Geometria Computacional 2014.1

Prof. Anselmo Montenegro

Lista de Exercícios 1

Primitivas Geométricas, Polígonos, Problemas Fundamentais

Exercícios de Primitivas Geométricas

1) Escreva um algoritmo *entre*(***u***,***v***,***w***), que dados os vetores ***u***,***v*** e ***w*** $\in R^2$, retorne ERRO se ***u*** e ***v*** são colineares, SIM se w está no ângulo convexo entre ***u*** e ***v*** e NÃO, caso contrário.

2) A curvatura de uma curva contínua suave C, em um ponto p, pode ser definida como o inverso do raio do círculo osculador em p, isto é o círculo que mais de aproxima de C em p. Apresente uma forma de se estimar a curvatura de uma linha poligonal.

3) Descreva uma solução para o problema de se determinar o ponto mais próximo entre duas retas no R^3.

4) Mostre que o volume de um tetraedro $p_1p_2p_3p_4$ é dado por $V = \frac{1}{6}(op_1 \times op_2 + op_2 \times op_3 + op_3 \times op_4 + op_4 \times op_1)$ onde o é um ponto arbitrário do espaço.

5) Mostre que o volume de um poliedro $p_1p_2p_3p_4 \ldots p_n$ do espaço tridimensional é dado por $V = \frac{1}{6}(op_1 \times op_2 + op_2 \times op_3 + op_3 \times op_4 + \ldots op_i + op_4 \times op_1)$ onde o é um ponto arbitrário do espaço. (*)

Exercícios sobre Polígonos

1) Seja P um polígono determinado por um conjunto $S = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ de pontos distintos no plano. Implemente uma algoritmo *convex*(S) que retorna SIM se o polígono é convexo e NÃO se é côncavo.

2) Seja P um polígono com n vértices h buracos. (*)

(a) Forneça uma definição para triangulação.
(b) Mostre que P tem uma triangulação.
(c) Forneça uma fórmula para o número de triângulos de P.

3) Forneça uma solução para triangular um polígono com buracos. (*)

4) Seja L um conjunto de n retas no plano. As regiões limitadas por retas são denominadas faces. Duas faces são adjacentes se compartilha um trecho comum de uma reta em suas fronteiras. Mostre que duas cores são suficientes para colorir as faces de modo que duas adjacentes não tenham a mesma cor.

5) Seja P um polígono simples com n vértices e seja T a triangulação de P. O grafo dual de T, T* é o grafo cujos vértices são triângulos de T nos quais dois triângulos são adjacentes se e somente se eles compartilham uma diagonal. (*)

(a) Mostre que T* é uma árvore.
(b) Use T* para fornecer uma prova de que T pode ser colorida com 3 cores sem que duas faces adjacentes tenham a mesma cor.

6) Descreva uma solução para o problema da Galeria de Arte.

7) Um polígono P é denominado estrelado se existe um ponto p tal que p enxerga todos os pontos q contidos em P. Especifique uma forma de determinar se um polígono é estrelado. (*)

8) Descreva um algoritmo para decomposição de um polígono em polígonos convexos.

9) Determine um algoritmo que forneça uma aproximação para o centro da área de um polígono (*).

Exercícios sobre Problemas Fundamentais

1) Escreva um algoritmo baseado em coordenadas baricêntricas para localizar um ponto em relação a um triângulo.

2) Descreva um algoritmo *closestPair*(*S*), **baseado no paradigma dividir para conquistar**, que tem como entrada um conjunto de pontos no plano $S = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ e retorna o par de pontos mais próximo. Analise a complexidade do algoritmo criado.

3) Descreva um algoritmo para fartherstPair(S) que determina para um conjunto de pontos S os dois mais distantes. Analise a complexidade de seu algoritmo. (*)

4) Escreva um algoritmo que determina se dois triângulos no plano são disjuntos.

5) Usando o esquema de varredura do plano, desenvolva um algoritmo para triangulação baseado em uma abordagem incremental.

6) Implemente o algoritmo randômico para determinação do círculo mínimo de um conjunto de pontos S. Verifique através de experimentos se o custo computacional está relacionado a complexidade de caso médio O(n)

Referências:

- **Satyan L. Devadoss, Joseph O'Rourke, *Discrete and Computational Geometry*, Princeton University Press, 2011.**
- **P. C. P. Carvalho e L. H. de Figueiredo, *Introdução à Geometria Computational*, 18° Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, 1991.**
- ***Notas de aula* do Prof. Luiz Henrique Figueiredo – IMPA.**
- **F. P. Preparata e M. I. Shamos, *Computational Geometry: an Introduction*, Springer-Verlag, 1985.**