

4. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL:

4.1

- TESTES ESTATÍSTICOS

DEFINIÇÕES:

i) A MÉDIA AMOSTRAL E A VARIÂNCIA AMOSTRAL DE n AMOSTRAS ALEATÓRIAS $\{z_i\}_{i=1}^n$ SÃO DEFINIDAS COMO

$$\begin{cases} \mu_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \\ \sigma_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu_n)^2 \end{cases}$$

ii) FUNÇÃO DENSIDADE EMPÍRICA:

SE TENHOS n AMOSTRAS DE UMA V.A. CONTÍNUA, X , PODEMOS DIVIDIR O EIXO x EM SUBINTERVALOS DE LARGURA Δx , E CONTAR QUANTAS AMOSTRAS CAEM EM CADA SUBINTERVALO $[i\Delta x, (i+1)\Delta x]$

SE N_i AMOSTRAS CAEM NESTE SUBINTERVALO, PODEMOS APROXIMAR A PROBABILIDADE PELA FREQUÊNCIA RELATIVA, OBTENDO

$$Pr[i\Delta x \leq X \leq (i+1)\Delta x] \simeq \frac{N_i}{n}$$

COMO

$$Pr[i\Delta x \leq X \leq (i+1)\Delta x] = \int_{i\Delta x}^{(i+1)\Delta x} f(x) dx \simeq \Delta x f(x_i)$$

A FUNÇÃO DENSIDADE PODE SER ESTIMADA POR

$$f(x_i) \simeq \frac{N_i}{n\Delta x}$$

iii) GRÁFICOS QUANTIL X QUANTIL

DADA A FUNÇÃO DENSIDADE $f(x)$, E UM VALOR p , $0 < p < 1$
 DEFINIMOS O p -ÉSIMO QUANTIL DE $f(x)$ COMO O VALOR
 $z(p)$ TAL QUE

$$\int_{-\infty}^{z(p)} f(x) dx = p$$

\Rightarrow SE CONSIDERARMOS VALORES p_i IGUALMENTE
 ESPAÇADOS, OS VALORES $z(p_i)$ CORRESPONDENTES
 DIVIDEM O EIXO x EM INTERVALOS EQUIPROVÁVEIS.

PARA OBTER O GRÁFICO QUANTIL-QUANTIL, DADO UM CONJUNTO
 DE n AMOSTRAS $\{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ ORDENADAS EM VALORES
CRESCENTES, MÓS CALCULAMOS OS QUANTIS

$$z\left(\frac{k}{n+1}\right), \quad k=1, 2, \dots, n$$

E OS PLOTAMOS EM FUNÇÃO DE z_k .

\Rightarrow SE TODAS AS AMOSTRAS SÃO DA MESMA FUNÇÃO
DENSIDADE, OS PONTOS DO GRÁFICO VÃO SE ALINHAR
 EM UMA RETA DE COEFICIENTE ANGULAR 1.

iv) INTERVALO DE CONFIANÇA

DADA A VARIÁVEL ALEATÓRIA X , SE

$$Pr[a \leq X \leq b] = 0,95$$

ENTÃO O INTERVALO $[a, b]$ É UM INTERVALO DE CONFIANÇA
DE 95% PARA A VARIÁVEL X .

Se X é uma variável normal padrão, $X \sim N(0,1)$, Temos

4.3

$$Pr[-1,96 \leq X \leq 1,96] = 0,95$$

Portanto,

$[-1,96, 1,96]$ é um intervalo de confiança de 95% para $N(0,1)$

No caso geral, Se $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, vale

$$Pr[\mu - 1,96\sigma \leq X \leq \mu + 1,96\sigma]$$

Portanto,

$[\mu - 1,96\sigma, \mu + 1,96\sigma]$ é um intervalo de confiança de 95% para $N(\mu, \sigma^2)$

\Rightarrow Para amostras i.i.d. normais, 95 de cada 100 amostras encontram-se dentro de dois desvios padrões da média.

- Dinâmica do Preço de um Ativo:

4.4

Retorno de uma Ação:

$$R_i = \frac{S(t_{i+1}) - S(t_i)}{S(t_i)}$$

Onde $S(t_i)$ e $S(t_{i+1})$ são os preços da Ação em dois momentos sucessivos (e.g., dias ou meses).

Retorno Padronizado:

$$\hat{R}_i = \frac{R_i - \mu}{\sigma}$$

$$\text{Onde } \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \text{ e } \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \mu)^2$$

São estimativas da média e da variância de R_i .

OBS.: Como os retornos diários ou semanais costumam ser valores muito pequenos, eles são equivalentes às razões logarítmicas dos preços do ativo.

$$\begin{aligned} \log \left[\frac{S(t_{i+1})}{S(t_i)} \right] &= \log \left[1 + \frac{S(t_{i+1}) - S(t_i)}{S(t_i)} \right] \simeq \\ &\simeq \frac{S(t_{i+1}) - S(t_i)}{S(t_i)} = R_i \end{aligned}$$

Onde usamos

$$\log(1+x) \simeq x$$

- HIPÓTESES ASSUMIDAS NA PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS:

4.5

HIPÓTESE DA EFICIÊNCIA DO MERCADO:

- O preço de um ativo é uma medida da confiança dos investidores
 \Rightarrow é influenciado por notícias, rumores e especulações
- A hipótese da eficiência do mercado assume que este responde instantaneamente a estas e outras influências externas.
- A hipótese: 'O valor corrente de um ativo reflete toda a informação passada'.

\Rightarrow Se desejamos prever o valor futuro de um ativo, o conhecimento de todos os seus valores passados não constitui vantagem sobre o conhecimento apenas do seu valor corrente.

\Rightarrow Uma equação que descreva a evolução do preço do ativo entre t e $t + \Delta t$ vai envolver apenas o preço no instante t , e não nos instantes anteriores.

OUTRAS HIPÓTESES:

- O preço do ativo pode assumir qualquer valor não-negativo.
- Compra/venda do ativo podem ser em qualquer momento, e em qualquer quantidade.
- O preço de compra é igual ao de venda, e não há custos de transação.
- Não há pagamento de dividendos ou desdobramento de ações.
- A venda a descoberto é permitida.
- Uma única taxa de juros sem risco vale para o depósito ou o empréstimo bancário de qualquer quantia.