IC/UFF - Análise e Síntese de Algoritmos - Primeira Prova - 2010/2

Primeira Prova

Questão 1: Conceitue:

(a) Complexidade de pior caso de um algoritmo

(b) Limite inferior de um problema

(c) Algoritmo ótimo

Questão 2: Para calcular o máximo divisor comum (mdc) entre dois números naturais não nulos n e m ($n \geq m$), normalmente utilizamos o algoritmo de Euclides. A sequência a seguir exemplifica o uso do algoritmo para $n = 1234, m = 54$:

$$1234, 54, 46, 8, 6, 2, 0$$

Na sequência acima, cada termo a partir do terceiro é igual ao resto da divisão inteira entre os dois anteriores. Temos então que $mdc(1234, 54) = 2$, que é o penúltimo termo da sequência.

(a) Escreva equações de recorrência para calcular $mdc(n, m)$. Use a notação $x \; mod \; y$ para designar o resto da divisão inteira de x por y.

(b) Descreva um algoritmo para calcular $mdc(n, m)$. Determine sua complexidade.

Questão 3: Uma matriz $m \times n$ contém como elementos $1, 2, \ldots, n^2 - 1$, além de um elemento branco, dispostos de forma arbitrária. A matriz pode ser modificada, mediante trocas sucessivas de posição entre o elemento branco e algum outro contíguo a ele, na mesma linha ou coluna. Descrever um método para transformar a matriz dada, mediante trocas de posição com o elemento branco, em uma matriz em que os elementos apareçam ordenados nas linhas e colunas, com o elemento branco na posição inferior direita, conforme indica a figura. Pergunta-se: o problema sempre apresenta solução?

Configuração Inicial:

13	1	4	5
10	**B**	2	9
3	14	12	15
11	6	8	7

Configuração Final:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	**B**

Questão 4: Descreva um algoritmo para determinar o segundo menor elemento de um conjunto $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$. Determinar exatamente o número de comparações efetuadas pelo algoritmo. O algoritmo será considerado tão melhor quanto menor for este número de comparações!.