IC/UFF - Análise e Projeto de Algoritmos - Primeira Prova - 2012/2

Questão 1: Conceitue:

(a) Complexidade de caso médio de um algoritmo
(b) Limite inferior de um problema
(c) Algoritmo ótimo

Questão 2: Para calcular o máximo divisor comum (mdc) entre dois números naturais não nulos n e m ($n \geq m$), normalmente utilizamos o algoritmo de Euclides. A sequência a seguir exemplifica o uso do algoritmo para $n = 1234, m = 54$:

$$1234, 54, 46, 8, 6, 2, 0$$

Na sequência acima, cada termo a partir do terceiro é igual ao resto da divisão inteira entre os dois anteriores. Temos então que $mdc(1234, 54) = 2$, que é o penúltimo termo da sequência.

(a) Escreva equações de recorrência para calcular $mdc(n, m)$. Use a notação $x \ mod \ y$ para designar o resto da divisão inteira de x por y.

(b) Descreva um algoritmo para calcular $mdc(n, m)$. Determine sua complexidade.

Questão 3: Falso ou verdadeiro? (Justifique.) Seja L um vetor com n elementos, onde cada elemento de L vale a, b ou c. Então, é possível ordenar L com complexidade de pior caso $O(n)$.

Questão 4: Resolva os itens a seguir.

(a) Descreva um algoritmo recursivo baseado na técnica de divisão-e-conquista para determinar *os dois menores elementos* de um vetor V contendo $n \geq 2$ elementos.

(b) Calcule a complexidade do algoritmo acima (número de comparações efetuadas).

Questão 5: Considere o seguinte algoritmo:

Entrada: vetor $L[1 \cdots n]$ contendo n elementos
para $i = 1 \ldots n-1$ faça
    $j \leftarrow i + 1$
    enquanto $j \leq n$ faça
        se $L[i] > L[j]$ então troque os elementos $L[i]$ e $L[j]$
        $j \leftarrow j + 1$

(a) Qual é a complexidade de *pior caso* do algoritmo acima? (Baseada em *número de trocas entre elementos*.) Descreva uma entrada com $n = 5$ elementos que leva o algoritmo ao *pior caso*, mostrando as trocas de elementos efetuadas.

(b) Idem, mas agora para *melhor caso*.