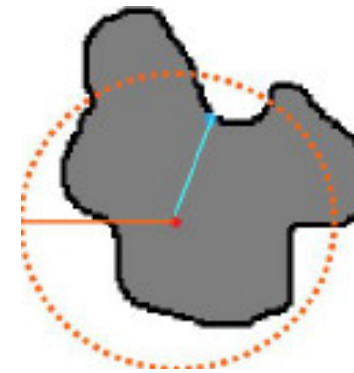


Histograma Diferença $d_i=0, d_j=1$

Histogramas soma e diferença da imagem “Listras Horizontais”.

Distância radial ponderada

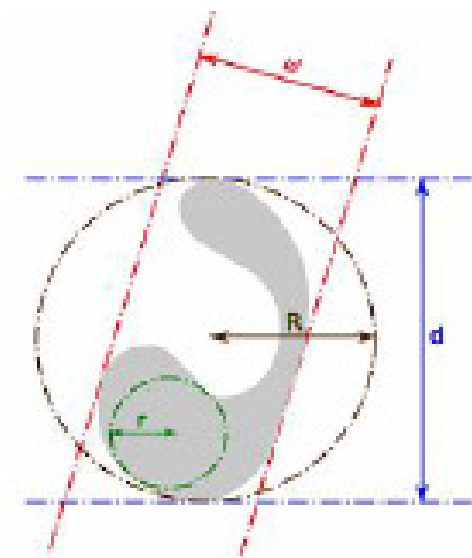
A distância radial ponderada calcula a relação entre o raio médio da figura e o seu raio estimado.



- Ilustração da distância radial ponderada. Em azul o raio médio (R_m) e em laranja o raio estimado (R_e).

O diâmetro de Feret

- é uma medida de um tamanho do objeto ao longo de uma direção específica.
- Em geral, pode ser definido como a distância entre os dois planos paralelos que
- limitam o objeto perpendicular a essa direção.
- Dada uma forma em 2D, é possível extrair as informações de área (A), perímetro (P), r (raio da maior circunferência interna da forma), R (raio da menor circunferência externa da forma), ω (diâmetro mínimo de Feret), d (diâmetro máximo de Feret).



O diâmetro de Feret- cont

- Com essas informações é possível criar um conjunto de descritores de forma, como mostrado na Tabela

Equação	Equação
r/R	$2\pi r/P$
$w/(2R)$	$\pi w/P$
$A/2\pi R^2$	$4\pi A/P^2$
$2r/d$	$2d/P$
w/d	$4R/P$
$4A/\pi d^2$	$\pi r^2/A$
$R^2\sqrt{3}/d$	$2r/w$

Descritores geométricos, capazes de extrair medidas invariantes à rotação, translação e escala. Exemplos listados na tabela , onde A , P , r , R , w e d são a área, perímetro, raio da maior circunferência interna, raio da menor circunferência externa, diâmetro mínimo de Feret, diâmetro máximo de Feret respectivamente.

$$f_1 = \frac{a}{\tan(\alpha/2) \cdot d}$$

$$f_2 = \frac{\text{dist}(\text{CentroMassa}, \text{CentroMin})}{\text{dist}(\text{CentroMassa}, \text{CentroMax})}$$

$$f_3 = \frac{\text{distMínMédia}(\text{esquelito}, \text{forma})}{\tan(\alpha/2) \cdot R}$$

$$f_4 = \frac{\text{distMínMédia}(\text{esquelito}, \text{forma})}{P \cdot R}$$

$$f_5 = \frac{\text{distMínMédia}(\text{forma}, \text{fecho})}{P \cdot R}$$

$$f_6 = \frac{\text{distMínMédia}(\text{esquelito}, \text{fecho})}{P \cdot R}$$

$$f_7 = \frac{\text{distMínMédia}(\text{forma}, \text{CentroMin})}{P \cdot R}$$

$$f_8 = \frac{\text{distMínMédia}(\text{forma}, \text{CentroMassa})}{P \cdot R}$$

$$f_9 = \frac{\text{distMínMédia}(\text{fecho}, \text{CentroMax})}{\tan(\text{fecho}) \cdot r}$$

$$f_{10} = \frac{\text{Área}(\text{CentroMassa}, \text{CentroMin}, \text{CentroMax})}{A}$$

$$f_{21} = \frac{A}{\text{Área}(\text{fecho})}$$

$$f_2 = \frac{w}{\tan(\alpha/2) \cdot d}$$

$$f_4 = \frac{\text{DyDistMín}(\text{esquelito}, \text{forma})}{R}$$

$$f_6 = \frac{\text{distMínMédia}(\text{esquelito}, \text{forma})}{P \cdot R}$$

$$f_8 = \frac{\text{distMínMédia}(\text{forma}, \text{fecho})}{P \cdot R}$$

$$f_{10} = \frac{\text{distMínMédia}(\text{forma}, \text{fecho})}{P \cdot r}$$

$$f_{12} = \frac{\text{distMínMédia}(\text{esquelito}, \text{fecho})}{P \cdot r}$$

$$f_{14} = \frac{\text{distMínMédia}(\text{forma}, \text{CentroMax})}{P \cdot R}$$

$$f_{16} = \frac{\text{distMínMédia}(\text{forma}, \text{CentroMin})}{P \cdot r}$$

$$f_{18} = \frac{\text{distMínMédia}(\text{fecho}, \text{CentroMassa})}{\tan(\text{fecho}) \cdot r}$$

$$f_{20} = \frac{\text{Área}(\text{CentroMassa}, \text{CentroMin}, \text{CentroMax})}{\text{Área}(\text{fecho})}$$

E depois o que se faz com as características calculadas ou features extraídas?

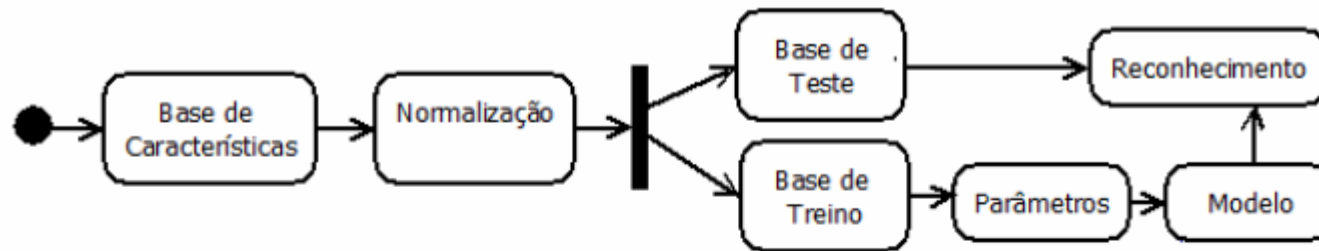
- Usa-se para reconhecer ou classificar objetos!
- Como?

Classificação por Distribuição Livre

Exemplos:

- funções discriminantes;
- vizinhança mais próxima;
- árvore de decisão.





- 4 combinações de Treino/Teste

Configuração	Treino	Teste
50/50	50%	50%
60/40	60%	40%
70/30	70%	30%
80/20	80%	20%

Reconhecimento de Padrões em Imagens

Reconhecimento de Padrões

Classificação Supervisionada

Classificação Não Supervisionada

Redes Neurais Artificiais

Lógica Fuzzy



Reconhecimento de Padrões

- **Abordagem estatística**
- **Abordagem sintática**
- **Abordagem neuronal**
- **Abordagem nebulosa**



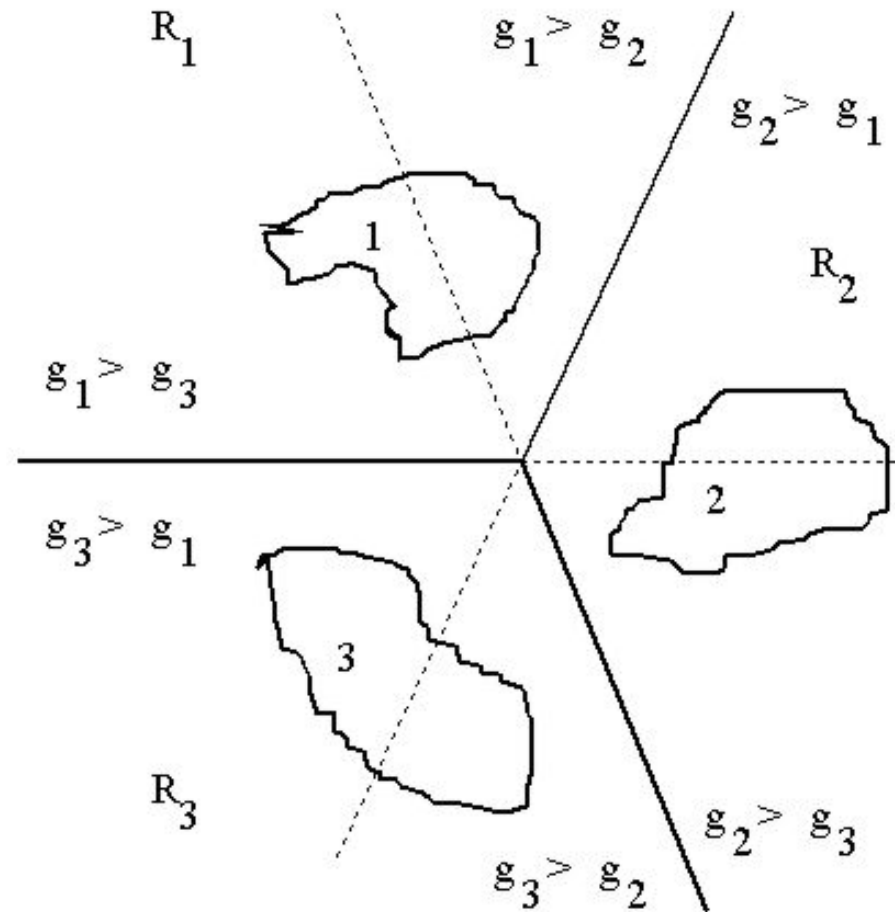
Classificação Supervisionada

Etapas:

- Escolha de um **conjunto de treinamento**.
- Escolha dos **parâmetros relevantes** a serem medidos.
- Obtenção da **função discriminante**, que pode ser obtida por método não estatístico (distribuição livre) ou por método estatístico.
- Eliminação dos **parâmetros não relevantes**.
- **Testes** com objetos fora do conjunto de treinamento.

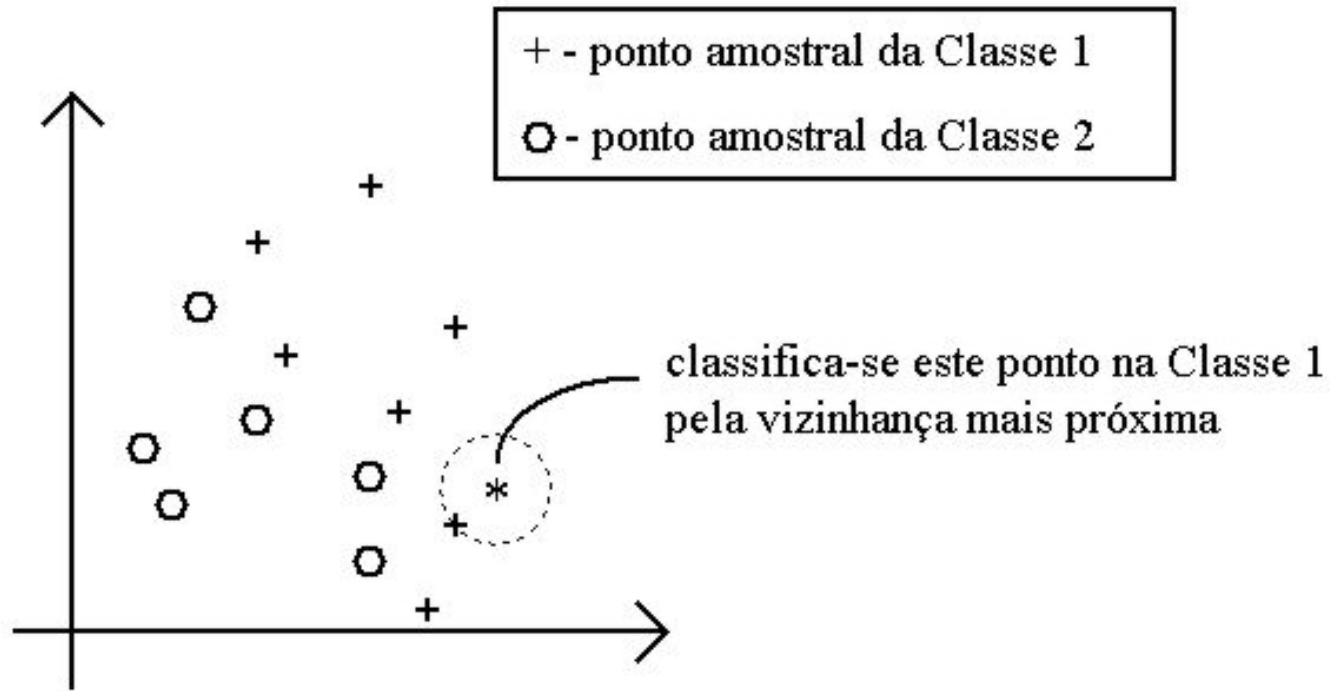


Funções discriminantes:



Divisão do espaço de características (problema de três classes) (Duda e Hart, 1973).

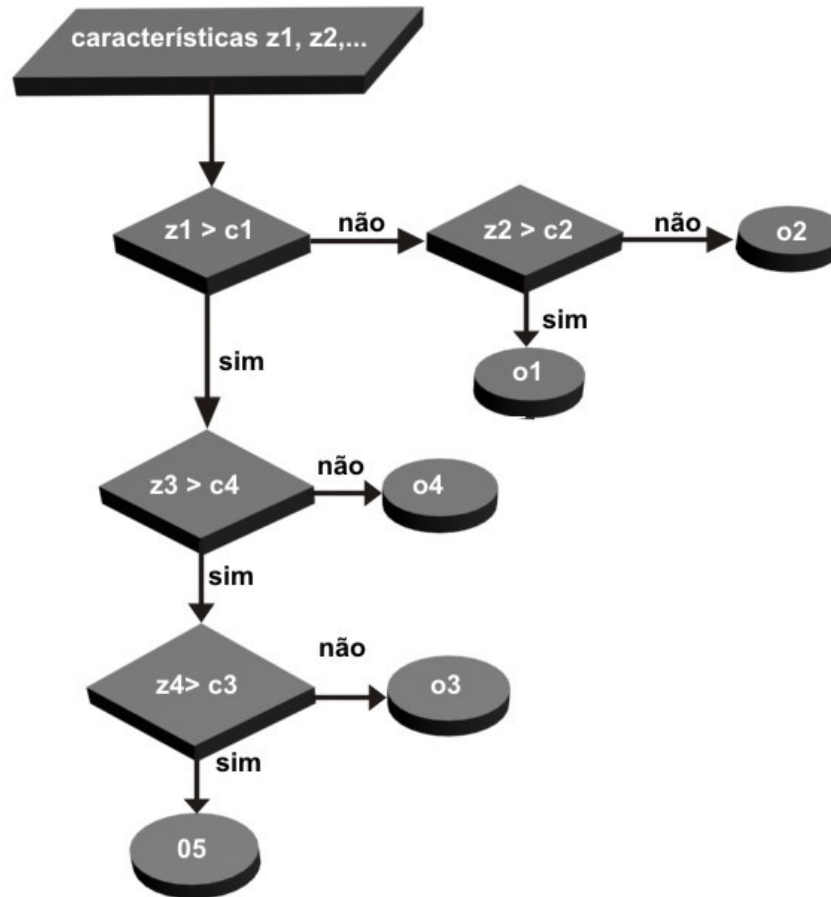
Vizinhança mais próxima:



Uma CVMP para duas classes em um espaço amostral [CHEN73].



Árvore de decisão:



Árvore de decisão.

Por Distribuição Estatística

Classificador de Risco Mínimo de **Bayes** (CRMB):

$$\mathfrak{R} \cong \sum_{k=1}^K \int_{R_k} c(x/S_k) p(x) dx$$

A **regra de decisão** que minimiza \mathfrak{R} é dada por:

$$\sum_{i=1}^K c_{i,k} P(S_i) p(x/S_i) < \sum_{i=1}^K c_{i,j} P(S_i) p(x/S_i) \quad ,$$
$$\forall j \neq k \Rightarrow \mathbf{x} \in S_k$$

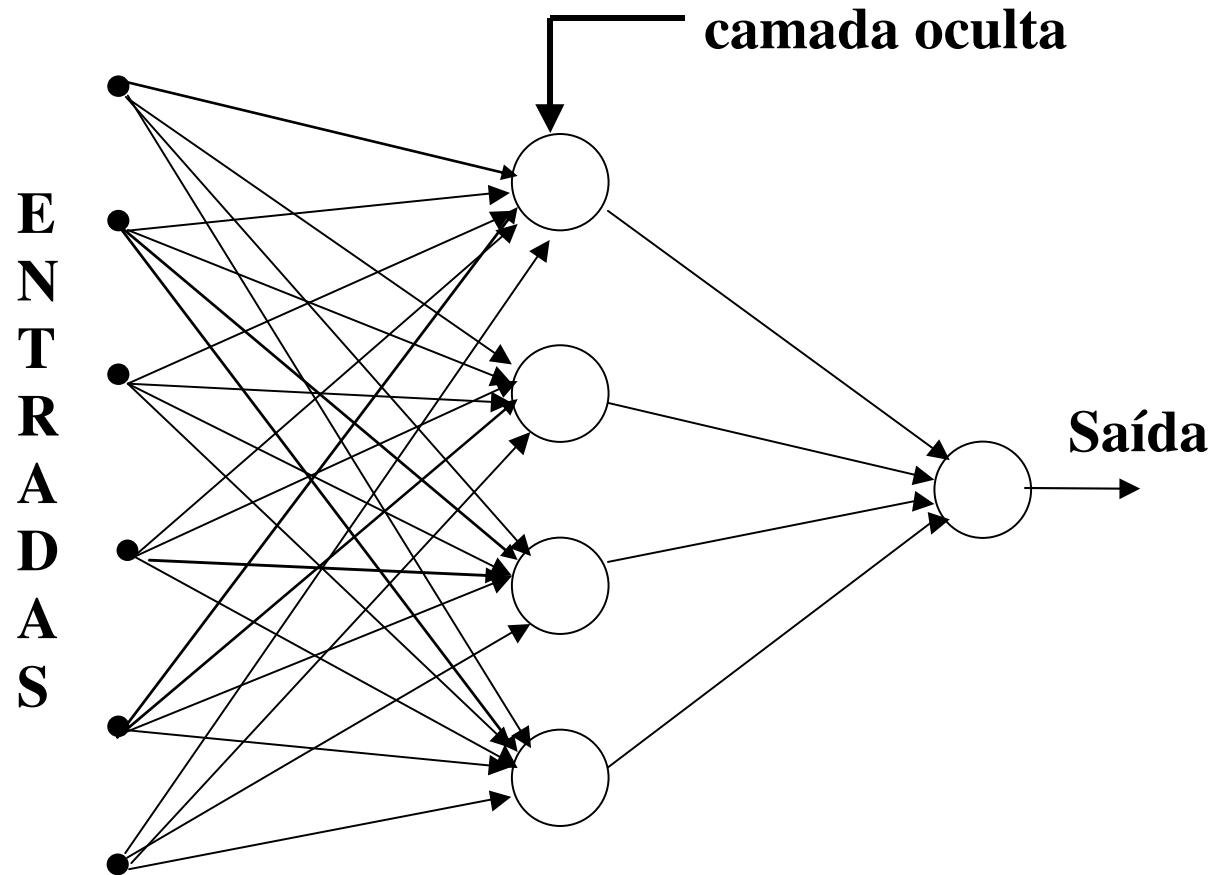
Classificação não Supervisionada

Estabelecem-se *clusters* ou **agrupamentos** no espaço de características, a partir da medida de diferentes **parâmetros** dos objetos.

Um *cluster* é um conjunto de pontos no espaço de características, que possuem densidade local máxima à de características.



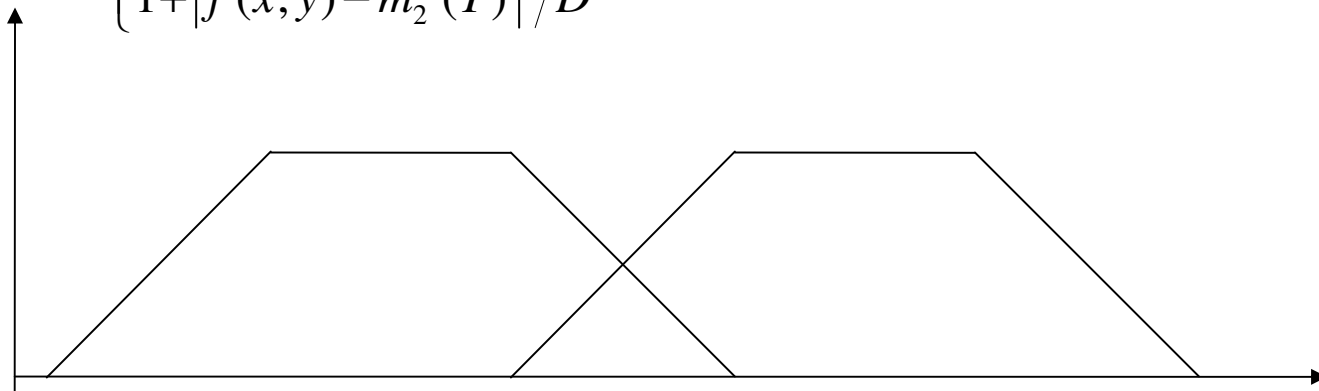
Redes Neurais Artificiais



Lógica Fuzzy

Função de pertinência:

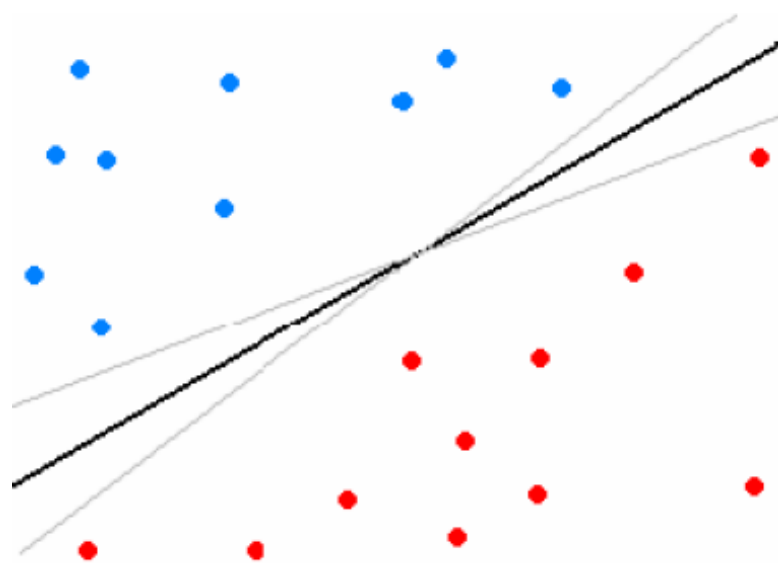
$$\mu_I(f(x,y)) = \begin{cases} \frac{1}{1+|f(x,y)-m_1(T)|/D} & \text{se } f(x,y) \leq T, \\ \frac{1}{1+|f(x,y)-m_2(T)|/D} & \text{se } f(x,y) > T, \end{cases}$$



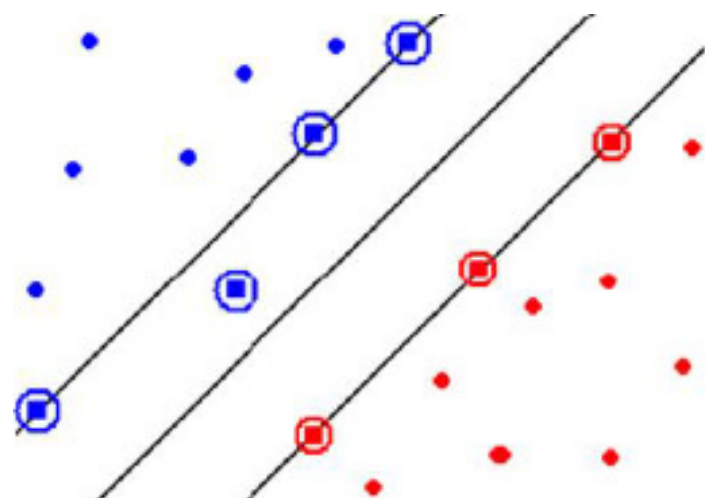
Outras:

- A **Máquina de Vetor de Suporte** (MVS) introduzida por (VAPNIK em 1998) é um método de aprendizagem **supervisionado** usado para estimar uma função que classifique dados de entrada em duas classes.
- A idéia básica por trás da MVS é construir um hiperplano como superfície de decisão, de tal maneira que a margem de separação entre as classes seja máxima (VAPNIK, 1998).

Separação de duas classes através de hiperplanos.



Vetores de suporte para determinação do hiperplano de separação.



DBSCAN Density Based Spatial Clustering of Applications with Noise

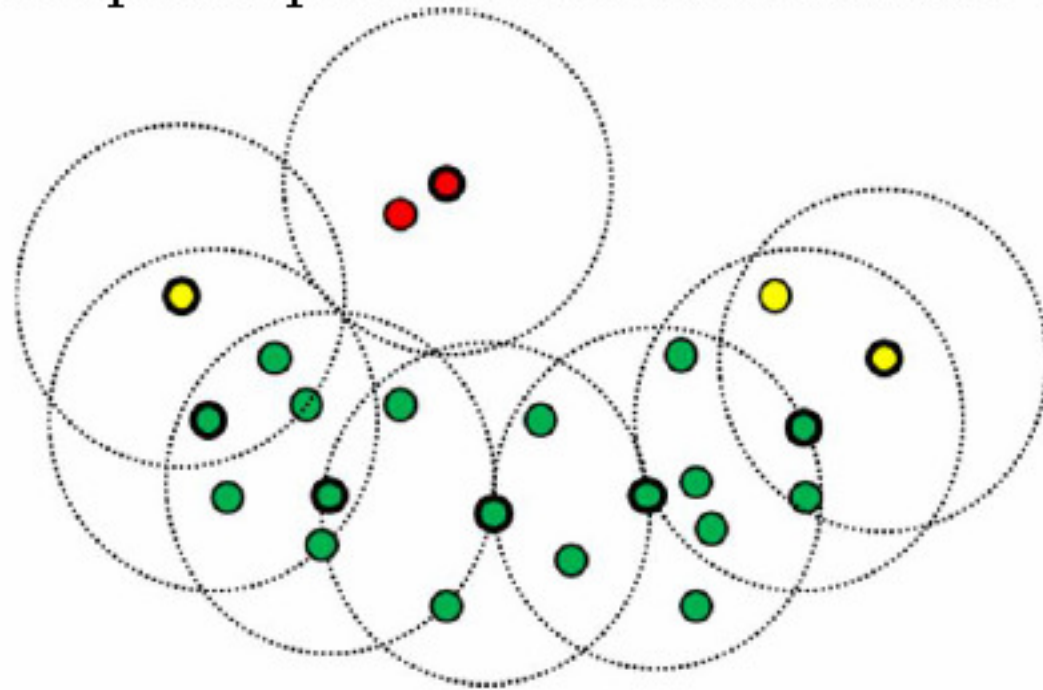
O DBSCAN (ESTER, KRIEGEL, SANDER, & XU, 1996) é uma técnica de aprendizado de máquina não supervisionado baseado na densidade da distribuição de pontos no espaço das amostras analisadas. Esta técnica assume que nestes espaços existam grupos de pontos com altas e baixas concentrações de pontos (densidades distintas). Então, baseado na densidade, ele consegue separar grupos independentemente da forma da distribuição dos pontos no espaço. Todo ponto que está distante de algum grupo é considerado ruído.

DBSCAN - cont

Para utilizar o DBSCAN é necessária a definição de dois parâmetros: *Eps* e *MinPts*. O parâmetro *Eps* (épsilon) define um raio que parte de um ponto qualquer, e sobre este raio define-se uma vizinhança de pontos. O parâmetro *MinPts* indica a densidade mínima, ou seja, é o valor mínimo de pontos para se gerar um grupo (ESTER, KRIEGEL, SANDER, & XU, 1996).

Um ponto pode ser rotulado em uma de três classes (ESTER, KRIEGEL, SANDER, & XU, 1996). Um ponto será chamado de ponto de centro se existir pelo menos *MinPts* num raio *Eps* ao seu redor. Um ponto de borda está no máximo a uma distância *Eps* de um ponto de centro, mas não possui *MinPts* vizinhos. O ponto é um ruído quando não é ponto de centro e nem de borda.

Exemplo de pontos classificados através do DBSCAN.



pelo DBSCAN. Os pontos verdes são pontos de centro, onde o valor de $MinPts$ é igual a 4. Os pontos amarelos são pontos de borda. Os pontos vermelhos são ruídos. Os pontos com as bordas destacadas são os centros da área circular pontilhada.

