IC/UFF - Análise e Síntese de Algoritmos - Primeira Prova - 2013/1

Questão 1: Falso ou verdadeiro? (justifique)

(a) (1,0) Se a complexidade de pior caso de um algoritmo A que resolve um problema P é $T(n) = O(n \log n)$, então o limite inferior assintótico $\ell(n)$ de P satisfaz $\ell(n) = \Omega(n \log n)$.

(b) (1,0) O algoritmo de ordenação QUICKSORT tem complexidade de pior caso $T(n) = \Theta(n^2)$ quando todos os n elementos do vetor de entrada são iguais.

Questão 2: Considere o seguinte algoritmo:

função mistério(y, z)
entrada: números naturais y e z
$x \leftarrow 0$;
enquanto $z > 0$ **faça**
    se z mod $2 = 1$ **então** $x \leftarrow x + y$ **fim-se**;   (z mod 2 calcula o resto da divisão de z por 2)
    $y \leftarrow 2y$; $z \leftarrow \lfloor z/2 \rfloor$;
fim-enquanto
retorne(x);
fim-função

(a) (1,0) O que faz o algoritmo acima? (justifique)

(b) (1,0) Calcule a complexidade de pior caso do algoritmo acima, contando o número de somas $x + y$. Descreva as entradas que levam o algoritmo ao pior caso.

Questão 3: Resolva os itens abaixo.

(a) (2,0) Elabore um algoritmo para o seguinte problema: Dado um vetor $V[1..n]$ com n elementos, determine um subvetor $V[i..j]$ de $V[1..n]$ tal que: (a) $V[i] \leq V[i+1] \leq \ldots \leq V[j]$; (b) o valor $j - i + 1$ é máximo. Este problema é conhecido como SUBSEQUÊNCIA CONTÍGUA ORDENADA MAIS LONGA.

(b) (1,0) Calcule a complexidade de pior caso do algoritmo acima.

Questão 4: É dado o algoritmo recursivo abaixo:

ALGORITMO(L, i, j)
se $i = j$ então retorne $(L[i], L[i])$
senão se $j = i + 1$ então
        se $L[i] < L[j]$ então retorne $(L[i], L[j])$
        senão retorne $(L[j], L[i])$
    senão
        $m \leftarrow \lfloor (i + j)/2 \rfloor$
        $(a, b) \leftarrow$ ALGORITMO(L, i, m)
        $(c, d) \leftarrow$ ALGORITMO$(L, m + 1, j)$
        se $a < c$ então $min \leftarrow a$ senão $min \leftarrow c$
        se $b > d$ então $max \leftarrow b$ senão $max \leftarrow d$
        retorne(min, max)

Considere a chamada externa ALGORITMO$(L, 1, n)$, para um vetor de entrada L com n elementos. Seja $T(n)$ o número de comparações que ALGORITMO realiza quando existem n elementos no vetor de entrada.

(a) (1,0) Escreva as equações de recorrência que definem $T(n)$, de acordo com o algoritmo acima.

(b) (2,0) Resolva a recorrência do item (a) pelo método das substituições sucessivas, supondo que n é uma potência de 2. Depois, prove por indução que a fórmula fechada obtida está correta.