Revisão de Variáveis Complexas

- Uma variável complexa fica definida por duas variáveis reais:

$$z = a + jb, \quad \text{(forma cartesiana)}$$

onde $j^2 = -1$

$a = Re\{z\}$ (Parte Real de z)

$b = Im\{z\}$ (Parte Imaginária de z)

- Uma função complexa importante é a *exponencial complexa*:

$$\exp j\theta = \cos\theta + j\sin\theta$$

$\rightarrow$ Periódica de período 2π

- Da representação gráfica:

$$a = |z|\cos\theta, \; b = |z|\sin\theta$$

e

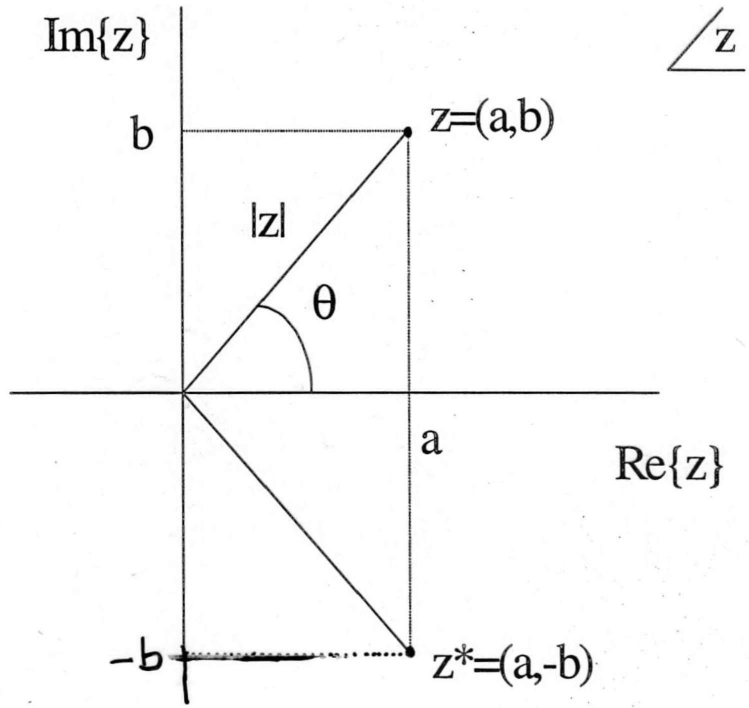
$$z = |z|(\cos\theta + j\sin\theta) = |z|\exp j\theta \quad \text{(forma polar)}$$

Também,

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \tan\theta = \frac{b}{a}$$

$z^* = a - jb$ é dito o *conjugado complexo* de z

Plano Complexo



$$z^*z = (a - jb)(a + jb) = a^2 + b^2 = |z|^2$$

Representações Ortogonais de um Sinal

- Um conjunto de sinais complexos

$$\{\phi_i(x), i \in \mathcal{Z}\}$$

é dito *ortogonal* sobre um intervalo $a < x < b$, se

$$\int_a^b \phi_l^*(x)\phi_k(x)dx = E_k\delta_{l,k}$$

onde

$$\delta_{l,k} = \begin{cases} 1 & : \quad l = k \\ 0 & : \quad l \neq k \end{cases} \quad \text{(Delta de Kronecker)}$$

Portanto,

$$\int_a^b \phi_l^*(x)\phi_l(x)dx = \int_a^b |\phi_l(x)|^2 dx = E_l$$

Se $E_l = 1$, o conjunto $\{\phi_i(x)\}$ é dito *ortonormal* em (a, b).

Exemplos:

1. O conjunto $\phi_m(x) = \sin(mx)$, $m = 1, 2, 3, \ldots$, é *ortogonal* em $(-\pi, \pi)$.
2. O conjunto $\phi_n(x) = \exp jn\omega x$, $n \in \mathcal{Z}$, é *ortogonal* em $(-\frac{\pi}{\omega}, \frac{\pi}{\omega})$.