IC/UFF - Análise e Projeto de Algoritmos - Segunda Prova - 2012/2

Questão 1: Conceitue:

(a) Classe NP
(b) Transformação (ou redução) polinomial de um problema Π_1 para um problema Π_2

Questão 2: É dado um conjunto de símbolos $s_1, s_2, \ldots, s_8$ onde cada símbolo s_i têm uma frequência de ocorrência f_i, para $1 \leq i \leq 8$.

(a) Determine uma árvore de Huffman para os símbolos $s_1, \ldots, s_8$, quando $f_1 = 1, f_2 = 6, f_3 = 2, f_4 = 1, f_5 = 1, f_6 = 9, f_7 = 2, f_8 = 3$. Para cada símbolo s_i, escreva sua codificação binária resultante da árvore.

(b) Forneça valores para as frequências $f_1, f_2, \ldots, f_8$ de modo que a árvore de Huffman resultante tenha altura máxima possível.

Questão 3: Considere o problema DISTÂNCIA MÍNIMA DE EDIÇÃO: dadas duas strings s e t, calcular o menor número de operações de edição necessárias para converter s em t, onde cada operação de edição pode ser uma *inserção*, uma *remoção* ou uma *substituição* de um caractere.

(a) Seja $D(i, j)$ o menor número de operações de edição necessárias para converter a string $s[1 \ldots i]$ na string $t[1 \ldots j]$. Escreva equações de recorrência que definem o valor de $D(i, j)$.

(b) Suponha $s =$ACESA e $t =$CASO. Usando as equações do item (a), monte uma tabela de programação dinâmica contendo todos os valores $D(i, j)$, onde $0 \leq i \leq 5$ e $0 \leq j \leq 4$.

Questão 4: Considere uma matriz $M_{n \times n}$ onde cada casa $M[i, j]$ vale 0 (casa livre) ou 1 (casa proibida). Deseja-se descobrir se existe um caminho da casa $M[1, 1]$ até a casa $M[n, n]$ que passe somente por casas livres. Pode-se passar de uma casa para outra quando estas são contíguas na mesma linha ou coluna.

(a) Escreva um algoritmo baseado na técnica de *backtracking* para resolver o problema acima.

(b) Determine a complexidade de pior caso do seu algoritmo em função de n, justificando.

Questão 5: Considere o problema CAMINHO LONGO EM GRAFOS, assim definido:
Entrada: Um grafo G e um inteiro positivo k.
Questão: Existe em G um caminho com pelo menos k arestas?

(a) Mostre que o problema CAMINHO LONGO EM GRAFOS pertence à classe NP.

(b) Mostre que existe uma redução polinomial do problema CAMINHO HAMILTONIANO para o problema CAMINHO LONGO EM GRAFOS, e conclua que este último é NP-completo.

CAMINHO HAMILTONIANO
Entrada: Um grafo G.
Questão: Existe em G um caminho que passa por todos os vértices?