

Algoritmo de Vogel
Problema de Transporte

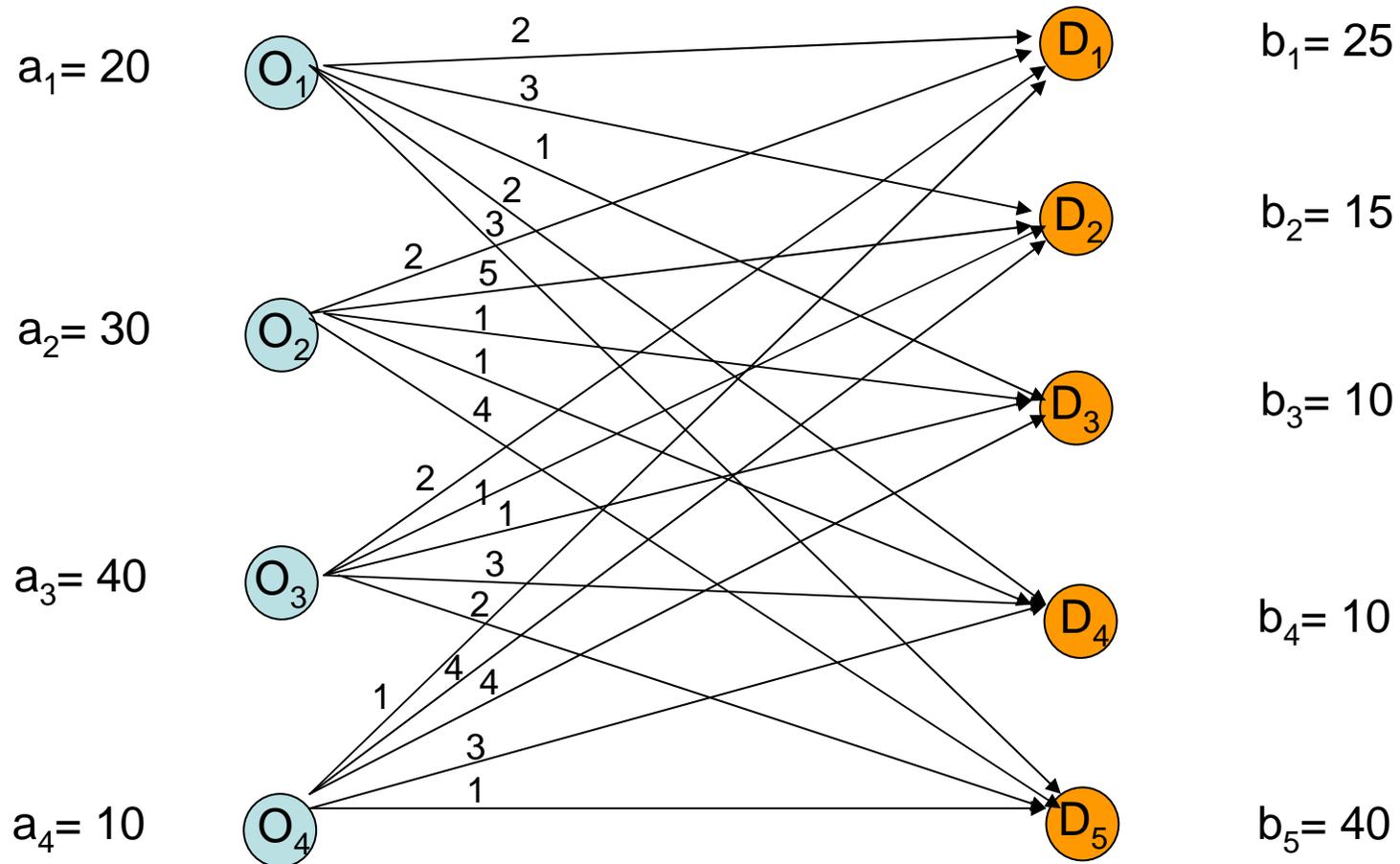
Otimização em Redes

Etienne Oliveira
Prof. Dr. Luiz Satoru Ochi

Problema de Transporte

OFERTA

DEMANDA



Método Vogel Modificado

- A variável básica escolhida é, em cada quadro, a variável que corresponde ao menor custo da linha ou coluna associada à maior das diferenças entre os dois menores custos de cada linha e cada coluna
 - Acrescentar uma linha e uma coluna, com as diferenças entre os dois menores custos, em coluna e em linha respectivamente;
 - Selecionar a maior das diferenças;
 - Selecionar o menor dos custos para esta coluna;
- Modificações propostas ao algoritmo:
 - para o processo de seleção da maior diferença
 - caso haja valores idênticos, selecionar a linha/coluna que apresentar o menor valor absoluto de c_{ij} .
 - Caso haja novamente empate, selecionar a linha/coluna dentre aquelas com menor valor absoluto de c_{ij} e maximizando o mínimo entre as respectivas ofertas e demandas.
 - Para o processo de seleção do menor custo
 - selecionar a linha/coluna com menor c_{ij} que dispor da célula com maior c_{ij} .
 - Persistindo o empate, selecionar, de forma aleatória, uma linha/coluna;

Método Vogel Modificado(1)

Matriz de Entrada

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	Difer.	A _i
O ₁	2	3	1	2	3	1	20
O ₂	2	5	1	1	4	0	30
O ₃	2	1	1	3	2	0	40 25
O ₄	1	4	4	3	1	0	10
Difer.	1	2	0	1	1		
B _j	25	15 0	10	10	40		

1º: acrescentar uma linha e uma coluna com as diferenças entre os dois menores custos.

2º: Selecionar a maior das diferenças: $\max(Difer.)=2$, coluna 2.

3º: Selecionar o menor dos custos para esta coluna: $c_{32}=1$
 $\Rightarrow x_{32}=\min(40,15)=15$

Matriz Resultado

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	A _i
O ₁						
O ₂						
O ₃		15				
O ₄						
B _j						

Método Vogel Modificado(2)

Matriz de Entrada

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	Difer.	A _i
O ₁	2	3	1	2	3	1	20
O ₂	2	5	1	1	4	0	30
O ₃	2	1	1	3	2	1	40 25
O ₄	1	4	4	3	1	0	10 0
Difer.	1	2	0	1	1		
B _j	25 15	15 0	10	10	40 30		

1º: calcular as novas diferenças relativas apenas aos elementos não traçados.

2º: Selecionar a maior das diferenças: $\max(Difer.)=1$, colunas 1, 4 e 5 e linhas 1 e 3.

Matriz Resultado

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	A _i
O ₁						
O ₂						
O ₃	10	15				
O ₄						
B _j						

3º: Selecionar o menor dos custos para as linhas e colunas que apresentem a maior diferença entre oferta e demanda: $x_{13} = \min(20, 10)$; $x_{24} = \min(30, 10)$; $x_{33} = \min(25, 10)$; $x_{41} = \min(10, 15)$; $x_{45} = \min(10, 40)$. Como todos os mínimos foram iguais a 10, selecionar a linha/coluna com maior c_{ij} – linha 4. $\Rightarrow x_{45} = \min(10, 25) = 10$

Método Vogel Modificado(3)

Matriz de Entrada

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	Difer.	A _i
O ₁	2	3	1	2	3	1	20 10
O ₂	2	5	1	1	4	0	30
O ₃	2	1	1	3	2	1	40 25
O ₄	1	4	4	3	1	0	10 0
Difer.	0	2	0	1	1		
B _j	25 15	15 0	10 0	10	40 30		

1º: calcular as novas diferenças relativas apenas aos elementos não traçados.

2º: Selecionar a maior das diferenças: $\max(Difer.)=1$, colunas 4 e 5 e linhas 1 e 3. A coluna 5 será eliminada por dispor de maior c_{ij} .

Matriz Resultado

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	A _i
O ₁		10				
O ₂						
O ₃		15				
O ₄					10	
B _j						

3º: Selecionar o menor dos custos para as linhas e colunas que apresentem a maior diferença entre oferta e demanda: $x_{13} = \min(20,10)$; $x_{24} = \min(30,10)$; $x_{33} = \min(25,10)$. Como todos os mínimos foram iguais a 10, selecionar a linha/coluna com maior $c_{ij}=3$. Como houve novo empate, selecionar aleatoriamente uma linha/coluna. $\Rightarrow x_{13} = \min(20,15)=10$

Método Vogel Modificado(4)

Matriz de Entrada

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	Difer.	A _i
O ₁	2	3	1	2	3	1	20 10
O ₂	2	5	1	1	4	1	30 20
O ₃	2	1	1	3	2	1	40 25
O ₄	1	4	4	3	1	0	10 0
Difer.	0	2	0	1	1		
B _j	25 15	15 0	10 0	10 0	40 30		

1º: calcular as novas diferenças relativas apenas aos elementos não traçados.

2º: Selecionar a maior das diferenças: $\max(Difer.)=1$, colunas 4 e 5 e linhas 1, 2 e 3. A coluna 5 e as linhas 1 e 3 serão eliminadas por dispor de maior cij.

Matriz Resultado

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	A _i
O ₁			10			
O ₂				10		
O ₃		15				
O ₄					10	
B _j						

3º: Selecionar o menor dos custos para as linhas e colunas que apresentem a maior diferença entre oferta e demanda: $x_{24} = \min(30, 10)$; $\Rightarrow x_{24} = \min(30, 10) = 10$

Método Vogel Modificado(5)

Matriz de Entrada

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	Difer.	A _i
O ₁	2	3	1	2	3	1	20 10
O ₂	2	5	1	1	4	2	30 20 5
O ₃	2	1	1	3	2	0	40 25
O ₄	1	4	4	3	1	0	10 0
Difer.	0	2	0	1	1		
B _j	25 15 0	15 0	10 0	10 0	40 30		

1º: calcular as novas diferenças relativas apenas aos elementos não traçados.

2º: Selecionar a maior das diferenças: $\max(Difer.)=2$, linha 2.

Matriz Resultado

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	A _i
O ₁			10			
O ₂				10		
O ₃		15				
O ₄					10	
B _j						

3º: Selecionar o menor dos custos para as linhas e colunas que apresentem a maior diferença entre oferta e demanda: $x_{21} = \min(20,15)$; $\Rightarrow x_{21} = \min(20,15) = 15$

Método Vogel Modificado(6)

Matriz de Entrada

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	Difer.	A _i
O ₁	2	3	1	2	3	1	20 10
O ₂	2	5	1	1	4	2	30 20 5
O ₃	2	1	1	3	2	0	40 25
O ₄	1	4	4	3	1	0	10 0
Difer.	0	2	0	1	1		
B _j	25 15 0	15 0	10 0	10 0	40 30		

1º: As células restantes podem ser preenchidas imediatamente.

Matriz Resultado

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	A _i
O ₁			10		10	
O ₂	15			10	5	
O ₃		15			25	
O ₄					10	
B _j						

$$\text{Custo da Solução} = (1 \times 10) + (3 \times 10) + (2 \times 15) + (1 \times 10) + (4 \times 5) + (1 \times 15) + (2 \times 25) + (1 \times 10) = 185$$