

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

PUCA HUACHI VAZ PENNA

**UM ALGORITMO UNIFICADO PARA UMA  
CLASSE DE PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE  
VEÍCULOS COM FROTA HETEROGÊNEA**

NITERÓI

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

PUCA HUACHI VAZ PENNA

**UM ALGORITMO UNIFICADO PARA UMA  
CLASSE DE PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE  
VEÍCULOS COM FROTA HETEROGÊNEA**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Computação da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial para a obtenção do Grau de Doutor em Computação. Área de concentração: Algoritmos e Otimização.

Orientador:  
LUIZ SATORU OCHI

NITERÓI

2013

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca da Escola de Engenharia e Instituto de Computação da UFF

P412 Penna, Puca Huachi Vaz

Um algoritmo unificado para uma classe de problemas de roteamento de veículos com frota heterogênea / Puca Huachi Vaz Penna. – Niterói, RJ : [s.n.], 2013.  
170 f.

Tese (Doutorado em Computação) - Universidade Federal Fluminense, 2013.  
Orientador: Luiz Satoru Ochi.

1. Problema de roteamento de veículo. 2. Metaheurística. 3. Algoritmo. I. Título.

CDD 005.136

PUCA HUACHI VAZ PENNA

UM ALGORITMO UNIFICADO PARA UMA CLASSE DE PROBLEMAS DE  
ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTA HETEROGÊNEA

Tese de Doutorado apresentada ao Programa  
de Pós-Graduação em Computação da Uni-  
versidade Federal Fluminense como requisito  
parcial para a obtenção do Grau de Dou-  
tor em Computação. Área de concentração:  
Algoritmos e Otimização

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Luiz Satoru Ochi - Orientador, UFF

---

Profa. Simone de Lima Martins, UFF

---

Prof. Carlos Alberto de Jesus Martinhon, UFF

---

Prof. Geraldo Robson Mateus, UFMG

---

Prof. Marcone Jamilson Freitas Souza, UFOP

Niterói

2013

# Agradecimentos

Gostaria de expressar meus agradecimentos a todos, que de alguma forma, contribuíram para a realização desta tese, em especial:

A Deus pelo dom da vida.

À minha esposa Temis que conseguiu ter paciência e tolerância com as minhas ausências e que graças ao seu apoio e carinho tornou essa caminhada possível.

Aos meus pais Tattu Penna e Neide Vaz que me ensinaram que o verdadeiro alicerce de nossas vidas é a família.

Às minhas irmãs Uiara, Violeta, Camélia, aos irmãos Taiandir e Rairu e aos meus tios, tias, primos e primas, que juntos, me fazem acreditar na importância dos laços familiares.

Ao meu orientador Prof. Luiz Satoru pelo apoio, suporte, direcionamento e incentivo na realização desse trabalho.

Aos membros da banca pelos comentários e contribuições, especialmente ao Prof. Marcone por ter acreditado e me incentivado a ingressar na vida acadêmica.

Aos professores Eduardo Uchoa, Christian Prins e aos amigos Anand Subramanian e Thibaut Vidal pelas ideias e colaborações.

Aos incontáveis amigos de pós-graduação, entre eles, Adria, Carlão, Diego, Edcarllos, Eyder, Flávio, Gleiph, Gustavo Carvalho, Gustavo Semaan, Hugo, Igor, Idalmis, Jacques, Juliana, Julliany, Luciana, Luciene, Marcelo, Marcos Melo, Marcos Guerine, Mario, Matheus, Pablo, Rafael, Renatha, Sabir, Sérgio, Stênio, Tiago, Vinicius pelos estudos e momentos de diversão compartilhados.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Computação do Instituto de Computação da UFF pelos ensinamentos.

Aos técnicos-administrativos do Programa e do Instituto pelo apoio e suporte.

Ao Programa de Pós-graduação em Computação do Instituto de Computação da UFF pela oportunidade.

A todos, meu muito obrigado!

# Resumo

Este trabalho trata uma classe de Problemas de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea (PRVFH). O PRVFH é  $\mathcal{NP}$ -difícil pois é uma generalização do Problema de Roteamento de Veículos (PRV), onde os clientes são atendidos por uma frota heterogênea de veículos com capacidades e custos distintos. Para resolver os problemas estudados duas abordagens são apresentadas. A primeira utiliza um algoritmo heurístico, baseado na meta-heurística *Iterated Local Search* que faz uso do procedimento *Variable Neighborhood Descent* com ordem aleatória de vizinhança na fase de busca local. A segunda, é uma abordagem híbrida que utiliza um método exato baseado no Problema de Particionamento de Conjuntos para incorporar características de memória ao primeiro algoritmo. As heurísticas apresentadas nesta tese são capazes de resolver de modo eficiente 14 variantes do PRVFH e ainda podem ser aplicadas em diversas outras variantes do PRV. Entre os trabalhos encontrados na literatura, não foi possível identificar um capaz de aplicado a este número de variantes do PRVFH. Para verificar a eficiência dos algoritmos desenvolvidos, estes são testados em um grande número de problemas-teste da literatura, totalizando 1388 instâncias, referentes às variantes consideradas. Deste total, os algoritmos apresentados conseguem, em 75,94% dos casos, obter valores melhores ou iguais aos melhores resultados conhecidos. Para a versão híbrida do algoritmo esse valor chega a 85,32%. Estes resultados mostram que os algoritmos desenvolvidos produzem soluções finais de alta qualidade e baixa variabilidade quando comparados com os algoritmos da literatura.

**Palavras-chave:** Problemas de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea; Meta-heurística; *Iterated Local Search*; *Matheuristics*; Particionamento de Conjuntos.

# Abstract

This paper deals with the a large class of Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problems (HFVRP). The HFVRP is  $\mathcal{NP}$ -hard since it is a generalization of the classical Vehicle Routing Problem (VRP), in which clients are served by a heterogeneous fleet of vehicles with distinct capacities and costs. The objective is to design a set of routes in such a way that the sum of the costs is minimized. Two approaches are presented to tackle this class of problems. The first is based on the Iterated Local Search (ILS) metaheuristic which uses a Variable Neighborhood Descent procedure, with a random neighborhood ordering (RVND), in the local search phase. The second approach is a hybrid heuristic that uses a Set Partitioning (SP) formulation to add memory to the first algorithm. To the best of our knowledge, this is the first unified approach for the HFVRP. The developed heuristics can be used to solve 14 variants of the HFVRP and can also be applied to several VRP variants. In order to verify the efficiency of the algorithms, they were tested on 1388 well-known benchmark instances. In these sets of instances the presented heuristics were capable to equal or improve 75.94% of the best know solutions. When the hybrid approach is considered, the value reaches 85.32%. The results obtained show that the developed algorithms produce high quality solutions with a low variability, compared with those found in the literature.

**Keywords:** Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem, Fleet Size and Mix, Metaheuristic, Iterated Local Search, Matheuristics, Set Partitioning.

# Lista de Abreviaturas e Siglas

ACVRP	: <i>Asymmetric Capacitated Vehicle Routing Problem;</i>
AG	: Algoritmo Genético;
AM	: Algoritmo Memético;
APD	: Algoritmo Primal-Dual;
BCP	: <i>Branch-Cut-and-Price;</i>
BT	: Busca Tabu;
CF	: Colônia de Formigas;
EVC	: Estruturas de Vizinhanças Compostas;
ILS	: <i>Iterated Local Search;</i>
JT	: Janelas de Tempo;
FSM	: <i>Fleet Size and Mix;</i>
GC	: Geração de Colunas;
GRASP	: <i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure;</i>
HAVRP	: <i>Heterogeneous Asymmetric Vehicle Routing Problem;</i>
HFFVRP	: <i>Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem;</i>
HHURVFH	: Heurística Híbrida para Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea;
HOVRP	: <i>Heterogeneous Open Vehicle Routing Problem;</i>
HURVFH	: Heurística para Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea;
HVRPB	: <i>Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Backhauls;</i>
HVRPSD	: <i>Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Split Delivery;</i>
HVRPSPD	: <i>Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery;</i>
HVRPTW	: <i>Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Time Windows;</i>
MDHVRPTW	: <i>Multi-Depot Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Time Windows;</i>
MDHVRP	: <i>Multi-Depot Heterogeneous Vehicle Routing Problem;</i>
OC	: Otimização Combinatória;



---

OEP	: Otimização por Enxame de Partículas;
OVRP	: <i>Open Vehicle Routing Problem</i> ;
PAL	: Problema de Alocação Linear;
PIM	: Programação Inteira Mista;
PMA	: Programação por Memória Adaptativa;
PO	: Pesquisa Operacional;
PPC	: Problema de Particionamento de Conjuntos;
PRV	: Problema de Roteamento de Veículos;
PRVA	: Problema de Roteamento de Veículos Aberto;
PRVB	: Problema de Roteamento de Veículos com <i>Backhauls</i> ;
PRVC	: Problema de Roteamento de Veículos Capacitado;
PRVCEM	: Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Mista;
PRVCES	: Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea;
PRVCFHA	: Problema de Roteamento de Veículos Capacitado com Frota Heterogênea Assimétrico;
PRVDFH	: Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea;
PRVDFH-F	: Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea com custo Fixo;
PRVDFH-FV	: Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea com custo Fixo e Variável;
PRVDFH-V	: Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea com custo Variável;
PRVDFHB	: Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea e <i>Backhauls</i> ;
PRVDFHJT	: Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea e Janelas de Tempo;
PRVDFHMD	: Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea e Múltiplos Depósitos;
PRVFDHMDJT	: Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea, Múltiplos Depósitos e Janelas de Tempo;
PRVFH	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea;
PRVFHA	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Aberto;

---

PRVFHB	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e <i>Backhauls</i> ;
PRVFHCEMJT	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, Coleta e Entrega Mista e Janelas de Tempo;
PRVFHCES	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea com Coleta e Entrega Simultânea;
PRVFHED	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Entrega Dividida;
PRVFHEDJT	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Entrega Dividida e Janelas de Tempo;
PRVFHF	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa;
PRVFHF-FV	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa com custo Fixo e Variável;
PRVFHF-V	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa com custo Variável;
PRVFHFBMJT	: Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa <i>Backhauls</i> Misto e Janelas de Tempo;
PRVJT	: Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo;
PRVMD	: Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos;
PRVMDCEM	: Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos e Coleta e Entrega Mista;
PRVMDJT	: Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos e Janelas de Tempo;
PRVSD	: Problema de Roteamento de Veículos com <i>Site Dependent</i> ;
PRVSDJT	: Problema de Roteamento de Veículos com <i>Site Dependent</i> e Janelas de Tempo;
RC	: Reconexão por Caminhos;
RFS	: Redimensionamento de Frota Simples;
RTR	: <i>Record-to-Record Travel</i> ;
RVND	: <i>Random Variable Neighborhood Descent</i> ;
SDVRP	: <i>Site Dependent Vehicle Routing Problem</i> ;
SDVRPTW	: <i>Site Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows</i> ;
SP	: <i>Set Partitioning</i> ;
SS	: <i>Scatter Search</i> ;
TA	: <i>Threshold Accepting</i> ;
TSP	: <i>Traveling Salesman Problem</i> ;

---

VND	: <i>Variable Neighborhood Descent;</i>
VNS	: <i>Variable Neighborhood Search;</i>
VRP	: <i>Vehicle Routing Problem;</i>
VRPB	: <i>Vehicle Routing Problem with Backhauls;</i>
VRPB	: <i>Vehicle Routing Problem with Mixed Backhauls;</i>
VRPMPD	: <i>Vehicle Routing Problem Mixed Pickup and Delivery;</i>
VRPSD	: <i>Vehicle Routing Problem with Split Delivery;</i>
VRPSPD	: <i>Vehicle Routing Problem Simultaneous Pickup and Delivery;</i>
VRPTW	: <i>Vehicle Routing Problem with Time Windows;</i>

# Lista de Figuras

3.1	Exemplo de Recombinação de Sequências . . . . .	35
3.2	Sequências Recombinadas para Execução de Movimentos . . . . .	36
3.3	Penalização da Janela de Tempo . . . . .	37
3.4	Vizinhanças Inter-Rotas . . . . .	39
3.5	Vizinhanças Inter-Rotas para Problemas Multi-Depósitos . . . . .	43
3.6	Vizinhanças Intrarrotas . . . . .	47
4.1	Problemas-teste Correlacionados (Inst. no. 17 [Taillard, 1999]) . . . . .	61
4.2	Problemas-teste não-Correlacionados (Inst. # 06 [Duhamel <i>et al.</i> , 2011]) . . . . .	62

# Lista de Tabelas

1.1	Problemas de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea . . . . .	4
1.2	Problemas de Roteamento de Veículos com Frota Homogênea Tratados . .	4
2.1	Características dos trabalhos para o PRVDFH . . . . .	13
2.2	Características dos trabalhos para o PRVFHF . . . . .	14
2.3	Características dos trabalhos para o PRVFHA . . . . .	15
2.4	Características dos trabalhos para o PRVCFHA . . . . .	16
2.5	Características dos trabalhos para o PRVDFHMD . . . . .	17
2.6	Características dos trabalhos para o PRVFHFB . . . . .	18
2.7	Características dos trabalhos para o PRVDFHB . . . . .	19
2.8	Características dos trabalhos para o PRVSD . . . . .	20
2.9	Características dos trabalhos para o PRVFHED . . . . .	21
2.10	Características dos trabalhos para o PRVDFHJT . . . . .	22
2.11	Características dos trabalhos para o PRVDFHMDJT . . . . .	23
2.12	Características dos trabalhos para o PRVFHEDJT . . . . .	23
2.13	Características dos trabalhos para o PRVSDJT . . . . .	24
2.14	Características dos trabalhos para o PRVFHFBJT . . . . .	24
4.1	Características das Instâncias do PRVFH [Golden <i>et al.</i> , 1984, Taillard, 1999]	55
4.2	Desvio médio e tempo (s) das soluções para cada $\beta$ com $MaxIterMS = 350$	56
4.3	Desvio médio e tempo (s) das soluções para cada $\beta$ com $MaxIterMS = 400$	57
4.4	Desvio médio e tempo (s) das soluções para cada $\beta$ com $MaxIterMS = 450$	57
4.5	Impacto do mecanismo de perturbação nas instâncias do PRVFHF . . . . .	58
4.6	Impacto do mecanismo de perturbação nas instâncias do PRVDFH . . . . .	59

4.7	Ordem Determinística versus Ordem Aleatória do VND . . . . .	60
4.8	Resultados das versões do HURVFH em problemas-testes com custos correlacionados [Taillard, 1999, Brandão, 2011] . . . . .	63
4.9	Resultados das versões do HURVFH em problemas-testes com custos não-correlacionados [Duhamel <i>et al.</i> , 2011] . . . . .	63
4.10	Características das Instâncias do PRVHF [Brandão, 2011] . . . . .	66
4.11	Resultados do HURVFH para o PRVDFH-FV . . . . .	67
4.12	Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVDFH-FV . . . . .	67
4.13	Resultados do HURVFH para o PRVDFH-F . . . . .	68
4.14	Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVDFH-F . . . . .	68
4.15	Resultados do HURVFH para o PRVDFH-V . . . . .	69
4.16	Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVDFH-V . . . . .	69
4.17	Resultados do HURVFH para o PRVDFH-V ([Brandão, 2011]) . . . . .	70
4.18	Resumo dos Resultados do HURVFH para o PRVDFH-V ([Brandão, 2011]) . . . . .	70
4.19	Resultados do HURVFH para o PRVFHF-FV . . . . .	71
4.20	Resultados do HURVFH para o PRVFHF-FV (conj. 1 [Duhamel <i>et al.</i> , 2011]) . . . . .	72
4.21	Resultados do HURVFH para o PRVFHF-FV (conj. 2 [Duhamel <i>et al.</i> , 2011]) . . . . .	73
4.22	Resultados do HURVFH para o PRVFHF-FV (conj. 3 [Duhamel <i>et al.</i> , 2011]) . . . . .	74
4.23	Resultados do HURVFH para o PRVFHF-FV (conj. 4 [Duhamel <i>et al.</i> , 2011]) . . . . .	75
4.24	Características das Instâncias do PRVFHF [Li <i>et al.</i> , 2007] . . . . .	75
4.25	Resultados do HURVFH para o PRVFHF-V nas instâncias de [Taillard, 1999] . . . . .	76
4.26	Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVFHF-V . . . . .	76
4.27	Resultados do HURVFH para o PRVFHF-V nas instâncias de [Brandão, 2011] . . . . .	77
4.28	Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVFHF-V nas instâncias de [Brandão, 2011] . . . . .	77
4.29	Resultados do HURVFH para o PRVFHF-V nas instâncias de [Li <i>et al.</i> , 2007] . . . . .	78

4.30	Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVFHF-V nas instâncias de [Li <i>et al.</i> , 2007] . . . . .	78
4.31	Resultados do HURVFH para o PRVFHA . . . . .	79
4.32	Resultados do HURVFH para o PRVDFHMD . . . . .	80
4.33	Características das Instâncias do PRVFHFB [Tütüncü, 2010] . . . . .	81
4.34	Resultados do HURVFH para o PRVFHB . . . . .	82
4.35	Características das Instâncias do PRVDFHB [Salhi <i>et al.</i> , 2013b] . . . . .	83
4.36	Resultados do HURVFH para o PRVDFHB . . . . .	84
4.37	Resultados do HURVFH para o PRVSD (Instâncias velhas) . . . . .	85
4.38	Resultados do HURVFH para o PRVSD (Instâncias novas) . . . . .	86
4.39	Resultados do HURVFH para o PRVFHED . . . . .	87
4.40	Características das Instâncias do PRVDFHJT [Liu & Shen, 1999] . . . . .	88
4.41	Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota A) . . . . .	90
4.42	Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota B) . . . . .	91
4.43	Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota C) . . . . .	92
4.44	Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota A) . . . . .	93
4.45	Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota B) . . . . .	94
4.46	Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota C) . . . . .	95
4.47	Características das Instâncias do PRVFHBMJT . . . . .	96
4.48	Resultados do HURVFH para o PRVFHMBJT (instâncias C) . . . . .	97
4.49	Resultados do HURVFH para o PRVFHMBJT (instâncias RC) . . . . .	97
4.50	Resultados do HURVFH para o PRVFHMBJT (instâncias R) . . . . .	98
4.51	Resultados do HURVFH para o PRVSDJT . . . . .	99
4.52	Avaliação do desempenho de cada fase do HHURVFH . . . . .	101
4.53	Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-FV ([Taillard, 1999]) . . . . .	102
4.54	Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-FV ([Taillard, 1999]) . . . . .	102

4.55 Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-F ([Taillard, 1999]) . . . . .	103
4.56 Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-F ([Taillard, 1999])	103
4.57 Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-V ([Taillard, 1999]) . . . . .	104
4.58 Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-V ([Taillard, 1999])	104
4.59 Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-V [Brandão, 2011] . . . . .	105
4.60 Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-V (Instâncias de [Brandão, 2011]) . . . . .	105
4.61 Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV [Taillard, 1999] . . . . .	106
4.62 Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV (Instâncias de [Taillard, 1999]) . . . . .	107
4.63 Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV (conj1 [Duhamel <i>et al.</i> , 2011])	108
4.64 Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV (conj2 [Duhamel <i>et al.</i> , 2011])	109
4.65 Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV (conj3 [Duhamel <i>et al.</i> , 2011])	110
4.66 Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV (conj4 [Duhamel <i>et al.</i> , 2011])	111
4.67 Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Taillard, 1999] . . . . .	111
4.68 Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Taillard, 1999]	112
4.69 Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Brandão, 2011] . . . . .	112
4.70 Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Brandão, 2011]	113
4.71 Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Li <i>et al.</i> , 2007] . . . . .	113
4.72 Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Li <i>et al.</i> , 2007]	113
4.73 Resultados do HHURVFH para o PRVFHA . . . . .	114
4.74 Resultados do HHURVFH para o PRVFHMD . . . . .	115
4.75 Resultados do HHURVFH para o PRVFHFB . . . . .	116
4.76 Resultados do HHURVFH para o PRVDFHB . . . . .	118
4.77 Resultados do HHURVFH para o PRVSD (Instâncias velhas) . . . . .	119
4.78 Resultados do HHURVFH para o PRVSD (Instâncias novas) . . . . .	120
4.79 Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota A)	122



---

4.80	Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota B)	123
4.81	Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota C)	124
4.82	Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota A)	125
4.83	Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota B)	126
4.84	Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota C)	127
4.85	Resultados do HHURVFH para o PRVFHBMJT (instâncias C) . . . . .	128
4.86	Resultados do HHURVFH para o PRVFHBMJT (instâncias R) . . . . .	129
4.87	Resultados do HHURVFH para o PRVFHBMJT (instâncias RC) . . . . .	129
4.88	Resultados do HHURVFH para o PRVSDJT . . . . .	130
4.89	Resumo dos Resultados . . . . .	133

# Lista de Algoritmos

1	ILS . . . . .	26
2	HURVFH( $MaxIterMS$ , $\beta$ , $s$ ) . . . . .	28
3	Procedimento GeraSoluçãoInicial( $v$ ) . . . . .	29
4	Procedimento EstratégiaInserçãoParalela( $s$ , $r$ , LC, CritérioInserção) . . . .	30
5	Procedimento BuscaLocal ( $s$ ) . . . . .	31
6	Procedimento BuscaIntrarrota( $s$ ) . . . . .	32
7	Procedimento Shift(1-0)( $s$ ) . . . . .	40
8	Procedimento Swap(1-1)( $s$ ) . . . . .	41
9	Procedimento EVC ( $s$ , $\eta$ ) . . . . .	44
10	HHURVFH( $MaxIterMS$ , $\beta$ , $MaxTempo$ , $Tolerancia$ , $n$ , $MaxN$ ) . . . . .	51
11	Procedimento ResolvePPC( $ConjuntoRotas$ , $s^*$ , $MaxTempo$ , $Tolerancia$ ) .	52
12	Procedimento <i>IncumbentCallback</i> ( $s^*$ ) . . . . .	52

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Definição do Tema . . . . .	1
1.2	Motivação . . . . .	2
1.3	Objetivos e Contribuições . . . . .	6
1.3.1	Objetivo Geral . . . . .	6
1.3.2	Objetivos Específicos . . . . .	7
1.3.3	Contribuições . . . . .	7
1.4	Organização do Trabalho . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Descrição e Revisão Bibliográfica dos PRVFHs</b>	<b>8</b>
2.1	Problema de Roteamento de Veículos Capacitado . . . . .	10
2.2	Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea . . . . .	10
2.2.1	PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea . . . . .	11
2.2.2	PRV com Frota Heterogênea Fixa . . . . .	13
2.2.3	PRV com Frota Heterogênea Aberto . . . . .	15
2.2.4	PRV Capacitado com Frota Heterogênea Assimétrico . . . . .	16
2.2.5	PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea e Múltiplos Depósitos . . . . .	17
2.2.6	PRV com Frota Heterogênea Fixa e <i>Backhauls</i> . . . . .	17
2.2.7	PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea e <i>Backhauls</i> . . . . .	18
2.2.8	PRV com <i>Site Dependent</i> . . . . .	19
2.2.9	PRV com Frota Heterogênea e Entrega Dividida . . . . .	20

2.2.10	PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea e Janelas de Tempo	21
2.2.11	PRV com Frota Heterogênea, Múltiplos Depósitos e Janelas de Tempo	23
2.2.12	PRV com Frota Heterogênea e Entrega Dividida e Janelas de Tempo	23
2.2.13	PRV com <i>Site Dependent</i> e Janelas de Tempo . . . . .	23
2.2.14	PRV com Frota Heterogênea com <i>Backhauls</i> Misto e Janelas de Tempo	24
<b>3</b>	<b>O Algoritmo Unificado para a Classe de PRVFs</b>	<b>25</b>
3.1	A meta-heurística <i>Iterated Local Search</i> . . . . .	25
3.2	O Algoritmo Heurístico Unificado Proposto . . . . .	27
3.2.1	O Procedimento de Construção Inicial . . . . .	28
3.2.1.1	Critérios de Inserção . . . . .	29
3.2.1.2	Estratégia de Inserção Paralela . . . . .	30
3.2.2	O Procedimento de Busca Local RVND . . . . .	31
3.2.3	Estruturas de Vizinhanças . . . . .	32
3.2.3.1	Estruturas de Dados Auxiliares (EDA) . . . . .	33
3.2.3.2	Tratamento das Inviabilidades usando as EDAs . . . . .	35
3.2.3.3	Estruturas de Vizinhança Inter-Rotas . . . . .	38
3.2.3.4	Estruturas de Vizinhanças Compostas . . . . .	42
3.2.3.5	Estruturas de Vizinhança Intrarrotas . . . . .	45
3.2.4	O Mecanismo de Perturbação . . . . .	46
3.3	O Algoritmo Heurístico Híbrido Unificado . . . . .	48
3.3.1	Implementando Memória com Particionamento de Conjuntos . . . .	48
<b>4</b>	<b>Resultados Computacionais</b>	<b>53</b>
4.1	Calibração de Parâmetros . . . . .	54
4.1.1	Impacto dos Mecanismos de Perturbação . . . . .	57
4.1.2	Ordem Determinística versus Ordem Aleatória do VND . . . . .	60

---

4.1.3	Impacto das EVCs . . . . .	60
4.2	Resultados do HURVFH . . . . .	64
4.2.1	Resultados do HURVFH para o PRVDFH . . . . .	64
4.2.1.1	PRVDFH-FV . . . . .	64
4.2.1.2	PRVDFH-F . . . . .	65
4.2.1.3	PRVDFH-V . . . . .	65
4.2.2	Resultados do HURVFH para o PRVFHF . . . . .	70
4.2.2.1	PRVFHF-FV . . . . .	70
4.2.2.2	PRVFHF-V . . . . .	75
4.2.3	Resultados do HURVFH para o PRVFHA . . . . .	78
4.2.4	Resultados do HURVFH para o PRVFHMD . . . . .	79
4.2.5	Resultados do HURVFH para o PRVFHFB . . . . .	80
4.2.6	Resultados do HURVFH para o PRVDFHB . . . . .	81
4.2.7	Resultados do HURVFH para o PRVSD . . . . .	85
4.2.8	Resultados do HURVFH para o PRVFHED . . . . .	86
4.2.9	Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT . . . . .	87
4.2.10	Resultados do HURVFH para o PRVFHBMJT . . . . .	96
4.2.11	Resultados do HURVFH para o PRVSDJT . . . . .	99
4.3	Resultados para o HHURVFH . . . . .	100
4.3.1	Avaliação do Desempenho dos componentes do HHURVFH . . . . .	100
4.3.2	Resultados do HHURVFH para o PRVDFH . . . . .	101
4.3.2.1	PRVDFH-FV . . . . .	101
4.3.2.2	PRVDFH-F . . . . .	102
4.3.2.3	PRVDFH-V . . . . .	103
4.3.3	Resultados do HHURVFH para o PRVFHF . . . . .	106
4.3.3.1	PRVFHF-FV . . . . .	106

---

4.3.3.2	PRVFHF-V . . . . .	107
4.3.4	Resultados do HHURVFH para o PRVFHA . . . . .	114
4.3.5	Resultados do HHURVFH para o PRVFHMD . . . . .	114
4.3.6	Resultados do HHURVFH para o PRVFHFB . . . . .	116
4.3.7	Resultados do HHURVFH para o PRVDFHB . . . . .	117
4.3.8	Resultados do HHURVFH para o PRVSD . . . . .	119
4.3.9	Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT . . . . .	121
4.3.10	Resultados do HHURVFH para o PRVFHBMJT . . . . .	128
4.3.11	Resultados do HHURVFH para o PRVSDJT . . . . .	130
4.4	Resumo dos Resultados . . . . .	131
<b>5</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	<b>134</b>
	<b>Referências</b>	<b>136</b>
	<b>Apêndice A – Publicações</b>	<b>148</b>
A.1	Periódicos Internacionais . . . . .	148
A.2	Capítulos de Livros Nacionais . . . . .	148
A.3	Anais de Congressos Internacionais – Trabalhos Completos . . . . .	148
A.4	Anais de Congressos Nacionais – Trabalhos Completos . . . . .	149

# Capítulo 1

## Introdução

Nesta introdução é apresentada uma visão geral desta tese. O tema principal, o Problema de Roteamento de Veículos – PRV (*Vehicle Routing Problem* – VRP) é introduzido, bem como a justificativa e relevância das variantes tratadas: a classe de Problemas de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea – PRVFH (*Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem* – HFVRP). Por fim, os objetivos, as contribuições e a organização do presente trabalho são apresentados.

### 1.1 Definição do Tema

O PRV teve sua origem associada ao trabalho desenvolvido em [Dantzig & Ramser, 1959], denominado *The Truck Dispatching Problem*. Os autores definiram o problema de como determinar um conjunto de rotas para um frota de veículos de modo a atender um dado conjunto de clientes. Desde então, tem sido, particularmente nas últimas décadas, um dos problemas mais abordados nas áreas de Otimização Combinatória (OC) e Pesquisa Operacional (PO). Isso se deve, em parte, ao grande desenvolvimento do ponto de vista de métodos de resolução e da enorme variedade de aplicações existentes.

Outro aspecto que tem contribuído de forma significativa para este sucesso é a eficiência destes métodos no sentido operacional, ou seja, muitas das técnicas desenvolvidas têm se mostrado muito eficientes quando implementadas em situações reais em diferentes empresas das áreas de transporte.

A importância no desenvolvimento de Sistemas Automatizados para essas empresas se deve também pelo fato de eles propiciarem economias médias entre 5% a 10% nos custos finais de transporte [Toth & Vigo, 2002]. Em muitas empresas de médio e grande porte,

esses percentuais representam valores altamente significativos.

Aplicações reais envolvendo roteamento possuem, normalmente, uma enorme quantidade de características e restrições. Para capturar os detalhes dessas aplicações, existe na literatura uma gama enorme de variantes do problema de roteamento, que consideram diversos atributos, como a estrutura (composição da frota e número de depósitos), requisitos dos clientes (visitas dentro de um horário ou múltiplas visitas), regras de operações dos veículos (restrições de carga ou vias, distância máxima, etc), decisões de contexto (tráfego), entre outros [Vidal *et al.*, 2012]. Todas essas variantes têm, em comum, uma elevada complexidade computacional. Mesmo observando um enorme desenvolvimento de métodos exatos de otimização para a resolução do PRV e suas variantes, a maioria dos problemas caracterizados por elevadas dimensões ainda são resolvidos por meio de métodos heurísticos, como pode ser observado em [Laporte, 2009].

Nesta tese, nosso interesse recai sobre o PRV com Frota Heterogênea (PRVFH). O modelo básico desta classe aqui denotado por PRVFH se diferencia do PRV por trabalhar com uma frota heterogênea de veículos, ao invés de uma frota com veículos homogêneos. Esta situação pode ser facilmente encontrada na prática e o PRVFH modela este tipo de aplicação. Serão utilizadas abordagens meta-heurísticas e híbridas aplicadas em uma classe de PRVFH, descritas na Seção 1.2.

## 1.2 Motivação

O PRVFH tem importância prática, que pode ser verificado pela grande variedade de estudos de caso encontrados na literatura. Em [Prins, 2002] é descrita uma aplicação na indústria moveleira francesa envolvendo 775 lojas de destino e uma frota heterogênea composta por 71 veículos. Um caso de transporte de carga aéreo com uma frota heterogênea foi apresentado em [Cheung & Hang, 2003]. Adicionalmente, restrições como *backhauls* e janelas de tempo também foram tratadas por diversos autores. Uma situação real referente à distribuição de leite fresco na Grécia executada utilizando-se uma frota heterogênea fixa foi mostrada em [Tarantilis & Kiranoudis, 2001]. Os mesmos autores apresentaram dois problemas de planejamento em [Tarantilis & Kiranoudis, 2007]. O primeiro tratou a distribuição de alimentos perecíveis para uma grande empresa de laticínios, enquanto que o segundo tratou a distribuição de concreto pronto por uma empresa de construção civil. Nesses dois casos, a frota utilizada era fixa e heterogênea. Uma aplicação em rede varejista brasileira é descrita em [Belfiore & Yoshizaki, 2009]. De acordo com os autores,



o problema consiste em atender 519 lojas espalhadas em 11 estados brasileiros a partir de um único centro de distribuição. Os produtos são distribuídos por meio de uma frota de veículos heterogênea e ilimitada, onde cada tipo de veículo possui capacidade, custo fixo e variável distintos. A demanda de cada loja pode ser atendida por mais de um veículo (muitas lojas possuem demanda superior à capacidade do maior veículo capaz de atendê-las). As lojas possuem restrições de janela de tempo e a determinados tamanhos de veículos.

De acordo com [Hoff *et al.*, 2010], na indústria, a frota dificilmente é homogênea. Mesmo quando a frota adquirida é homogênea, ela se torna heterogênea com o passar do tempo quando veículos com diferentes características são incorporados à frota original. Além disso, seguro, manutenção e custos de operação podem ter diferentes valores baseados no nível de depreciação ou tempo de utilização da frota. Além do mais, do ponto de vista estratégico e operacional, uma frota heterogênea pode aumentar a flexibilidade em termos do planejamento da distribuição.

Apesar da importância do problema, quando comparados ao PRV, o número de trabalhos que tratam a variante é relativamente pequena. Alguns livros e revisões sobre o PRV incluem o PRVFH. Apenas recentemente, uma ampla revisão sobre os aspectos industriais combinando composição da frota heterogênea e roteamento baseado no transporte rodoviário e marítimo foi apresentada em [Hoff *et al.*, 2010].

Existem duas variantes clássicas do PRVFH encontradas na literatura. Basicamente, elas estão relacionadas ao tamanho da frota (limitado ou ilimitado) e aos custos relacionados (fixos e/ou variáveis). O PRVFH com frota ilimitada, também conhecido como Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea – PRVDFH (*Fleet Size and Mix* – FSM), foi proposto em [Golden *et al.*, 1984] e consiste em determinar a melhor composição da frota e seu roteamento ótimo. Outra versão do PRVFH, é conhecida como Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa – PRVFHF (*Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem* – HFFVRP), apresentada em [Taillard, 1999] consiste em otimizar o uso de uma frota fixa de veículos disponíveis.

A Tabela 1.1 descreve as principais variantes do PRV com frota heterogênea encontradas na literatura.

Nas variantes (i) – (xiv) da Tabela 1.1, fazendo-se o número de tipos de veículos igual a um, elas recaem em suas formas clássicas, isto é, com frota homogênea, e que também podem ser resolvidas pelo algoritmo proposto neste trabalho (Tabela 1.2).

Tabela 1.1: Problemas de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea

Ord.	Nome	Sigla
(i)	PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea	PRVDFH
(ii)	PRV com Frota Heterogênea Fixa	PRVFHF
(iii)	PRV com Frota Heterogênea Aberto	PRVFHA
(iv)	PRV Capacitado com Frota Heterogênea Assimétrico <sup>1</sup>	PRVCFHA
(v)	PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea e Múltiplos Depósitos	PRVDFHMD
(vi)	PRV com Frota Heterogênea Fixa e <i>Backhauls</i>	PRVFHFB
(vii)	PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea e <i>Backhauls</i>	PRVDFHB
(viii)	PRV com Frota Heterogênea e Entrega Dividida	PRVFHED
(ix)	PRV com <i>Site Dependent</i>	PRVSD
(x)	PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea e Janelas de Tempo	PRVDFHJT
(xi)	PRV com Frota Heterogênea, Múltiplos Depósitos e Janelas de Tempo	PRVFHMDJT
(xii)	PRV com Frota Heterogênea, Entrega Dividida e Janelas de Tempo	PRVFHEDJT
(xiii)	PRV com Frota Heterogênea Fixa, <i>Backhauls</i> Misto e Janelas de Tempo	PRVFHFBJT
(xiv)	PRV com <i>Site Dependent</i> e Janelas de Tempo	PRVSDJT

<sup>1</sup>Foi usado o termo Capacitado para diferenciar da sigla do PRVFHA

Algumas versões dos problemas apresentados podem incluir restrições de duração de rota, que também são tratadas neste trabalho.

Como o PRV é  $\mathcal{NP}$ -difícil [Lenstra & Rinnooy-Kan, 1981], o PRVFH também o é, pois inclui o PRV clássico como caso especial, quando todos os veículos são idênticos. Portanto, os algoritmos heurísticos e híbridos são considerados abordagens adequadas para a obtenção de soluções de boa qualidade em um tempo de computação aceitável.

Tabela 1.2: Problemas de Roteamento de Veículos com Frota Homogênea Tratados

Ord.	Nome	Sigla
(xv)	PRV Capacitado	PRVC
(xvi)	PRV Aberto	PRVA
(xvii)	PRV Capacitado Assimétrico	PRVCA
(xviii)	PRV com <i>Backhauls</i>	PRVB
(xix)	PRV com Múltiplos Depósitos	PRVMD
(xx)	PRV com Coleta e Entrega Simultânea	PRVCES
(xxi)	PRV com Coleta e Entrega Mista	PRVCEM
(xxii)	PRV com Múltiplos Depósitos e Coleta e Entrega Mista	PRVMDCEM
(xxiii)	PRV com Janelas de Tempo	PRVJT
(xxiv)	PRV com Múltiplos Depósitos e Janelas de Tempo	PRVMDJT

Neste trabalho é desenvolvida uma abordagem para a classe de problemas envolvendo frota heterogênea. A abordagem proposta é apresentada em duas versões, uma que utiliza apenas componentes heurísticos e uma outra que incorpora memória a esta heurística, por meio de um componente exato. O algoritmo proposto é uma extensão das heurísticas propostas em [Penna *et al.*, 2011], [Subramanian *et al.*, 2012] e [Penna *et al.*, 2013a].

O algoritmo é baseado na meta-heurística *Iterated Local Search* (ILS) proposta em [Lourenço *et al.*, 2010] que faz uso de um procedimento *Variable Neighborhood Descent* [Hansen *et al.*, 2010], com uma ordem aleatória de vizinhanças (RVND), na fase de busca local. Conforme descrito em [Lourenço *et al.*, 2010] o ILS contém características desejadas a uma meta-heurística como simplicidade, robustez, eficácia e fácil implementação. Os autores também relatam um número bem sucedido de implementações do ILS para diferentes tipos de problemas de OC, tais como o Problema do Caixeiro Viajante (*Traveling Salesman Problem* – TSP), *Job Shop*, *Flow Shop*, MAX-SAT, etc. Surpreendentemente, ainda existem poucas abordagens utilizando o ILS sendo aplicadas aos PRVs (por exemplo, [Bianchi *et al.*, 2006], [Hashimoto *et al.*, 2008], [Ibaraki *et al.*, 2008], [Prins, 2009a], [Subramanian *et al.*, 2010], [Chen *et al.*, 2010] e [Penna *et al.*, 2011]). Apesar dos resultados promissores, encontrados por estes autores e que encorajam o uso desta meta-heurística para resolver algumas variantes do PRV, apenas recentemente o ILS foi empregado para a classe de PRVFH em [Penna *et al.*, 2011], [Subramanian *et al.*, 2012], [Penna *et al.*, 2012] e [Penna *et al.*, 2013a].

Em relação ao número de problemas tratados pelo algoritmo em questão, não foi encontrado na literatura um trabalho resolvendo toda a classe de PRVFHs. Quase a totalidade dos artigos existentes tratam apenas um problema e no máximo uma outra variante do mesmo problema. Entretanto, nos últimos anos, tem surgido o interesse por algoritmos que sejam capazes de resolver um grande número de variantes, como por exemplo em [Røpke & Pisinger, 2006], [Pisinger & Røpke, 2007], [Irnich, 2008b] e [Baldacci & Mingozzi, 2009], e recentemente, em [Cordeau & Maischberger, 2012], [Subramanian, 2012] e [Vidal *et al.*, 2013b]. É importante ressaltar que uma heurística de propósito específico, provavelmente, possa obter soluções melhores e com menor esforço computacional que uma de propósito mais geral. Entretanto, para resolver problemas reais uma heurística deve ser capaz de atender requisitos de diversas variantes e ainda assim obter resultados considerados satisfatórios. Acreditamos que o algoritmo proposto possui uma estrutura extremamente simples. Simplicidade e flexibilidade são fatores tão importantes quanto a qualidade da solução e o tempo computacional gasto [Cordeau *et al.*, 2002b].

## 1.3 Objetivos e Contribuições

Esta seção descreve os objetivos gerais e específicos e as principais contribuições deste trabalho.

Em vista da importância do PRVFH para as empresas de transporte e logística e buscando incorporar características práticas destas áreas, este trabalho tem por objetivo estudar e resolver a classe de PRVFHs que envolvem restrições complexas e que normalmente aparecem em casos reais.

### 1.3.1 Objetivo Geral

Devido à grande complexidade dos problemas estudados, este trabalho possui como objetivo geral desenvolver um algoritmo, baseado em técnicas meta-heurísticas e exatas, para resolver a classe de Problemas Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e, consequentemente, resolver suas respectivas versões com frota homogênea. Além disso, pretende-se que seja possível adaptá-lo facilmente para resolver quaisquer versões do PRV que combinem as variantes apresentadas na Seção 1.2, desde que não sejam mutuamente excludentes. Para tal, uma extensão das heurísticas descritas em [Penna *et al.*, 2011], [Subramanian *et al.*, 2012] e [Penna *et al.*, 2013a] é apresentada. O algoritmo proposto possui algumas características das versões apresentadas nestes trabalhos e inclui novas características, entre elas: a possibilidade de aceitar soluções inviáveis durante a exploração do espaço de soluções; o tratamento de variantes com restrições de janelas de tempo; modificações na busca local e no mecanismo de perturbação para a abordagem de problemas com dimensões elevadas.

Apesar da implementação do ILS ser bastante simples e requerer poucos parâmetros, ele é pouco aplicado aos PRVs quando comparado com outras meta-heurísticas. Em [Vidal *et al.*, 2012], os autores fazem uma revisão da literatura sobre heurísticas para resolver PRVs com Múltiplos Atributos. Os autores listaram 64 trabalhos recentes, que classificaram como tendo os melhores algoritmos para os problemas, destes 18 utilizaram Algoritmos Genéticos ou Evolutivos, 14 usaram Busca Tabu e apenas 4 adotaram o ILS. Portanto, este trabalho objetiva explorar melhor o uso desta meta-heurística para tratar PRVs.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos a serem atingidos são os seguintes:

1. Fazer uma revisão de literatura sobre os métodos utilizados para resolver os problemas apresentados em 1.2;
2. Desenvolver um algoritmo heurístico unificado, baseado na meta-heurística ILS, para resolver eficientemente os problemas apresentados em 1.2;
3. Desenvolver um algoritmo heurístico híbrido unificado, incorporando memória, por meio de métodos exatos (*matheuristics*), para resolver eficientemente os problemas apresentados em 1.2;
4. Analisar o comportamento do ILS aplicado aos diversos PRVFH estudados;
5. Analisar o comportamento do uso de um mecanismo de memória no ILS;
6. Disponibilizar o algoritmo como código-aberto.

### 1.3.3 Contribuições

A principal contribuição deste trabalho, além de uma revisão da literatura sobre a classe de PRVFH, é o desenvolvimento e a implementação de um algoritmo heurístico híbrido unificado, fazendo uso das técnicas mais modernas aplicadas aos PRVs, para resolver, não somente as 14 variantes do PRVFH encontradas na literatura, mas também suas versões básicas com frota homogênea e quaisquer outras variantes que combinem características dos problemas abordados. A eficiência do método proposto pode ser observada pelos testes computacionais realizados sobre um conjunto de instâncias clássicas da literatura. Pelos resultados obtidos pode-se notar que o algoritmo é capaz de fornecer boas soluções para os problemas estudados.

## 1.4 Organização do Trabalho

O restante deste trabalho está estruturado como segue.

No capítulo 2, as características dos problemas estudados são apresentadas em detalhes, assim como uma revisão dos trabalhos correlatos. No capítulo 3 é descrito o algoritmo heurístico unificado e sua versão híbrida desenvolvidos para resolução do PRVFH. No capítulo 4 são apresentados e discutidos os resultados computacionais obtidos para as variantes estudadas. No capítulo 5 conclui-se o trabalho, apontando-se perspectivas de trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Descrição e Revisão Bibliográfica dos PRVFHs

Atualmente, um grande número de variantes do PRV pode ser encontrado na literatura. Neste capítulo serão abordadas as seguintes variantes do PRV com frota heterogênea:

- (i) Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea – PRVDFH
  - (a) Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea com custos Fixo e Variável – PRVDFH-FV
  - (b) Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea com custo Fixo – PRVDFH-F
  - (c) Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea com custo Variável – PRVDFH-V
- (ii) Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa – PRVFHF
  - (a) Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa com custos Fixo e Variável – PRVFHF-FV
  - (b) Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa com custo Variável – PRVFHF-V
- (iii) Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Aberto – PRVFHA
- (iv) Problema de Roteamento de Veículos Capacitado com Frota Heterogênea Assimétrico – PRVCFHA<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Foi usado o termo Capacitado para diferenciar da sigla do PRVFHA

- (v) Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea com Múltiplos Depósitos – PRVDFHMD
- (vi) Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Entrega Dividida – PRVFHED
- (vii) Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa e *Backhauls* – PRVFHFB
- (viii) Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea e *Backhauls* – PRVDFHB
- (ix) Problema de Roteamento de Veículos com *Site Dependent* – PRVSD
- (x) Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea e Janelas de Tempo – PRVDFHJT
- (xi) Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, Múltiplos Depósitos e Janelas de Tempo – PRVDFHMDJT
- (xii) Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, Entrega Dividida e Janelas de Tempo – PRVFHEDJT
- (xiii) Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa, *Backhauls* Misto e Janelas de Tempo – PRVFHFBJT
- (xiv) Problema de Roteamento de Veículos com *Site Dependent* e Janelas de Tempo – PRVSDJT

Uma revisão bibliográfica mais detalhada, contendo as versões com frota homogênea dos problemas tratados, pode ser encontrada nos trabalhos: [Golden & Assad, 1988], [Toth & Vigo, 2002], [Laporte & Semet, 2002] [Cordeau *et al.*, 2007] [Golden *et al.*, 2008] [Gendreau *et al.*, 2008] e [Subramanian, 2012]. Uma revisão contendo algumas variantes do PRV com frota heterogênea e aplicações em roteamento terrestre e marítimo pode ser encontrada em [Hoff *et al.*, 2010]. Recentemente, [Vidal *et al.*, 2013a] apresentaram uma revisão sobre Problemas de Roteamento de Veículos Multi-Atributos e relacionaram os melhores algoritmos da literatura para cada um dos problemas descritos, de acordo com a classificação por eles proposta.

## 2.1 Problema de Roteamento de Veículos Capacitado

Considerada a versão clássica dos PRVs, o Problema de Roteamento de Veículos Capacitado (PRVC), conhecido na língua inglesa como *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP), pode ser definido da seguinte forma. Seja  $G = (V, E)$  um grafo completo onde  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  é um conjunto de  $n + 1$  vértices e  $E = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$  é o conjunto de arestas. O vértice 0 representa o depósito, onde se encontra a frota de veículos, enquanto o conjunto  $V' = V \setminus \{0\}$  dos vértices restantes representam os  $n$  clientes. Cada cliente  $i \in V'$  possui uma demanda  $q_i$  não-negativa (assume-se  $q_0 = 0$ ). A cada aresta  $(i, j) \in E$  está associado um custo  $c_{ij}$ , também não-negativo e  $C = \{1, \dots, m\}$  é o conjunto de veículos homogêneos com capacidade  $Q$ .

O PRVC consiste em determinar um conjunto de rotas para os veículos, onde  $R = (i_1, i_2, \dots, i_{|R|})$ , de tal modo que: (i) toda rota começa e termina no depósito, isto é,  $i_1 = i_{|R|} = 0$  e  $\{i_2, \dots, i_{|R|-1}\} \subseteq V'$ ; (ii) a demanda de todos os clientes deve ser atendida; (iii) a capacidade do veículo não pode ser violada ( $\sum_{h=2}^{|R|-1} q_{i_h} \leq Q$ ); (iv) cada cliente é visitado por um único veículo; (v) a soma total dos custos deve ser minimizada, sendo o custo  $c_r$  de uma rota  $r$  dado pela soma dos custos das arestas, ou seja,  $\sum_{h=1}^{|R|-1} c_{i_h i_{h+1}}$ .

## 2.2 Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea

Para definir o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea – PRVFH (*Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem* – HFVRP) temos as seguintes diferenças em relação ao PRV. A frota é composta por  $m$  diferentes tipos de veículos, com  $M = \{1, \dots, m\}$ . Para cada tipo  $u \in M$ , existem  $m_u$  veículos disponíveis, cada um com uma capacidade  $Q_u$ . A cada veículo está associado um custo fixo denotado por  $f_u$ . Por fim, a cada aresta  $(i, j) \in A$  está associado custo  $c_{ij}^u$ , sendo  $c_{ij}^u = d_{ij} \times r_u$ , onde  $d_{ij}$  é a distância entre os vértices  $(i, j)$  e  $r_u$  um custo variável de viagem, por unidade de distância, associado ao veículo  $u$ . O objetivo é determinar a melhor composição da frota, bem como o conjunto de rotas que minimizam a soma dos custos fixos e os custos de viagem, de tal modo que: (i) toda rota começa e termina no depósito ( $i_1 = i_{|R|} = 0$  e  $\{i_2, \dots, i_{|R|-1}\} \subseteq V'$ ) e está associada a um tipo de veículo; (ii) a demanda de todos os clientes deve ser atendida; (iii) a capacidade do veículo não pode ser violada ( $\sum_{h=2}^{|R|-1} q_{i_h} \leq Q_u$ ); (iv) cada cliente pertence a exatamente uma rota.



O PRVFH é uma variante importante do PRV e que normalmente aparece na prática, uma vez que as frotas são suscetíveis a serem heterogêneas em várias situações. De acordo com [Hoff *et al.*, 2010], mesmo quando a frota adquirida é homogênea, ela pode se tornar heterogênea com o passar do tempo quando veículos com diferentes características são incorporados a ela. Além disso, seguro, manutenção e custos de operação podem ter diferentes valores baseados no nível de depreciação ou tempo de utilização da frota.

Este trabalho aborda diversos problemas envolvendo frota heterogênea, que serão descritos a seguir.

### 2.2.1 PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea

A versão do PRVFH que considera a frota de veículos ilimitada é denominada Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea (PRVDFH), sendo  $m_u = +\infty$ ,  $\forall u \in M$ . Ela é conhecida na literatura inglesa como *Fleet Size and Mix* (FSM) ou *Vehicle Fleet Mix Problem* (VFMP). Em relação aos custos, três variantes do PRVDFH são encontradas na literatura:

- PRVDFH-FV, frota ilimitada, com custos Fixo e Variável
- PRVDFH-F, frota ilimitada, com custo Fixo mas sem custo variável,  $r_u = 1, \forall u \in M$
- PRVDFH-V, frota ilimitada, com custo Variável mas sem custo fixo,  $f_u = 0, \forall u \in M$ .

O PRVDFH é uma das variantes mais estudadas do PRVFH. O dimensionamento de frota heterogênea foi inicialmente estudado em [Gould, 1969]. O autor não levou em consideração o roteamento de veículos, somente o dimensionamento. Pode-se observar na revisão apresentada em [Salhi & Rand, 1993] que os primeiros trabalhos com dimensionamento de frota heterogênea tratavam o problema sem considerar o roteamento de veículos. A integração do dimensionamento da frota com o roteamento de veículos foi apresentado em [Golden *et al.*, 1984]. PRVDFH foi a primeira variante encontrada na literatura a tratar o PRV com frota heterogênea. Os autores desenvolveram duas heurísticas para o problema, a primeira baseada na heurística das economias de [Clarke & Wright, 1964], e a segunda baseada em *giant tour* [Beasley, 1983]. Eles também apresentaram uma formulação matemática para a variante PRVDFH-F e alguns limites inferiores.

Algumas abordagens exatas foram desenvolvidas para o PRVDFH. Desigualdades válidas e limites inferiores foram apresentados em [Yaman, 2006] para o PRVDFH-F.

Os autores [Choi & Tcha, 2007] obtiveram limites inferiores para todas as variantes do PRVDFH utilizando um algoritmo de geração de colunas baseado na formulação do *set covering*. [Pessoa *et al.*, 2009] propuseram um algoritmo de *Branch-and-Cut-and-Price* (BCP) capaz de resolver todas as variantes do PRVDFH. Os mesmos autores também desenvolveram um algoritmo BCP com uma formulação estendida para o PRVDFH e outros PRVs como o PRVA e PRVCA ([Pessoa *et al.*, 2008]). Algumas desigualdades válidas e uma formulação de Programação Inteira Mista com duas commodities foi proposta por [Baldacci *et al.*, 2009]. Já [Baldacci & Mingozzi, 2009] apresentaram um algoritmo de *set-partitioning* (SP) que usa alguns procedimentos baseados em relaxação linear e relaxação lagrangeana como limite para resolver as cinco variantes do PRVDFH descritas na Seção 2.2. O método proposto por eles é capaz de resolver instâncias com até 100 clientes, sendo até o momento o melhor método exato para o PRVDFH encontrado na literatura.

Diversas abordagens baseadas em meta-heurísticas foram propostas ao longo dos anos para o PRVDFH. Em [Ochi *et al.*, 1998a] foi apresentada uma heurística evolutiva híbrida que combina Algoritmos Genéticos (AG) [Holland, 1975] com *Scatter Search* (SS) [Glover *et al.*, 2003] para o PRVDFH-F. Uma versão paralela baseada em modelo de ilha do mesmo algoritmo foi apresentado em [Ochi *et al.*, 1998b]. A heurística Busca Tabu (BT) [Glover, 1996] foi utilizada em [Gendreau *et al.*, 1999] junto com uma abordagem baseada em GENIUS e Programação por Memória Adaptativa (PMA) [Taillard *et al.*, 2001].

Um algoritmo baseado na heurística de varredura (*sweep*) [Gillett & Miller, 1974] integrada com construções clássicas e melhoradas do PRV foi proposto para o PRVDFH-F em [Renaud & Boctor, 2002]. Uma heurística baseada em Algoritmo Memético (AM) [Moscatto & Cotta, 2003] foi proposto em [Lima *et al.*, 2004] para resolver o PRVDFH-F. A BT combinada com SP foi utilizada em [Lee *et al.*, 2008]. Uma BT determinística foi proposta em [Brandão, 2009] com diferentes procedimentos para geração da solução inicial. Um AG híbrido que aplica uma busca local como mutação foi proposto em [Liu *et al.*, 2009] para as variantes PRVDFH-F e PRVDFH-V. Dois procedimentos baseados em AM foram desenvolvidos em [Prins, 2009b] para resolver todas as variantes do PRVDFH e para o PRVDFH-V. A meta-heurística Variable Neighborhood Search (VNS) [Hansen *et al.*, 2010] foi aplicada em [Imran *et al.*, 2009] a todas as variantes do PRVDFH. Os autores utilizaram um procedimento baseado nos algoritmos de Dijkstra e de varredura para gerar a solução inicial e diversas estruturas de vizinhança na fase de busca local. Finalmente, em [Penna *et al.*, 2013a] uma heurística baseada em *Iterated Local Search* (ILS) foi apresentada e aplicada a todas as variantes do PRVDFH e PRVDFH-F.

A Tabela 2.1 apresenta, resumidamente, as características dos principais trabalhos para o PRVDFH.

Tabela 2.1: Características dos trabalhos para o PRVDFH

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo	Custo Var.	Custo Fixo e Var
[Golden <i>et al.</i> , 1984]	heurísticas	Ilimitada	X		
[Ochi <i>et al.</i> , 1998a]	AG+SS	Ilimitada	X		
[Ochi <i>et al.</i> , 1998b]	AG+SS paralelo	Ilimitada	X		
[Gendreau <i>et al.</i> , 1999]	BT+GENIUS+PMA	Ilimitada	X	X	
[Taillard, 1999]	BT+PMA+GC	Ilimitada		X	
[Renaud & Boctor, 2002]	Sweep	Ilimitada	X		
[Lima <i>et al.</i> , 2004]	AM	Ilimitada	X		
[Yaman, 2006]	Desigualdades válidas	Ilimitada	X		
[Choi & Tcha, 2007]	GC + SC	Ilimitada	X	X	X
[Lee <i>et al.</i> , 2008]	BT+SP	Ilimitada	X	X	
[Pessoa <i>et al.</i> , 2008]	BCP	Ilimitada	X		
[Baldacci & Mingozzi, 2009]	SP exato	Ilimitada	X	X	
[Brandão, 2009]	BT determinística	Ilimitada	X	X	
[Liu <i>et al.</i> , 2009]	AG híbrido	Ilimitada	X	X	
[Pessoa <i>et al.</i> , 2009]	BCP	Ilimitada	X	X	X
[Prins, 2009b]	AM	Ilimitada	X	X	X
[Imran <i>et al.</i> , 2009]	VNS	Ilimitada	X	X	X
[Subramanian <i>et al.</i> , 2012]	ILS híbrido	Ilimitada	X	X	X
[Penna <i>et al.</i> , 2013a]	ILS	Ilimitada	X	X	X

### 2.2.2 PRV com Frota Heterogênea Fixa

A variante do PRVFH com frota limitada é denominada Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa (PRVFHF) e pode ser encontrada na língua inglesa como *Heterogeneous Vehicle Routing Problem* (HVRP) ou *Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem* (HFFVRP). Duas variantes são encontradas na literatura, tendo em vista os custos envolvidos:

- PRVFHF-FV, frota limitada, com custos Fixo e Variável;
- PRVFHF-V, frota limitada, com custo Variável, sem custo fixo, i.e.,  $f_u = 0, \forall u \in M$ ;

O PRVFHF foi proposto em [Taillard, 1999]. O autor desenvolveu um algoritmo baseado em BT, memória adaptativa e geração de colunas, que foi aplicado ao PRVDFH-F.

[Prins, 2002] estendeu uma série de heurísticas clássicas para o PRV com um procedimento de busca local baseado na *Steepest Descent Local Search* (SDLC) e BT para resolver o PRVFHF. [Tarantilis *et al.*, 2003] resolveu o PRVFHF-V através de um procedimento denominado *Threshold Accepting* (TA), que consiste de uma adaptação do *Simulated Annealing* (SA) [Henderson *et al.*, 2003], onde soluções piores eram aceitas somente se elas se encontravam abaixo de um valor limiar (*threshold*). Os mesmos autores [Tarantilis *et al.*, 2004] apresentaram um outro procedimento, também baseado em TA para o mesmo problema. Em [Li *et al.*, 2007] o PRVFHF-V foi resolvido através de um algoritmo que faz uso da heurística *Record-to-Record Travel* (RTR) [Dueck, 1993], que assim como TA é uma versão determinística do SA. Um procedimento de memória adaptativa *multi-start* combinado com Reconexão por Caminhos (RC) [Glover, 1996] e uma BT modificada foi proposto em [Li *et al.*, 2010] para resolver o PRVFHF-V. [Brandão, 2011] propôs um algoritmo de BT para o PRVFHF-V que inclui algumas características adicionais como estratégia de oscilação, perturbação (*shaking*) e memória baseada em frequência. [Duhamel *et al.*, 2011] estudaram o impacto do procedimento *Split*, [Beasley, 1983], em um algoritmo baseado nas meta-heurísticas GRASP e Busca Local Evolutiva (BLE). Uma versão paralela desse algoritmo foi apresentado em [Duhamel *et al.*, 2013].

A Tabela 2.2 sumariza as características dos algoritmos existentes para resolver o PRVFHF.

Tabela 2.2: Características dos trabalhos para o PRVFHF

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Var.	Custo Fixo e Var.
[Taillard, 1999]	BT+PMA+GC	Limitada	X	
[Prins, 2002]	Heurísticas	Limitada	X	
[Tarantilis <i>et al.</i> , 2003]	TA	Limitada	X	
[Tarantilis <i>et al.</i> , 2004]	TA	Limitada	X	
[Gencer <i>et al.</i> , 2006]	Heurísticas	Limitada		X
[Li <i>et al.</i> , 2007]	RTR	Limitada	X	
[Baldacci & Mingozzi, 2009]	SP exato	Limitada	X	X
[Prins, 2009b]	AM	Limitada	X	
[Li <i>et al.</i> , 2010]	PMA+RC+BT	Limitada	X	X
[Brandão, 2011]	BT determinística	Limitada	X	
[Subramanian <i>et al.</i> , 2012]	ILS híbrido	Limitada	X	X
[Penna <i>et al.</i> , 2013a]	ILS	Limitada	X	X
[Duhamel <i>et al.</i> , 2011]	GRASP+BLE	Limitada	X	X
[Duhamel <i>et al.</i> , 2013]	GRASP+BLE Paralelo	Limitada	X	X

Uma revisão contendo todas as variantes do PRVDFH e do PRVFHF mencionadas pode ser encontrado em [Baldacci *et al.*, 2008].

### 2.2.3 PRV com Frota Heterogênea Aberto

O Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Aberto – PRVFHA (*Heterogeneous Fixed Fleet Open Vehicle Routing Problem* – HFFOVRP) é a variante com frota heterogênea do PRVA. No PRVA após visitar o último cliente da rota o veículo não necessita retornar ao depósito, ou seja, o PRVA é uma versão do PRVC em que  $c_{i0} = 0 \forall i \in V$ .

O PRVA foi observado em problemas reais envolvendo o PRV, sendo apresentado em [Schrage, 1981]. Apesar do número de trabalhos sobre o PRVA [Penna *et al.*, 2012], somente, recentemente, o PRVFHA foi alvo de estudo.

O primeiro trabalho conhecido que trata o PRVFHA foi descrito em [Li *et al.*, 2012]. Os autores relatam que apesar de não existirem trabalhos acerca do PRVFHA, este problema é mais realístico que a versão com frota homogênea e aparece em problemas envolvendo redes de distribuição e transporte. Para resolver o PRVFHA os autores desenvolveram uma meta-heurística baseada em PMA com uma BT modificada. Para verificar a eficiência do algoritmo desenvolvido, 19 instâncias foram geradas pelos autores contendo entre 50 e 200 clientes. Os testes computacionais envolveram diferentes calibrações do algoritmo.

É importante dizer que embora muitos autores considerem que o número de veículos deve ser minimizado no PRVA, este requisito não foi adotado na versão do PRVFHA apresentada em [Li *et al.*, 2012].

A Tabela 2.3 apresentam as características dos trabalhos encontrados na literatura para resolver o PRVFHA.

Tabela 2.3: Características dos trabalhos para o PRVFHA

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo.	Custo Var.	Custo Fixo e Var.
[Li <i>et al.</i> , 2012]	BT+PMA	Limitada			X
[Yousefikhoshbakht <i>et al.</i> , 2013]	BT	Limitada			X

### 2.2.4 PRV Capacitado com Frota Heterogênea Assimétrico

O Problema de Roteamento de Veículos Capacitado com Frota Heterogênea Assimétrico – PRVCFHA (*Heterogeneous Fixed Fleet Asymmetric Vehicle Routing Problem* – HFFAVRP) é uma generalização do PRVCA, que por sua vez é uma variante do PRVC onde  $c_{ij}$  não é necessariamente igual a  $c_{ji}$ ,  $\forall i, j \in V$ , ou seja, o custo entre pares de vértices não é necessariamente simétrico.

Apesar de o PRVCA ter sido abordado na década de 80 em [Laporte *et al.*, 1986], somente dois trabalhos recentes tratam o PRVCFHA. Em [Marmion *et al.*, 2010a] os autores desenvolveram quatro algoritmos para o PRVCFHA, uma busca local baseada em *Iterative Hill Climbing* (IHC) [Russell & Norvig, 2009], duas baseadas em BT e um algoritmo baseado em AG. Entretanto, o objetivo principal do trabalho foi comparar o desempenho de dois operadores clássicos, troca e inserção. Para avaliar estes operadores a representação da solução apresentada em [Kubiak, 2007] foi adotada, e consiste de uma lista de clientes classificados seguindo sua ordem de visita e separados por zeros que indicam o fim de uma rota e o início de outra. O segundo trabalho encontrado na literatura [Marmion *et al.*, 2010b] propõe uma medida de distância, ou similaridade, entre soluções definidas a partir do operador de troca. Quatro algoritmos para medir essa distância foram propostos e analisados. Essa distância é útil em *search landscape analysis* [Schiavinotto & Stützle, 2007]. Os trabalhos de [Duhamel *et al.*, 2011] e [Duhamel *et al.*, 2013] são aplicados ao PRVFHF, porém as instâncias propostas pelos autores são assimétricas, pois foram baseadas em distâncias reais entre algumas cidades francesas.

A Tabela 2.4 apresentam as características dos trabalhos encontrados na literatura para resolver o PRVCFHA.

Tabela 2.4: Características dos trabalhos para o PRVCFHA

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo.	Custo Var.	Custo Fixo e Var.
[Marmion <i>et al.</i> , 2010a] <sup>a</sup>	IHC, BT, AG	Limitada		X	
[Duhamel <i>et al.</i> , 2011]	GRASP+BLE	Limitada			X
[Duhamel <i>et al.</i> , 2013]	GRASP+BLE Paralelo	Limitada			X

<sup>a</sup>: Veículos com mesma capacidade, porém custos diferentes.

### 2.2.5 PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea e Múltiplos Depósitos

A generalização do PRVC, onde mais de um depósito é levado em consideração, é denominada PRVMD e foi apresentado em [Tillman, 1969]. Seja  $G$  o conjunto de depósitos, com  $|G| \geq 1$ . Considera-se que cada veículo inicia e termina suas entregas no mesmo depósito. O Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea com Múltiplos Depósitos – PRVDFHMD (*Multi-Depot Vehicle Fleet Mix Problem* – MDVFMP) é a generalização do PRVFH que apresenta as características do PRVMD.

O PRVDFHMD foi proposto em [Salhi & Sari, 1997], denominado pelos autores de *Multi-Depot Vehicle Fleet Mix Problem* (MDVFMP). Apesar de na literatura do PRVMD o número de veículos ser conhecido, o PRVDFHMD apresentado pelos autores possui como objetivo dimensionar a frota de veículos. Os autores desenvolveram uma heurística de várias fases baseada na heurística proposta em [Salhi & Rand, 1993], que utiliza mecanismos de perturbação, realocação, combinação, troca e redução em suas fases. Os autores adaptaram as instâncias do PRVMD para o PRVDFHMD. Recentemente, [Salhi *et al.*, 2013a] apresentaram uma formulação que foi utilizada para gerar alguns limites inferiores para o problema, utilizando o resolvidor CPLEX. Além dessa formulação os autores também desenvolveram um heurística baseada na meta-heurística VNS para resolver o problema.

A Tabela 2.5 apresentam as características dos trabalhos encontrados na literatura para resolver o PRVDFHMD.

Tabela 2.5: Características dos trabalhos para o PRVDFHMD					
Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo.	Custo Var.	Custo Fixo e Var.
[Salhi & Sari, 1997]	heurística	Ilimitada			X
[Salhi <i>et al.</i> , 2013a]	VNS	Ilimitada			X

### 2.2.6 PRV com Frota Heterogênea Fixa e *Backhauls*

O Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa e *Backhauls* – PRVFHFB (*Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem* – HFFVRP) é uma generalização do PRVB com frota heterogênea. O PRVB apresentado pela primeira vez em [Casco *et al.*, 1988] foi alvo de estudo de diversos autores ao longo dos últimos anos.

Ao contrário das variantes apresentadas anteriormente que possuíam somente um tipo

de cliente, no caso clientes de entrega, nesta versão são encontrados dois tipos de clientes. O primeiro é conhecido como *linehaul* e possui demanda  $q$  por produtos. O segundo tipo de cliente, denominado *backhaul*, necessita ter a quantidade  $p$  de produtos coletados. Além disso, o PRVB possui como restrição que os veículos devem atender a todos os clientes de entrega da rota antes dos clientes de coletas.

O PRVFHFB foi apresentado em [Tütüncü, 2010]. Para resolver o problema o autor estendeu o algoritmo utilizado para resolver o PRVB descrito em [Tütüncü *et al.*, 2009]. Ele utilizou um procedimento baseado em PMA e GRASP [Feo & Resende, 1995] denominado GRAMPS (*Greedy Randomised Adaptive Memory Programming Search*) proposto em [Ahmadi & Osman, 2005]. O algoritmo possui uma fase de construção seguida por uma fase de busca local e, por fim, uma fase de aprendizado. A primeira fase faz uso de uma heurística de clusterização baseado em uma inserção mais barata modificada. A segunda fase utiliza movimentos  $\lambda$ -*interchanges* [Osman, 1993] consecutivos com  $\lambda = 1, 2$  e respeitando-se as restrições de *linehaul* e *backhaul*. A terceira fase é utilizada para guiar o processo de construção através do uso de informações passadas como memória. O GRAMPS é executado em um sistema visual gráfico interativo denominado ADVISER, adaptado de [Baker & Carreto, 2003] e [Tütüncü *et al.*, 2009].

Uma revisão sobre diversos problema de roteamento envolvendo *backhauls* pode ser encontrada em [Røpke & Pisinger, 2006]. Apesar de tratarem seis variantes do PRVB os autores não abordaram o PRVFHFB.

A Tabela 2.6 apresentam as características do único trabalho encontrado na literatura para resolver o PRVFHFB.

Tabela 2.6: Características dos trabalhos para o PRVFHFB

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo.	Custo Var.	Custo Fixo e Var.
[Tütüncü, 2010]	GRASP + PMA	Limitada		X	

### 2.2.7 PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea e *Backhauls*

Ao contrário do PRVFHFB, que considera a frota limitada, esta variante, denominada, Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea e *Backhauls* – PRVDFHB (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Backhauls* – FSMVRPB) considera o número de veículos de cada tipo como ilimitado.



Esta variante foi introduzida, recentemente, em [Salhi *et al.*, 2013b]. Os autores desenvolveram uma formulação de Programação Linear Inteira (PLI) para o problema, baseada na formulação matemática apresentada em [Lee *et al.*, 2008] para o PRVDFH. Essa formulação foi capaz de resolver em sua otimalidade problemas com 20 clientes (*Linehauls*+*Backhauls*). Para problemas maiores, com até 100 clientes, os autores apresentaram uma heurística baseada em *Set Partitioning* (HSP). A heurística consiste em gerar *giant-tours* com os clientes de *Linehaul*, utilizando métodos bem conhecidos da literatura, o método das Pétalas [Gillett & Miller, 1974] e o Vizinho mais Próximo. Em seguida, uma frota ótima é encontrada, particionando-se a *giant-tour* pelo algoritmo de Dijkstra. Essas novas rotas são melhoradas utilizando-se as vizinhanças *2-Opt* e *3-Opt*. As rotas, melhoradas, são então adicionadas ao conjunto de rotas. As rotas contendo os clientes *Linehaul* que farão parte da solução são então selecionadas usando-se o SP. Finalmente, os clientes de *Backhaul* são adicionados à solução um a um, pelo método das Pétalas. A vizinhança *2-Opt* é novamente utilizada como método de pós-otimização. Três heurísticas foram desenvolvidas, variando-se o tamanho da *giant-tour* e a forma de resolver o SP.

A Tabela 2.7 apresentam as características do único trabalho encontrado na literatura para resolver o PRVDFHB.

Tabela 2.7: Características dos trabalhos para o PRVDFHB					
Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo.	Custo Var.	Custo Fixo e Var.
[Salhi <i>et al.</i> , 2013b]	PLI, HSP	Ilimitada	X		

### 2.2.8 PRV com *Site Dependent*

O Problema de Roteamento de Veículos com *Site Dependent* – PRVSD (*Site Dependent Vehicle Routing Problem* – SDVRP) é uma generalização do PRVC no qual determinados clientes só podem ser servidos por um subconjunto de veículos, ou seja, nem todos os clientes podem ser atendidos por todos os tipos de veículos. Esta situação é bastante comum na prática, principalmente em clientes localizados em centros urbanos ou históricos, que possuem restrições de circulação de veículos acima de uma determinada capacidade, ou então, por uma necessidade de uma característica específica do veículo, como por exemplo câmara frigorífica [Pisinger & Røpke, 2007].

Algumas heurísticas simples foram aplicadas ao PRVSD em [Nag *et al.*, 1988], que

apresentou o problema, e em [Chao *et al.*, 1999] que desenvolveu novas instâncias para o problema. Em [Cordeau & Laporte, 2001] os autores mostraram que o PRVSD pode ser resolvido como um caso especial do PRV Periódico e aplicaram uma heurística baseada em BT, desenvolvida para o PRVP para resolver o PRVSD.

Em [Pisinger & Røpke, 2007] os autores apresentam uma heurística de busca local baseado em *Large Neighborhood Search* – LNS [Shaw, 1998] para algumas variantes do PRV com frota homogênea e para o PRVSD. O algoritmo denominado ALNS (*Adaptive LNS*), consiste de um conjunto de heurísticas que, a cada iteração, destroem e reconstróem a solução. Essas heurísticas são selecionadas utilizando-se um critério de roleta, onde o peso de cada heurística é atualizado, sistematicamente, baseado nas performances anteriores.

Recentemente, um algoritmo baseado nas meta-heurísticas ILS e BT foi apresentado em [Cordeau & Maischberger, 2012] para tratar o PRVSD e outras variantes, assim como em [Pisinger & Røpke, 2007]. O método, denominado *Iterated Tabu Search* – ITS, consiste de uma BT, previamente utilizada em [Cordeau *et al.*, 2001] e [Cordeau & Laporte, 2001], embutida no ILS como busca local. Os autores desenvolveram uma versão sequencial e uma versão paralela do mesmo algoritmo.

A Tabela 2.8 sumariza as características dos algoritmos propostos para o PRVSD.

Tabela 2.8: Características dos trabalhos para o PRVSD

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo.	Custo Var.	Custo Fixo e Var.
[Nag <i>et al.</i> , 1988]	heurísticas	Limitada			
[Chao <i>et al.</i> , 1999]	heurísticas	Limitada			
[Cordeau & Laporte, 2001]	BT	Limitada			
[Chao & Liou, 2005]	BT + SA	Limitada			
[Pisinger & Røpke, 2007]	ALNS	Limitada			
[Cordeau & Maischberger, 2012]	ILS + BT	Limitada			

### 2.2.9 PRV com Frota Heterogênea e Entrega Dividida

A variação do PRVC que considera que o cliente pode ser atendido parcialmente por um veículo, ou seja, sua demanda total pode ser dividida entre diversos veículos, é denominada PRV com entrega dividida (PRVED). O Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Entrega Dividida – PRVFHED (*Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Split Deliveries* – HVRPSP) é uma variante do PRVED que considera a frota heterogênea. Neste problema, cada cliente pode ser atendido por mais de um veículo,

enquanto que no PRVFH, cada cliente é atendido por um único veículo. Desta forma, para o PRVFHED, além de definir as rotas, deve-se determinar a quantidade entregue a cada cliente em cada veículo.

[Tavakkoli-Moghaddam *et al.*, 2007] abordaram o transporte de passageiros em áreas urbanas, onde os passageiros são atendidos em pontos de demandas. Diversos veículos podem atender ao mesmo ponto, portanto este serviço pode ser dividido entre uma frota composta por veículos heterogêneos (*CVRP with heterogeneous fleet and split service* – CHVRPSS). Os autores apresentaram um modelo de programação linear inteira mista para o problema e para resolvê-lo foi utilizado o SA como as vizinhanças *1-opt* e *2-opt*, modificadas para realizar a divisão da demanda entre os veículos.

Em [Ozfirat & Ozkarahan, 2010] é apresentado um algoritmo de duas fases baseado em Programação por Restrições (PR). O algoritmo primeiro agrupa e depois faz o roteamento, onde o problema principal é dividido em dois subproblemas, baseado em um nível de distância de *threshold* com uma alocação de veículos simultânea. Em seguida, cada subproblema é resolvido pela PR.

A Tabela 2.9 sumariza as características dos algoritmos encontrados na literatura para resolver o PRVFHED.

Tabela 2.9: Características dos trabalhos para o PRVFHED

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo.	Custo Var.	Custo Fixo e Var.
[Tavakkoli-Moghaddam <i>et al.</i> , 2007]	SA	Limitada		X	
[Ozfirat & Ozkarahan, 2010]	PR	Ilim./Lim.	X		

### 2.2.10 PRV com Dimensionamento de Frota Heterogênea e Janelas de Tempo

No Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (PRVJT) cada cliente  $i$  deve ser atendido dentro de uma janela de tempo  $[a_i, b_i]$ . O veículo que atende ao cliente  $i$  pode chegar antes do início da janela de tempo  $a_i$  e esperar até que o cliente esteja disponível, mas não é permitido que ele chegue após o fechamento  $b_i$  da janela. Além disso, cada cliente possui um tempo de serviço dado por  $s_i$ . Diversos problemas reais apresentam essas características [Golden *et al.*, 2002]. O PRVJT é uma das variantes, do PRV clássico, mais estudadas da literatura, como pode ser observado pelo grande número de revisões encontradas na literatura, entre elas [Golden & Assad, 1986], [Solomon & Desrosiers, 1988],

[Desrosiers *et al.*, 1995], [Cordeau *et al.*, 2002a], [Bräysy & Gendreau, 2005a], [Bräysy & Gendreau, 2005b], [Cordeau *et al.*, 2007] e [El-Sherbeny, 2010].

Assim como o PRVJT, a variante com frota heterogênea, denominada Problema de Roteamento de Veículos com Dimensionamento de Frota Heterogênea e Janelas de Tempo – PRVDFHJT (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows* – FSMVRPTW), juntamente como o PRVDFH e o PRVFHF, é uma das variantes com frota heterogênea mais estudadas da literatura.

O PRVDFHJT foi apresentado por [Liu & Shen, 1999]. Os autores propuseram um algoritmo que faz uso da heurística das economias (*Savings*) de [Clarke & Wright, 1964], para construir a solução inicial. Porém, os autores utilizam sete fórmulas diferentes de se calcular as economias, inspiradas na ideia apresentada em [Golden *et al.*, 1984] para o PRVDFH. Após a geração da solução inicial um método iterativo perturbava a solução inicial utilizando-se de movimentos de reinserção e troca intra e inter-rotas, seguida de uma busca local, também utilizando movimentos de reinserção e troca.

A Tabela 2.10 descreve as características dos algoritmos encontrados na literatura para resolver o PRVDFHJT.

Tabela 2.10: Características dos trabalhos para o PRVDFHJT

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo	Custo Var.	Custo Fixo e Var
[Liu & Shen, 1999]	heurísticas	Ilimitada	X		
[Dullaert <i>et al.</i> , 2002]	heurísticas	Ilimitada	X		
[Sadouni, 2006]	BT	Ilimitada	X		
[Yepes & Medina, 2006]	GRASP + TA	Limitada			X
[Dell’Amico <i>et al.</i> , 2007]	heurísticas	Ilimitada	X		
[Belfiore & Fávero, 2007]	SS	Ilimitada	X		
[Bräysy <i>et al.</i> , 2008]	SA	Ilimitada	X		
[Paraskevopoulos <i>et al.</i> , 2008]	BT	Ilimitada	X		
[Repoussis & Tarantilis, 2010]	PMA	Ilimitada	X		
[Bräysy <i>et al.</i> , 2009]	TA + GLS	Ilimitada	X		
[De la Cruz <i>et al.</i> , 2011]	CF	Ilimitada	X		

### 2.2.11 Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, Múltiplos Depósitos e Janelas de Tempo

O Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, Múltiplos Depósitos e Janelas de Tempo – PRVDFHMDJT (*Multi-Depot Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows* – MDHFVRPTW) é a variante do PRVDFHMD com Janelas de Tempo.

A Tabela 2.11 descreve as características dos algoritmos encontrados na literatura para resolver o PRVDFHMDJT.

Tabela 2.11: Características dos trabalhos para o PRVDFHMDJT

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo	Custo Var.	Custo Fixo e Var
[Dondo & Cerdá, 2007]	heurísticas	Limitada			X
[Bettinelli <i>et al.</i> , 2011]	heurísticas	Ilimitada	X		

### 2.2.12 Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Entrega Dividida e Janelas de Tempo

O Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Entrega Dividida e Janelas de Tempo – PRVFHEDJT (*Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows and Split Deliveries* – HFVRPTWSD), é a versão do PRVFHED com Janelas de Tempo.

A Tabela 2.12 descreve as características dos algoritmos encontrados na literatura para resolver o PRVFHEDJT.

Tabela 2.12: Características dos trabalhos para o PRVFHEDJT

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo	Custo Var.	Custo Fixo e Var
[Belfiore & Yoshizaki, 2009]	SS	Ilimitada			X

### 2.2.13 PRV com *Site Dependent* e Janelas de Tempo

A generalização do PRVSD que considera Janelas de Tempos é denominada Problema de Roteamento de Veículos com *Site Dependent* e Janelas de Tempo – PRVSDJT (*Site Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows* – SDVRPTW). O problema foi apresentado em [Cordeau & Laporte, 2001].

A Tabela 2.13 resume as características dos algoritmos encontrados na literatura para resolver o PRVSDJT.

Tabela 2.13: Características dos trabalhos para o PRVSDJT

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo.	Custo Var.	Custo Fixo e Var.
[Cordeau & Laporte, 2001]	BT	Limitada			
[Cordeau <i>et al.</i> , 2004]	BT	Limitada			
[Cordeau & Maischberger, 2012]	ILS + BT	Limitada			

### 2.2.14 Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, *Backhauls* Misto e Janelas de Tempo

No Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, *Backhauls* Misto e Janelas de Tempo – PRVFHFBMJT (*Heterogeneous fleet Vehicle Routing Problem with Mixed Backhauls and Time Windows* – HVRPMBTW), a cada cliente está associada ou uma entrega ou uma coleta, e podem ser visitados em qualquer ordem. Na literatura, a versão do PRV com *Backhauls* Misto, também é conhecido como PRV com Coleta e Entrega Mista ou simplesmente PRV com Coleta e Entrega.

A Tabela 2.14 apresenta as características do único algoritmo encontrado na literatura para o PRVFHFBMJT.

Tabela 2.14: Características dos trabalhos para o PRVFHFBMJT

Trabalho	Abordagem	Frota	Custo Fixo.	Custo Var.	Custo Fixo e Var.
[Belmecheri <i>et al.</i> , 2013]	CF, OEP	Limitada		X	

# Capítulo 3

## O Algoritmo Unificado para a Classe de PRVFHs

Neste capítulo é feita uma breve descrição da meta-heurística ILS na Seção 3.1. Em seguida, na Seção 3.2, é apresentado o algoritmo heurístico unificado baseado na meta-heurística ILS, que faz uso do método VND com ordem aleatória de vizinhanças como busca local, para solução de um conjunto de variantes do PRVFH. Na Seção 3.3 é descrita a versão híbrida do algoritmo proposto, que incorpora um modelo de Particionamento de Conjuntos, tratado por resolvidor de Programação Inteira Mista.

O conteúdo deste capítulo está parcialmente publicado em [Penna *et al.*, 2011], [Subramanian *et al.*, 2012], [Penna *et al.*, 2013a] e [Penna *et al.*, 2013b].

### 3.1 A meta-heurística *Iterated Local Search*

A meta-heurística *Iterated Local Search* – ILS [Lourenço *et al.*, 2010] é um método de busca local que explora o espaço de soluções por meio de perturbações em ótimos locais gerados durante a busca.

Para descrever o ILS, considere um ótimo local obtido por um método de busca local. Em seguida, uma solução intermediária é obtida por meio da aplicação de uma perturbação na solução ótima local previamente visitada. A ideia principal do ILS está em utilizar ótimos locais como novas soluções de partida, ao invés de começar de uma solução completamente nova. Desta forma, o ILS concentra sua busca em um conjunto reduzido de soluções, no caso apenas ótimos locais, em vez de considerar todo o espaço de busca.

Para aplicar um algoritmo ILS, quatro procedimentos têm que ser especificados: (i) Procedimento `GeraSoluçãoInicial()`, que constrói uma solução inicial para o problema; (ii) Procedimento `BuscaLocal()`, que recebe uma solução e retorna um ótimo local; (iii) Procedimento `Perturbação()`, que modifica, ou seja, perturba a solução corrente gerando, assim, uma solução intermediária e (iv) Procedimento `CritérioAceitação()`, que decide a partir de qual solução será aplicada a próxima perturbação. O Algoritmo 1 descreve como combinar estes elementos para utilizar a meta-heurística ILS.

---

**Algoritmo 1: ILS**


---

```

1 Início
2    $s_0 \leftarrow \text{GeraSoluçãoInicial}()$ 
3    $s^* \leftarrow \text{BuscaLocal}(s_0)$ 
4   enquanto (os critérios de parada não estiverem satisfeitos) faça
5      $s' \leftarrow \text{Perturbação}(s^*, \text{histórico})$ 
6      $s^{*'} \leftarrow \text{BuscaLocal}(s')$ 
7      $s^* \leftarrow \text{CritérioAceitação}(s^*, s^{*'})$ 
8 fim

```

---

Pelo Algoritmo 1 gera-se, na linha 2, uma solução inicial  $s_0$ . Essa solução é, a seguir, na linha 3, refinada por um método de busca local, conduzindo a um ótimo local  $s^*$ . O procedimento iterativo do método ocorre nas linhas 5 a 7. Na linha 5, o ótimo local  $s^*$  passa por uma perturbação gerando uma solução intermediária  $s'$ , a qual, por sua vez passa por um processo de refinamento (linha 6), resultando em um novo ótimo local  $s^{*'}$ . Na linha 7 verifica-se de qual solução a busca prosseguirá, se do ótimo local  $s^*$  corrente ou do novo ótimo local  $s^{*'}$ . O critério de aceitação mais utilizado é partir do ótimo local de melhor qualidade, ou seja,  $s^{*'}$  é aceita como nova solução de partida se  $f(s^{*'}) < f(s^*)$  para um problema de minimização, sendo  $f(s)$  o custo associado à solução  $s$ .

Para obter sucesso com o ILS uma atenção especial deve ser dada na escolha do método de busca local, das perturbações e do critério de aceitação. Em princípio, qualquer método de busca local pode ser utilizado. Entretanto, o desempenho do ILS, em termos de qualidade da solução e esforço computacional, depende fortemente do método adotado. A perturbação por sua vez, consiste em um conjunto de modificações feitas no ótimo local para gerar soluções progressivamente mais “distantes” desse ótimo local. A ideia principal é aumentar o nível de perturbação se a busca local não for bem sucedida, isto é, não estiver gerando ótimos locais melhores. A variável `histórico` controla o nível de perturbação e estabelece um balanço entre intensificação e diversificação. Quando o nível de perturbação é baixo há uma exploração mais efetiva da região do espaço de busca em que se encontra o ótimo local corrente, isto é, aplica-se a intensificação. Por outro lado,



à medida que esse nível de perturbação é aumentado a busca se direciona para outras regiões do espaço de soluções, ou seja, aplica-se a estratégia de diversificação.

## 3.2 O Algoritmo Heurístico Unificado Proposto

Esta seção descreve o algoritmo Heurístico Unificado (HU) proposto para resolver uma classe de Problemas de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea (HURVFH). O HURVFH é uma extensão do algoritmo proposto em [Penna *et al.*, 2013a]. Algumas características são mantidas, porém devido ao grande número de problemas tratados, novas características são adicionadas, como por exemplo a possibilidade de aceitar soluções inviáveis. Além disso, a inclusão de variantes que incluem restrições de janelas de tempo acarretaram profundas mudanças no modo como o algoritmo avalia as suas soluções.

O algoritmo proposto, denominado HURVFH, é uma heurística *Multi-Start* baseada na meta-heurística *Iterated Local Search* – ILS, tendo como busca local o método *Randomized Variable Neighborhood Descent* – RVND. Seu pseudocódigo é apresentado no Algoritmo 2.

Contrariamente ao método *Variable Neighborhood Descent* (VND) clássico descrito em [Hansen *et al.*, 2010], que trabalha com um conjunto de vizinhanças previamente ordenadas, o RVND utiliza uma ordem aleatória de vizinhanças a cada chamada. Essa é uma vantagem, uma vez que não é necessário fazer experimentos para descobrir qual a melhor ordem [Subramanian *et al.*, 2010, Penna *et al.*, 2011, Souza *et al.*, 2010].

Observa-se pelo Algoritmo 2, que o HURVFH começa inicializando a frota de veículos (linha 2). Para as variantes que possuem frota limitada, a soma do número de veículos de cada tipo é inicialmente considerado como número total de veículos, enquanto que nas versões com frota ilimitada um veículo de cada tipo é selecionado a priori. O número de veículos é atribuído a  $v$  (linha 3). A seguir, a heurística *Multi-Start* é executada  $MaxIterMS$  vezes (linhas 5 – 19). Primeiro, valor de  $MaxIterILS$  é calculado (linha 7). Este parâmetro representa o número máximo de perturbações consecutivas sem melhora adotado. O seu valor é calculado baseado no número de clientes, veículos e um dado valor  $\beta$  (veja Seção 4.1). A cada iteração da heurística *Multi-Start*, na linha 9, uma solução inicial é construída por um método construtivo (vide Seção 3.2.1), caso ela não tenha sido fornecida como parâmetro do algoritmo, e aprimorada, na linha 10, pela aplicação de um procedimento de busca local (vide Seção 5). O laço principal do ILS (linhas 11 – 17) envolve três procedimentos. No primeiro, linha 12, aplica-se um mecanismo de

perturbação (Seção 3.2.4) No segundo, linha 13, busca-se aprimorar a solução perturbada pelo método de busca local. No terceiro procedimento do laço do ILS, linhas 14 – 16, é verificado se o ótimo local gerado pela busca local será aceito como novo ótimo local. Uma solução é aceita se houver melhora na função de avaliação. Finalizado o ILS, atualiza-se a melhor solução gerada até então (linha 18).

Nas seções seguintes os componentes principais do HURVFH são descritos.

---

**Algoritmo 2:** HURVFH( $MaxIterMS$ ,  $\beta$ ,  $s$ )

---

```

1  Início
2      Inicializa frota
3       $v \leftarrow$  número total de veículos
4       $f(s^*) \leftarrow \infty$ 
5      para  $i \leftarrow 1$  até  $MaxIterMS$  faça
6           $iterILS \leftarrow 0$ 
7           $MaxIterILS \leftarrow$  CalcularMaxIterILS( $n, v, \beta$ )
8          se (não foi fornecida solução inicial) então
9               $s \leftarrow$  GeraSoluçãoInicial( $v$ )
10          $s^{*'} \leftarrow$  BuscaLocal( $s$ )
11         enquanto ( $iterILS \leq MaxIterILS$ ) faça
12              $s' \leftarrow$  Perturbação( $s^{*'}$ )
13              $s'' \leftarrow$  BuscaLocal( $s'$ )
14             se ( $f(s'') < f(s^{*'})$ ) então
15                  $s^{*'} \leftarrow s''$ 
16                  $iterILS \leftarrow 0$ 
17              $iterILS \leftarrow iterILS + 1$ 
18         se ( $f(s^{*'}) < f(s^*)$ ) então
19              $s^* \leftarrow s^{*'}$ 
20     retorna  $s^*$ 
21 Fim

```

---

### 3.2.1 O Procedimento de Construção Inicial

O procedimento de construção da solução inicial foi adaptado de métodos existentes na literatura. Uma estratégia de inserção foi adotada, a Estratégia de Inserção Paralela (EIP), onde todas as rotas são consideradas, paralelamente, durante o processo construtivo. Com a finalidade de gerar soluções iniciais diversificadas para essa estratégia, dois critérios de inserção foram utilizados, a saber, o Critério de Inserção Mais Barata Viável Modificada (CIMBVM) e o Critério de Inserção Mais Próxima Viável (CIMPV).

O pseudocódigo do procedimento *GeraSoluçãoInicial()* é apresentado no Procedimento 3. Inicialmente, a Lista de Candidatos (LC) é preenchida com todos os clientes

(linha 2). Em seguida, cada rota  $r'$  é preenchida com um cliente  $i$  selecionado, aleatoriamente, da LC (linhas 4 – 6). Também aleatoriamente é selecionado o critério de inserção (linha 7). A solução inicial é gerada pela EIP (linha 8) usando o critério previamente selecionado.

Ao final do procedimento, para as variantes com frota ilimitada, onde é necessário dimensioná-la, para cada tipo de veículo existente é adicionada à solução  $s$  uma rota vazia (linhas 9 – 10). Essas rotas são necessárias para permitir o redimensionamento da frota durante a fase de busca local.

---

**Procedimento 3:** GeraSoluçãoInicial( $v$ )

---

```

1 Início
2   Inicializa LC
3   Seja  $s = \{s^1, \dots, s^v\}$  o conjunto composto por  $v$  rotas vazias
4   para  $v' \leftarrow 1$  até  $v$  faça
5      $s^{v'} \leftarrow k \in LC$  selecionado aleatoriamente
6     Atualize a LC                                     //  $LC \leftarrow LC \setminus \{k\}$ 
7     CritérioInserção  $\leftarrow$  CIMBVM ou CIMPV           // selecionado aleatoriamente
8      $s \leftarrow$  EstratégiaInserçãoParalela( $s, v, LC, \text{CritérioInserção}$ )
9     se (a variante tiver frota ilimitada) então
10      Adicione em  $s$  uma rota vazia associada a cada tipo de veículo
11   retorna  $s$ 
12 Fim

```

---

### 3.2.1.1 Critérios de Inserção

No critério CIMBVM, o custo de inserção de um cliente não roteado  $h \in LC$  em uma determinada rota, associada a um veículo  $k$ , é expresso pela Equação (3.1), na qual a função  $g(h)$  representa o custo de inserção. O valor de  $g(h)$  é calculado pela soma de dois termos. O primeiro computa o custo de inserção do cliente  $h$  entre cada par clientes adjacentes  $i$  e  $j$  da rota, enquanto o segundo corresponde à penalização usada para desestimular inserções tardias de clientes localizados distantes do depósito. O fator  $\gamma$  define o peso do custo de ida e volta ao depósito.

$$g(h) = (c_{ih}^k + c_{hj}^k - c_{ij}^k) - \gamma (c_{0h}^k + c_{h0}^k) \quad (3.1)$$

O critério CIMPV calcula a distância entre um cliente  $h \in LC$  e todos os clientes que já tenham sido incluídos na solução parcial, ou seja  $g(h) = c_{ih}^k$  (Equação (3.2)). Assume-se

que a inserção de  $h$  é sempre realizada após  $i$ .

$$g(h) = c_{ih}^k \quad (3.2)$$

Nos dois critérios adotados o cliente  $i_{\min}$  inserido é aquele associado ao menor custo, isto é,  $i_{\min} \leftarrow \arg \min\{g(h) \mid h \in LC\}$ .

---

**Procedimento 4:** *EstratégiaInserçãoParalela*( $s, r, LC, \text{CritérioInserção}$ )

---

```

1 Início
2    $\gamma \leftarrow 0$ 
3   se (CritérioInsercao = CIMBVM) então
4      $\gamma \leftarrow$  valor aleatório dentro de um dado intervalo
5   enquanto ( $LC \neq \emptyset$  e pelo menos um cliente  $i \in LC$  pode ser adicionado a  $s$ ) faça
6     Calcule o custo  $g(i)$  para cada  $i \in LC$ 
7      $i' \leftarrow \arg \min\{g(i) \mid i \in LC\}$ 
8      $r' \leftarrow$  rota associada ao  $i'$ 
9      $s^{r'} \leftarrow s^{r'} \cup \{i'\}$ 
10    Atualize LC //  $LC \leftarrow LC \setminus \{i\}$ 
11  se ( $|LC| > 0$ ) então
12    se (a frota for ilimitada) então
13      Adicione uma nova rota com um novo veículo selecionado aleatoriamente
14    senão
15      Adicione uma nova rota com um veículo fictício, com os custos elevados e que
16      comporte todos os clientes
17    Vá para linha 5
17  retorna  $s$ 
18 fim

```

---

### 3.2.1.2 Estratégia de Inserção Paralela

Na Estratégia de Inserção Paralela (EIP), cujo pseudocódigo é apresentado no Procedimento 4, todas as rotas são consideradas a cada iteração. Se o critério de inserção selecionado for o CIMBVM, um valor de  $\gamma$  é escolhido, aleatoriamente, no intervalo discreto  $\{0.00, 0.05, 0.10, \dots, 1.65, 1.70\}$  (linha 3), conforme experimentos empíricos apresentados em [Subramanian *et al.*, 2010]. Em seguida, enquanto a LC não estiver vazia e existir pelo menos um cliente  $i \in LC$  que possa ser adicionado à solução parcial corrente, sem violar nenhuma restrição (linhas 5 – 10), um cliente  $i'$  é adicionado à rota  $r'$  de menor custo de inserção segundo o critério de inserção selecionado. Se ao final do laço anterior ainda restar algum cliente não atendido, dois casos são tratados (linhas 12 – 15). Se a frota for ilimitada (linha 12), uma nova rota com um veículo, selecionado aleatoriamente entre os tipos existentes, é adicionada (linha 13); caso contrário, a essa nova rota é associado um

novo veículo fictício, com os custos fixos e variáveis muito superiores aos custos existentes e sem restrição de atendimento aos clientes (linha 15). Por exemplo, nos problemas que possuem *Site Dependent* o veículo adicionado não possui restrições de atendimento a nenhum cliente. Este veículo faz com que a solução seja inviável. No entanto, como os valores dos custos deste novo veículo são elevados, durante a fase de busca local qualquer movimento que retire um cliente da rota associada a esse veículo será atrativo. Da mesma forma, nenhum movimento que insira clientes nessa rota será vantajoso. Após a criação da nova rota, na linha 16 o procedimento é reiniciado a partir da linha 5.

### 3.2.2 O Procedimento de Busca Local RVND

A busca local é feita pelo procedimento *Randomized Variable Neighborhood Descent* – RVND [Subramanian *et al.*, 2010]. O RVND é uma variação do método *Variable Neighborhood Descent* – VND [Hansen *et al.*, 2010], que ao invés de usar uma ordem pré-definida de vizinhanças para explorar o espaço de soluções, utiliza uma ordem aleatória a cada chamada. Mais especificamente, sempre que em uma determinada vizinhança não for possível melhorar a solução corrente, o RVND seleciona, aleatoriamente, outra vizinhança para continuar a busca pelo espaço de soluções. Esta abordagem, utilizada em [Subramanian *et al.*, 2010], [Souza *et al.*, 2010] e [Penna *et al.*, 2013a], produz, em média, resultados melhores do que a versão com ordem determinística das vizinhanças e tem vantagem de não necessitar de um estudo de qual a melhor ordem de vizinhanças.

---

#### Procedimento 5: BuscaLocal( $s$ )

---

```

1  Início
2  | Atualize as EDAs          // (Veja Seção 3.2.3.1)
3  | Inicialize a Lista de Vizinhanças (LV) Inter-Rota
4  | enquanto ( $LV \neq \emptyset$ ) faça
5  | | Escolha uma vizinhança  $\mathcal{N}^{(\eta)} \in LV$  aleatoriamente
6  | | Encontre o melhor vizinho  $s'$  de  $s \in \mathcal{N}^{(\eta)}$ 
7  | | se ( $f(s') < f(s)$ ) então
8  | | |  $s \leftarrow s'$ 
9  | | |  $s \leftarrow \text{BuscaIntrarrota}(s)$ 
10 | | | se (a frota for ilimitada) então
11 | | | | Atualize a frota de modo que exista um veículo vazio de cada tipo
12 | | | Reinicialize a LV
13 | | senão
14 | | | Remova  $\mathcal{N}^{(\eta)}$  da LV
15 | | Atualize as EDAs
16 | retorna  $s$ 
17 fim

```

---

O pseudocódigo do procedimento RVND é apresentado no Procedimento 5. Para explicar seu funcionamento, seja  $LV$  uma Lista de Vizinhanças interrotas. Inicialmente a  $LV$  é inicializada com vizinhanças associadas aos movimentos descritos na Seção 3.2.3.3 (linha 3). A cada iteração (linhas 4 – 15) uma vizinhança  $\mathcal{N}^{(\eta)} \in LV$  é selecionada aleatoriamente (linha 5) e o melhor movimento viável é determinado (linha 6). Em caso de melhora da solução corrente, uma busca local intrarota é executada (Procedimento 6), a frota é atualizada e  $LV$  é reinicializada com todas as vizinhanças (linhas 7 – 13). Caso contrário,  $\mathcal{N}^{(\eta)}$  é removida da  $LV$  (linha 14). Um conjunto de Estruturas de Dados Auxiliares (EDA) (Seção 3.2.3.1) é atualizado no início do método (linha 2) e sempre que uma vizinhança é executada (linha 15).

A busca local em todas as vizinhanças é realizada de forma exaustiva, considerando apenas as soluções viáveis (com exceção das variantes com Janelas de Tempo – JT) utilizando a estratégia *best improvement*. Em princípio, a checagem de viabilidade das cargas devem ser verificadas apenas no(s) depósito(s), com exceção das variantes envolvendo coleta e entrega, em que as cargas devem ser verificadas ao longo da rota. Nas variantes com JT são aceitas somente soluções que melhoram a solução corrente, porém são permitidas soluções inviáveis. Estas soluções são penalizadas de acordo com um fator que indica o quão distante os clientes estão sendo atendidos em relação à sua Janela de Tempo. A Seção 3.2.3.2 explica como analisar a viabilidade em tempo constante das diversas variantes estudadas.

---

**Procedimento 6:** BuscaIntrarota( $s$ )

---

```

1 Início
2   Inicialize Lista de Vizinhanças Intrarrotas ( $LV'$ )
3   enquanto ( $LV' \neq \emptyset$ ) faça
4     Escolha uma vizinhança  $\mathcal{N}'^{(\eta)} \in LV'$  aleatoriamente
5     Encontre o melhor vizinho  $s'$  de  $s \in \mathcal{N}'^{(\eta)}$ 
6     se ( $f(s') < f(s)$ ) então
7       |  $s \leftarrow s'$ 
8     senão
9       | Remova  $\mathcal{N}'^{(\eta)}$  da  $LV'$ 
10  retorna  $s$ 
11 fim

```

---

### 3.2.3 Estruturas de Vizinhanças

Esta seção apresenta as estruturas de vizinhanças (Seções 3.2.3.3 – 3.2.3.5) utilizadas durante o processo de busca local, bem como as estruturas de dados auxiliares necessárias

para evitar avaliações desnecessárias de movimentos (Seção 3.2.3.1) e também para avaliar os movimentos nas variantes com janelas de tempo em tempo computacional constante  $\mathcal{O}(1)$  amortizado (Seção 3.2.3.2).

### 3.2.3.1 Estruturas de Dados Auxiliares (EDA)

Com a finalidade de acelerar a busca e evitar a avaliação desnecessária de movimentos, algumas Estruturas de Dados Auxiliares (EDA) foram desenvolvidas. As seguintes matrizes armazenam informações úteis para cada rota.

#### I. EDAs comuns a todas as variantes

- **SomaEntrega[ ]**: armazena a soma das demandas de uma rota. Por exemplo, **SomaEntrega[2] = 100** indica que a soma das demandas de todos os clientes da rota 2 corresponde a 100.
- **EntregaMin[ ]**: demanda mínima da rota. Por exemplo, **EntregaMin[3] = 5** significa que 5 é a menor demanda entre todos os clientes da rota 3.
- **EntregaMax[ ]**: demanda máxima da rota.
- **EntregaMinAdj[ ]**: soma mínima das demandas de dois clientes adjacentes da rota. Por exemplo, **EntregaMinAdj[4] = 10** indica que a menor soma das demandas de dois clientes adjacentes da rota 4 é 10.
- **EntregaMaxAdj[ ]**: soma máxima das demandas de dois clientes adjacentes da rota.
- **DemandaAcumulada[ ][ ]**: matriz tendo como argumentos uma rota  $r$  e uma posição  $pos$  na sequência de visita, que retorna a carga da demanda acumulada até a posição  $pos$  da rota. Por exemplo, **DemandaAcumulada[2][4] = 78** significa que a soma dos quatro primeiros clientes da rota 2 totaliza 78.
- **StatusVizinhança[ ][ ]**: matriz com argumentos rota  $r$  e vizinhança  $\mathcal{N}$ , que assume dois valores: falso ou verdadeiro. Será verdadeiro se a rota  $r$  foi modificada após a busca na vizinhança  $\mathcal{N}$  ter sido aplicada sem sucesso. Por exemplo, **StatusVizinhança[1][3] = verdadeiro**, significa que a última vez que a vizinhança  $\mathcal{N}^{(1)}$  foi utilizada, nenhum movimento de melhora envolvendo a rota 3 foi encontrado, mas esta rota foi posteriormente modificada por uma outra estrutura de vizinhança ou por um movimento de perturbação. Por sua vez, **StatusVizinhança** assume o valor falso se a rota  $r$  não

foi modificada após a busca na vizinhança  $\mathcal{N}$  ter sido aplicada sem sucesso. `StatusVizinhança[1][3] = falso`, por exemplo, indica que a rota 3 não sofreu nenhuma mudança depois da última vez que a busca na vizinhança  $\mathcal{N}^{(1)}$  não obteve sucesso em encontrar um movimento de melhora envolvendo esta rota.

## II. EDAs adicionais para as variantes com Coleta

- `SomaColeta[ ]`: armazena, de modo similar a estrutura `SomaDemanda`, a soma das coletas de uma rota.
- `ColetaMin[ ]`: coleta mínima da rota.
- `ColetaMax[ ]`: coleta máxima da rota.
- `ColetaMinAdj[ ]`: soma mínima das coletas de dois clientes adjacentes da rota.
- `ColetaMaxAdj[ ]`: soma máxima das coletas de dois clientes adjacentes da rota.
- `ColetaAcumulada[ ][ ]`: carga da coleta acumulada em cada ponto da rota.

## III. EDAs adicionais para as variantes com Janelas de Tempos

- `Duração[ ][ ][ ]`: matriz tendo como argumentos uma rota  $r$ , uma posição inicial  $ini$  e uma posição final  $fim$  de uma sequência de visita, que retorna a duração da rota, ou seja, soma do tempo de viagem e do tempo de serviço entre as posições  $ini$  e  $fim$  da sequência de visita da rota. Por exemplo, `Duração[3][4][7] = 51` significa que a soma dos tempos de viagens e dos tempos de serviços entre os clientes da posição  $ini = 4$  e  $fim = 7$  da rota 3 totaliza 51.
- `Earliest[ ][ ][ ]`: matriz que armazena para uma sequência de visitas da rota  $r$ , começando na posição inicial  $ini$  e terminando em uma posição final  $fim$ , o instante de tempo a partir da qual é possível iniciar a visita da sequência de clientes para completá-la de modo viável.
- `Latest[ ][ ][ ]`: armazena o último instante de tempo que é possível iniciar a visita da sequência dada.
- `PenalidadeJT[ ][ ][ ]`: armazena a quantidade de tempo passado após o fim da janela de tempo em que foi possível iniciar o atendimento da sequência de visitas.



Para atualizar as informações das EDA deve-se levar em consideração apenas as rotas que foram modificadas. Seja  $\bar{n}$  o número total de clientes nas rotas modificadas. Exceto para **StatusVizinhança**, a atualização das EDAs é feita da seguinte forma. Para cada rota modificada, uma verificação é efetuada ao longo da rota para atualizar os valores correspondentes das EDAs. Desta forma, a complexidade computacional é  $\mathcal{O}(\bar{n})$ . Para a **StatusVizinhança**, em cada rota as informações sobre todas as vizinhanças inter-rotas são atualizadas, o que resulta em uma complexidade computacional de  $\mathcal{O}(\bar{r}|\mathcal{N}|)$ , sendo  $\bar{r}$  o número de rotas modificadas.

### 3.2.3.2 Tratamento das Inviabilidades usando as EDAs

Uma parte importante do tempo computacional utilizado para resolver um problema é gasto para checar a viabilidade da solução ou para se computar o seu custo após a realização de um movimento. Nesta seção são descritos as EDAs envolvidas nas variantes com janelas de tempos para efetuar esse cálculo em tempo constante.

As EDAs exploram o fato das vizinhanças adotadas utilizarem mecanismos de troca e realocação de clientes, que podem ser vistos como uma recombinação de sequências de clientes na solução [Kindervater & Savelsbergh, 1997], [Irnich, 2008a] e [Vidal *et al.*, 2013b].

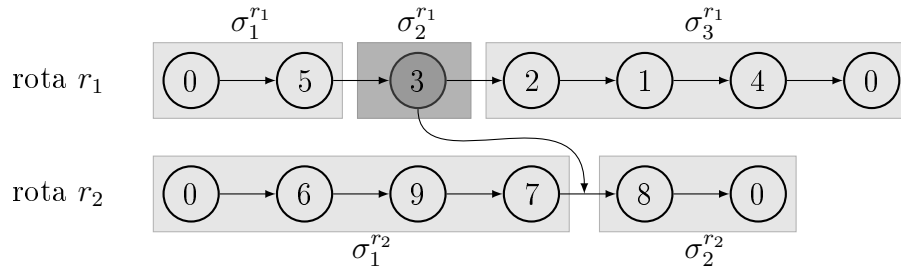


Figura 3.1: Exemplo de Recombinação de Sequências

A Figura 3.1 ilustra o movimento de realocação do cliente 3 da rota  $r_1$  para depois do cliente 7 da rota  $r_2$  e pode ser visto como uma recombinação das sequências. Na rota  $r_1$  temos as sequências  $\sigma_1^{r_1}$ ,  $\sigma_2^{r_1}$  e  $\sigma_3^{r_1}$  e na rota  $r_2$  as sequências  $\sigma_1^{r_2}$  e  $\sigma_2^{r_2}$ . A nova solução é formada pelas rotas  $r'_1$  e  $r'_2$ , onde  $r'_1 = \sigma_1^{r_1} \oplus \sigma_3^{r_1}$  e  $r'_2 = \sigma_1^{r_2} \oplus \sigma_2^{r_1} \oplus \sigma_2^{r_2}$ , ou seja, é executada uma concatenação das sequências, como mostrado na Figura 3.2.

Para que a avaliação dos movimentos possa ser efetuada em tempo constante, um pré-processamento das rotas da solução deve ser efetuada. Neste sentido, os seguintes procedimentos, utilizados em [Vidal, 2012], foram implementados:

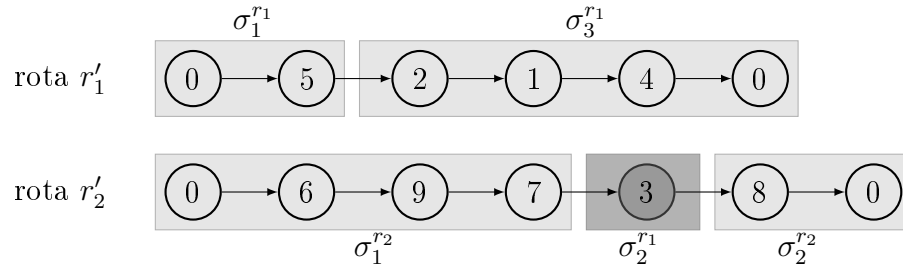


Figura 3.2: Sequências Recombinadas para Execução de Movimentos

- **Inicializa( $\sigma$ )**: Inicializa as EDAs da sequência  $\sigma$ , onde cada subsequência possui apenas um cliente.
- **Forward( $\sigma$ )**: Computa os valores para EDAs para cada subsequência o próximo cliente da sequência.
- **Backward( $\sigma$ )**: Computa os valores das EDAs para cada subsequência em ordem reversa.
- **Avalia( $\sigma_1, \sigma_2$ )**: Avalia o custo e a viabilidade da concatenação da sequência  $\sigma_1$  com a sequência  $\sigma_2$  ( $\sigma_1 \oplus \sigma_2$ ).

O uso de soluções intermediárias inviáveis nas variantes que possuem janelas de tempo vem sendo explorado com sucesso, pois nessas variantes, até mesmo construir uma solução inicial viável é, em muitos casos, difícil. Neste trabalho, permite-se que o cliente seja atendido fora da sua janela de tempo. No entanto, uma penalidade é dada para esse atendimento, caso seja efetuado após o término da janela de tempo. O atendimento antes da janela de tempo não sofre penalização, sendo apenas computado o tempo de espera (TE) até o início da janela de tempo para se começar o atendimento. A Figura 3.3 exemplifica o modelo de penalização adotado.

A Figura 3.3 descreve o tempo gasto no atendimento a determinados clientes de uma rota  $r$ . As linhas pontilhadas na vertical indicam o tempo de viagem de um cliente a outro, enquanto que na horizontal indicam o tempo de serviço. Pela figura é possível observar que o veículo chega antes do início da janela de tempo do cliente  $i + 1$ , logo, um tempo de espera  $TE$  se faz necessário para iniciar o atendimento. No entanto, o atendimento aos clientes  $i + 3$  e  $i + n$  pela figura, acontece após o término da suas janelas de tempo, portanto uma penalização por violação das janelas de tempo  $PJT$  é dada a esses clientes nessa rota. Este modelo de penalização da janela de tempo foi adotado com sucesso no trabalhos de [Nagata *et al.*, 2010] e [Vidal *et al.*, 2013b].

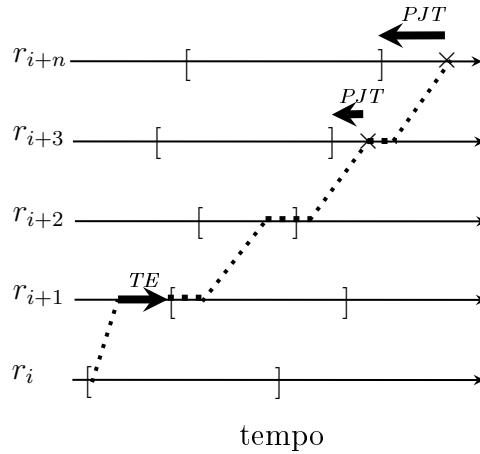


Figura 3.3: Penalização da Janela de Tempo

Os cálculos dessas penalidades utilizados na verificação da solução são efetuados como segue. Para cada subsequência qualquer de visitas  $\sigma$ , as EDAs para as variantes com janelas de tempo são computadas, de modo genérico, utilizando os procedimentos *Inicializa()*, *Backward()*, *Forward()* e *Avalia()*. Para uma sequência  $\sigma_0$  contendo um único vértice  $i$  as EDAs são inicializadas com  $Duracao(\sigma_0) = s_i$ ,  $Earliest(\sigma_0) = a_i$ ,  $Latest(\sigma_0) = b_i$  e  $PenalidadeJT(\sigma_0) = 0$ . A concatenação de sequências permite calcular estes valores para toda a rota. Sejam  $\sigma_1 = (\sigma_{1(i)}, \dots, \sigma_{1(j)})$  e  $\sigma_2 = (\sigma_{2(i)}, \dots, \sigma_{2(j)})$  duas subsequências de visitas. As EDAs para a subsequência concatenada  $\sigma_1 \oplus \sigma_2$ , são calculadas da seguinte forma:

$$Duracao(\sigma_1 \oplus \sigma_2) = Duracao(\sigma_1) + d_{\sigma_1(|\sigma_1|)\sigma_2(1)} + Duracao(\sigma_2) + \Delta_{TE} \quad (3.3)$$

$$Earliest(\sigma_1 \oplus \sigma_2) = \max\{Earliest(\sigma_2) - \Delta, Earliest(\sigma_2)\} - \Delta_{TE} \quad (3.4)$$

$$Latest(\sigma_1 \oplus \sigma_2) = \min\{Latest(\sigma_2) - \Delta, Latest(\sigma_1)\} + \Delta_{PJT} \quad (3.5)$$

$$PenalidadeJT(\sigma_1 \oplus \sigma_2) = PenalidadeJT(\sigma_1) + PenalidadeJT(\sigma_2) + \Delta_{PJT} \quad (3.6)$$

onde,

$$\Delta = Duracao(\sigma_1) - PenalidadeJT(\sigma_1) + d_{\sigma_1(|\sigma_1|)\sigma_2(1)} \quad (3.7)$$

$$\Delta_{TE} = \max\{Earliest(\sigma_2) - \Delta - Latest(\sigma_1), 0\} \quad (3.8)$$

$$\Delta_{PJT} = \max\{Earliest(\sigma_1) + \Delta - Latest(\sigma_2), 0\} \quad (3.9)$$

Por meio de programação dinâmica e fazendo uso dos procedimentos *Inicializa()*, *Backward()*, *Forward()* e *Avalia()* e das Equações (3.3) – (3.9) é possível realizar um

pré-processamento da solução, para obter o custo de uma rota  $r$ , pela Equação (3.10):

$$F(r) = c_{(0)(|r|)}^u + \omega \times \text{PenalidadeJT}(r) \quad (3.10)$$

Na Equação (3.10), o valor  $\omega$  indica o peso dado para a  $PJT$ . O termo  $c_{(0)(|r|)}^u$ , indica a distância total percorrida (ou tempo de viagem) do cliente na posição 0 até o cliente da posição  $|r|$ , utilizando-se o veículo do tipo  $u$ . Já o termo  $\omega \times \text{PenalidadeJT}(r)$ , representa o valor da violação  $PJT$  vezes um determinado peso para a rota  $r$ . Caso todos os clientes sejam atendidos dentro da janela de tempo o valor da  $\text{PenalidadeJT}(r)$  é igual a zero. Portanto, este segundo termo da equação será igual a zero, retornando como custo o valor  $c_{(0)(|r|)}^u$ .

### 3.2.3.3 Estruturas de Vizinhança Inter-Rotas

Um conjunto  $\mathcal{N}$  de dez diferentes tipos de movimentos é usado para fazer modificações entre clientes de rotas distintas. Esses movimentos definem as estruturas de vizinhanças inter-rotas, sendo que as seis primeiras vizinhanças foram aplicadas em todas as variantes (Figura 3.4). Destas estruturas, cinco são baseadas em movimentos  $\lambda$ -interchanges [Osman, 1993], que consiste na troca de até  $\lambda$  clientes entre duas rotas. Para minimizar o esforço computacional foi considerado  $\lambda = 2$ . De acordo com [Cordeau & Laporte, 2005], essas trocas são melhores explicadas como duplas  $(\lambda_1, \lambda_2)$  (com  $\lambda_1 \leq \lambda$  e  $\lambda_2 \leq \lambda$ ), sendo que  $\lambda_1$  clientes são transferidos da rota  $r_1$  para a rota  $r_2$  e  $\lambda_2$  clientes da rota  $r_2$  para a rota  $r_1$ . Portanto, desconsiderando as simetrias, são possíveis as seguintes combinações de movimentos 2-interchanges:  $((1, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 1), (2, 2))$ . Observe que tais combinações incluem movimentos de realocação  $((1, 0), (2, 0))$  e de troca  $((1, 1), (2, 1), (2, 2))$ . A sexta vizinhança considerada é baseada no operador *Cross-exchange* [Taillard *et al.*, 1997], que consiste em trocar dois segmentos de diferentes rotas. Para as variantes Múlti-Depósitos duas vizinhanças, denominadas *ShiftDepot* e *SwapDepot*, foram implementadas (Figura 3.5). Por fim, duas vizinhanças para as variantes contendo entregas divididas, denominadas *RouteAdition* e *k-Split*, foram adotadas [Silva & Ochi, 2012]. As estruturas de vizinhanças inter-rotas estão descritas a seguir.

**Shift(1,0) –  $\mathcal{N}^{(1)}$ :** Um cliente  $i$  é transferido de uma rota  $r_1$  para outra rota  $r_2$ . Pela Figura 3.4.b, que exemplifica o movimento, pode-se observar que o cliente 7 é retirado de uma rota e reinserido em outra. Utilizando as EDAs, se a operação  $\text{EntregaMin}[r_1] + \text{SomaEntrega}[r_2] > Q_{k(r_2)}$  ou  $\text{ColetaMin}[r_1] + \text{SomaColeta}[r_2] > Q_{k(r_2)}$ , com  $Q_{k(r_2)}$  representando a capacidade do veículo associado à rota  $r_2$ , então a transferência de qual-

quer cliente de  $r_1$  para  $r_2$  implica em uma solução inviável. Este fato é fácil de verificar, pois se o cliente com a menor demanda de entrega (ou coleta) não pode ser transferido para outra rota, obviamente, nenhum outro cliente poderá. Além disso, se  $q_i + \text{SomaEntrega}[r_2] > Q_{k(r_2)}$  ou  $p_i + \text{SomaColeta}[r_2] > Q_{k(r_2)}$ , não faz sentido avaliar a transferência de  $i \in r_1$  para qualquer que seja a posição em  $r_2$ , pois a capacidade do veículo associado a  $r_2$  será sempre violada. A carga do veículo é verificada como segue. Todos os clientes localizados antes da posição de inserção têm suas cargas adicionadas por  $q_i$ , enquanto que os localizados depois possuem suas cargas adicionadas por  $p_i$ . O Procedimento 7 apresenta o pseudocódigo de busca local nessa vizinhança.

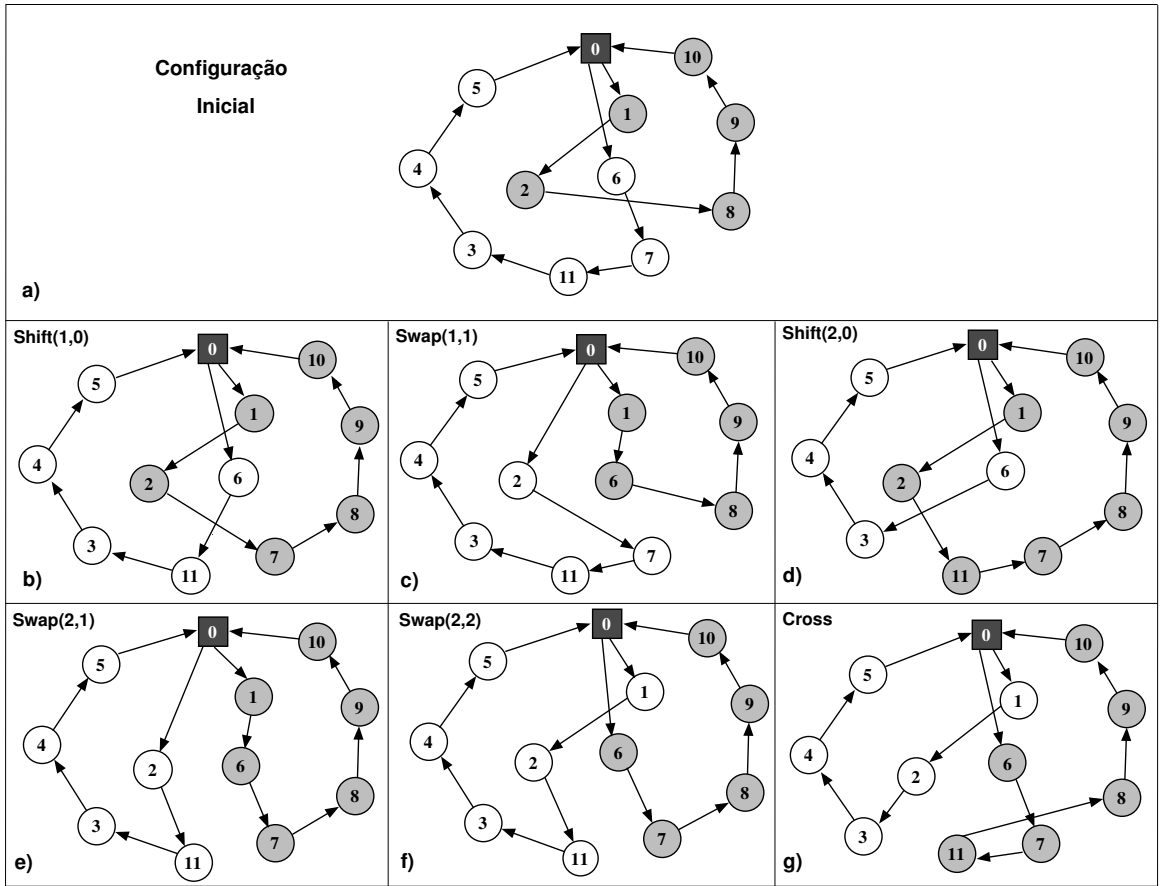


Figura 3.4: Vizinhanças Inter-Rotas

**Swap(1,1)** –  $\mathcal{N}^{(2)}$ : Executa uma permutação entre um cliente  $i$  de uma rota  $r_1$  e um cliente  $j$  pertencente a uma outra rota  $r_2$ . Na Figura 3.4.c o cliente 2 é trocado com o cliente 6. Para evitar a avaliação de movimentos inviáveis deve-se efetuar as seguintes verificações para a rota  $r_1$ :  $\text{EntregaMin}[r_2] - \text{EntregaMax}[r_1] + \text{SomaEntrega}[r_1] \leq Q_{k(r_1)}$ ,  $\text{ColetaMin}[r_2] - \text{ColetaMax}[r_1] + \text{SomaColeta}[r_1] \leq Q_{k(r_1)}$ ,  $q_j + \text{SomaEntrega}[r_1] - \text{EntregaMax}[r_1] \leq Q_{k(r_1)}$  and  $p_j + \text{SomaColeta}[r_1] - \text{ColetaMax}[r_1] \leq Q_{k(r_1)}$ , assim

**Procedimento 7:** Shift(1-0)(s)

---

```

1  Início
2  para  $r_1 \leftarrow 1$  até  $r$  faça
3      para  $r_2 \leftarrow 1$  até  $r$  faça
4          se  $(r_1 \neq r_2$  e  $(StatusVizinhanca[1][r_1] = true$  ou
               $StatusVizinhanca[1][r_2] = true)$  e  $EntregaMin[r_1] + SomaEntrega[r_2]$ 
               $\leq Q_{k(r_2)}$  e  $ColetaMin[r_1] + SomaColeta[r_2] \leq Q_{k(r_2)})$  então
5              para todo cliente  $i \in r_1$  faça
6                  se  $(q_i + SomaEntrega[r_2] \leq Q_{k(r_2)}$  e  $p_i + SomaColeta[r_2]$ 
                     $\leq Q_{k(r_2)})$  então
7                      para cada posição  $pos$  em  $r_2$  faça
8                          Calcule o custo da solução  $f(s')$  da solução vizinha  $s'$  de  $s$ ,
                          i.e., o custo de transferir  $i \in r_1$  para a posição  $pos$  em  $r_2$ 
9                          se  $(f(s') < f^*$  e  $s'$  é viável) então
10                              $f^* \leftarrow f(s')$ 
11                              $s^* \leftarrow s'$ 
12 se  $f^* < f(s)$  então
13      $s \leftarrow s^*$ 
14 senão
15     Atualize StatusVizinhanca
16 retorna  $s$ 
17 fim

```

---

como para a rota  $r_2$ :  $EntregaMin[r_1] - EntregaMax[r_2] + SomaEntrega[r_2] \leq Q_{k(r_2)}$ ,  $ColetaMin[r_1] - ColetaMax[r_2] + SomaColeta[r_2] \leq Q_{k(r_2)}$ ,  $q_i + SomaEntrega[r_2] - EntregaMax[r_2] \leq Q_{k(r_2)}$  and  $p_i + SomaColeta[r_2] - ColetaMax[r_2] \leq Q_{k(r_2)}$ . As cargas dos veículos das duas rotas são examinadas de modo similar. Por exemplo, no caso de  $r_2$ , todos os clientes situados antes da posição que  $j$  foi encontrado (agora substituído por  $i$ ), têm suas cargas adicionadas por  $q_i$  e subtraídas por  $q_j$ , enquanto que as cargas dos clientes posicionados após  $i$  serão acrescidas de  $p_i$  e diminuídas em  $p_j$ . O Procedimento 8 apresenta o pseudocódigo de busca local nessa vizinhança.

**Shift(2,0)** –  $\mathcal{N}^{(3)}$ : Dois clientes consecutivos  $i$  e  $j$  são transferidos de uma rota  $r_1$  para outra  $r_2$ . Na Figura 3.4.d os clientes adjacentes 7 e 11 são movidos de uma rota para outra. Antes de iniciar a avaliação dos clientes a serem transferidos de  $r_1$  para  $r_2$  devemos verificar se as seguintes condições são satisfeitas:  $EntregaMinAdj[r_1] + SomaEntrega[r_2] \leq Q_{k(r_2)}$  e  $ColetaMinAdj[r_1] + SomaColeta[r_2] \leq Q_{k(r_2)}$ . A carga do veículo na rota  $r_2$  é feita usando-se uma abordagem similar à adotada na vizinhança *Shift(1,0)*. Todos os clientes localizados antes da posição de inserção em  $r_2$  têm suas cargas somadas em  $q_i + q_j$ , enquanto que aqueles localizados depois têm suas cargas adicionadas

**Procedimento 8:** Swap(1-1)( $s$ )

---

```

1  Início
2  para  $r_1 \leftarrow 1$  até  $r$  faça
3      para  $r_2 \leftarrow r_1 + 1$  até  $r$  faça
4          se  $((StatusVizinhança[2][r_1] = true \text{ ou } StatusVizinhança[2][r_2] =$ 
             $true) \text{ e } EntregaMin[r_1] - EntregaMax[r_2] + SomaEntrega[r_2] \leq Q_{k(r_2)} \text{ e}$ 
             $ColetaMin[r_1] - ColetaMax[r_2] + SomaColeta[r_2] \leq Q_{k(r_2)} \text{ e}$ 
             $EntregaMin[r_2] - EntregaMax[r_1] + SomaEntrega[r_1] \leq Q_{k(r_1)} \text{ e}$ 
             $ColetaMin[r_2] - ColetaMax[r_1] + SomaColeta[r_1] \leq Q_{k(r_1)})$  então
5              para todo cliente  $i \in r_1$  faça
6                  se  $(q_j + SomaEntrega[r_1] - EntregaMax[r_1] \leq Q_{k(r_1)} \text{ e } p_j +$ 
                     $SomaColeta[r_1] - ColetaMax[r_1] \leq Q_{k(r_1)}) \text{ e } (q_i +$ 
                     $SomaEntrega[r_2] - EntregaMax[r_2] \leq Q_{k(r_2)} \text{ e } p_i +$ 
                     $SomaColeta[r_2] - ColetaMax[r_2] \leq Q_{k(r_2)})$  então
7                      para todo cliente  $j \in r_2$  faça
8                          Calcule o custo da solução  $f(s')$  da solução vizinha  $s'$  de  $s$ ,
                          i.e., o custo de trocar  $i \in r_1$  com  $j \in r_2$ 
9                          se  $(f(s') < f^* \text{ e } s' \text{ é viável})$  então
10                               $f^* \leftarrow f(s')$ 
11                               $s^* \leftarrow s'$ 
12 se  $f^* < f(s)$  então
13     |  $s \leftarrow s^*$ 
14 senão
15     | Atualize StatusVizinhança
16 retorna  $s$ 
17 fim

```

---

em  $p_i + p_j$ . A nova carga do arco  $(i, j)$  também deve ser verificada.

**Swap(2,1) –  $\mathcal{N}^{(4)}$ :** Dois clientes consecutivos,  $i$  e  $j$ , pertencentes a uma rota  $r_1$  são permutados com um cliente  $i'$  de outra rota  $r_2$ . Na Figura 3.4.e os clientes adjacentes 6 e 7 de uma rota são trocados com o cliente 2 de outra rota. A avaliação de alguns movimentos inviáveis é evitada, realizando-se os seguintes testes:  $EntregaMinAdj[r_1] - EntregaMax[r_2] + SomaEntrega[r_2] \leq Q_{k(r_2)}$  e  $ColetaMinAdj[r_1] - EntregaMax[r_2] + SomaColeta[r_2] \leq Q_{k(r_2)}$ . A carga é verificada de modo similar as abordagens usadas nas vizinhanças *Shift*(2,0) e *Swap*(1,1).

**Swap(2,2) –  $\mathcal{N}^{(5)}$ :** Dois clientes consecutivos,  $i$  e  $j$ , pertencentes a uma rota  $r_1$  são permutados com outros dois clientes consecutivos  $i'$  e  $j'$  de outra rota  $r_2$ . Na Figura 3.4.f os clientes adjacentes 6 e 7 de uma rota são trocados com os clientes adjacentes 1 e 2 de outra rota. Para se evitar a avaliação de movimentos inviáveis as seguintes condições devem ser satisfeitas:  $EntregaMinAdj[r_1] - EntregaMaxAdj[r_2] + SomaEntrega[r_2] \leq Q_{k(r_2)}$  e

$\text{ColetaMinAdj}[r_1] - \text{EntregaMaxAdj}[r_2] + \text{SomaColeta}[r_2] \leq_{k(r_2)}$ . A carga é verificada com as vizinhanças  $\text{Swap}(2,1)$ .

**Cross** –  $\mathcal{N}^{(6)}$ : A aresta entre os clientes adjacentes  $i$  e  $i + 1$ , pertencentes a uma rota  $r_1$ , e a aresta entre os clientes adjacentes  $j$  e  $j + 1$  de outra rota  $r_2$ , são removidas. Em seguida, para se inserir novos arcos, os clientes  $i$  e  $j + 1$  são conectados, assim como os clientes  $j$  e  $i + 1$ . Na Figura 3.4.g os arcos  $(1, 2)$  e  $(6, 7)$  são removidos e os arcos  $(6, 2)$  e  $(1, 7)$  são inseridos. O procedimento para testar a carga do veículo de cada rota é feita como segue. A carga inicial  $(\mathcal{L}_0)$  e final  $(\mathcal{L}_f)$  dos veículos das duas rotas é calculado em tempo constante utilizando-se as EDAs **SomaEntrega**, **SomaColeta**, **EntregaAcumulada** e **ColetaAcumulada**. Se os valores de  $(\mathcal{L}_0)$  e  $(\mathcal{L}_f)$  não excederem a capacidade do veículo  $Q_k$  então as cargas intermediárias são verificadas pela seguinte expressão:  $\mathcal{L}_i = \mathcal{L}_{i-1} + p_i - d_i$ . Consequentemente, se  $\mathcal{L}_i$  ultrapassar  $Q_k$ , o movimento é inviável.

**ShiftDepot** –  $\mathcal{N}^{(7)}$ : Uma rota  $r$  é transferida de um depósito  $D_1$  para um outro depósito  $D_2$ , desde que exista um veículo disponível no segundo. Em princípio, qualquer movimento é considerado viável. Na Figura 3.5.b, a rota composta pelos clientes 14, 18 e 15 é transferida de um depósito para outro.

**SwapDepot** –  $\mathcal{N}^{(8)}$ : Permutação entre uma rota  $r_i$  de um depósito  $D_1$  e uma rota  $r_j$  de um depósito  $D_2$ . Assim como no caso anterior, qualquer movimento é considerado viável. Na Figura 3.5.c, a rota composta pelos clientes 14, 18 e 15, pertencente ao depósito  $D_0$  é trocada com a rota composta pelos clientes 4, 5, 6 e 8, pertencente ao depósito  $D_1$ .

**RouteAddition** –  $\mathcal{N}^{(9)}$ : Cria uma nova rota  $r_3$  para um dado cliente  $i$  que aparece em pelo menos duas rotas,  $r_1$  e  $r_2$ . O cliente  $i$  é removido das rotas originais e uma nova rota  $r_3$  é criada, associada a um veículo de capacidade suficiente, selecionado aleatoriamente.

**k-Split** –  $\mathcal{N}^{(10)}$ : Divide a carga de um cliente entre diversos veículos. Remove um cliente  $i$  de todas as rotas em que ele aparece e o realoca de tal modo que ele seja inserido na melhor posição, em cada rota que possuir capacidade residual para atender parte de sua demanda. Para determinar quais rotas serão utilizadas é empregado o problema da mochila.

### 3.2.3.4 Estruturas de Vizinhanças Compostas

Na maioria das estruturas de vizinhanças da literatura o número de movimentos viáveis é limitado pela composição da frota, ou seja, os tipos de veículos associados às rotas.

Neste trabalho, além das vizinhanças clássicas para o PRV, uma nova Estrutura de



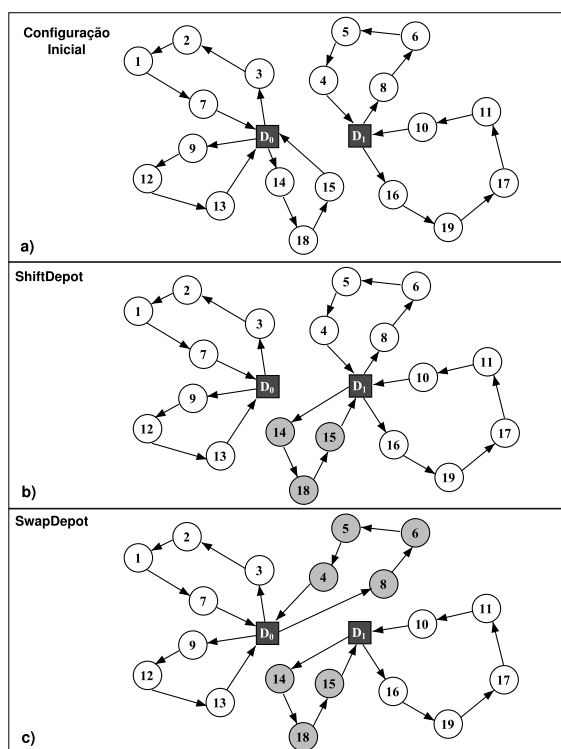


Figura 3.5: Vizinhanças Inter-Rotas para Problemas Multi-Depósitos

Vizinhança Composta (EVC) é desenvolvida. Nesta abordagem, as vizinhanças apresentadas na Seção 3.2.3.3 servem como um arcabouço para estruturas de vizinhanças maiores, que combinam os movimentos de realocação e troca com procedimentos para otimizar as decisões de associação dos clientes de uma rota aos veículos. A EVC proposta, juntamente com as estruturas, permitem uma busca mais efetiva do espaço de soluções.

A busca local usando a EVC é simples e funciona como no seu pseudocódigo apresentado no Procedimento 9. Inicialmente, as vizinhanças clássicas apresentadas na Seção 3.2.3.3, são avaliadas. Se o movimento é viável e melhora o custo da solução corrente, então esta nova solução é aceita. Caso contrário, o movimento selecionado é avaliado em conjunto com uma reassociação do tipo de veículo da rota, de tal modo que a mudança do tipo de veículo associado à rota possa permitir que o movimento se torne viável e ainda melhorar o custo da solução (linhas 11 – 16).

Duas abordagens foram consideradas ao efetuar a reassociação de veículos às rotas, ou seja, a redistribuição da frota de veículos. A primeira, utiliza um método exato baseado no Algoritmo Primal-Dual (APD) para resolver um Problema de Alocação Linear – PAL (*Assignment Problem*, em inglês) e encontrar a composição ótima da frota de acordo com a vizinhança avaliada. O segundo faz uso de um método simples de Redimensionamento

de Frota usando somente os veículos disponíveis (aqueles que não estiverem associados a nenhuma rota).

---

**Procedimento 9:**  $EVC(s, \eta)$ 


---

```

1  Início
2  para  $r_1 \leftarrow 1$  até  $r$  faça
3      para  $r_2 \leftarrow 1$  até  $r$  (ou  $r_2 \leftarrow r_1 + 1$  até  $r$  para  $Swap(1, 1)$ ) faça
4          se  $(r_1 \neq r_2)$  então
5              para todo cliente  $i \in r_1$  (ou subconjunto de clientes consecutivos de  $r_1$ )
6                  faça
7                      para cada cliente  $j'$  em  $r_2$  (ou subconjunto de clientes consecutivos de
8                           $r_2$ ) faça
9                          Calcule o custo da solução  $f(s')$  da solução vizinha  $s'$  de  $s$  usando
10                             a vizinhança  $\eta$ 
11                             se  $(f(s') < f(\bar{s})$  e  $s'$  é viável) então
12                                  $f(\bar{s}) \leftarrow f(s')$ 
13                                  $\bar{s} \leftarrow s'$ 
14                             senão
15                                  $s' \leftarrow s \oplus m$ 
16                                  $s'' \leftarrow \text{RedimensionaFrota}(s')$ 
17                                 se  $(f(s'') < f(\bar{s})$  e  $s''$  é viável) então
18                                      $f(\bar{s}) \leftarrow f(s'')$ 
19                                      $\bar{s} \leftarrow s''$ 
20  se  $f(\bar{s}) < f(s)$  então
21       $s \leftarrow \bar{s}$ 
22  retorna  $s$ 
23 fim

```

---

**Algoritmo Primal-Dual**

Para uma dada solução, a composição ótima da frota pode ser encontrada resolvendo-se um Problema de Alocação Linear (PAL), expresso pelas Equações (3.11 – 3.14). Seja  $\mathcal{R}$  o conjunto de rotas e  $\mathcal{P}$  o conjunto de veículos disponíveis. O modelo utiliza as variáveis binárias de decisão  $x_{ij}$ , que recebe o valor 1 se e somente se a rota  $i$  está associada ao veículo  $j$ . Para cada rota  $i$ , seja  $q_i$  a carga e  $d_i$  a distância associada à rota. Para cada veículo  $k$ , seja  $Q_k$  a capacidade,  $F_k$  o custo fixo e  $U_k$  o custo variável por unidade de distância. O custo de associar um veículo  $j \in \mathcal{P}$  à rota  $i \in \mathcal{R}$  é dado por  $c_{ij}$ , onde  $c_{ij} = F_j + U_j \times d_i$ , se  $q_i \leq Q_j$ , caso contrário  $c_{ij} = \infty$ .

$$\text{Min} \sum_{i \in \mathcal{R}} \sum_{j \in \mathcal{P}} c_{ij} x_{ij} \quad (3.11)$$

sujeito a

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in \mathcal{R} \quad (3.12)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{R}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \mathcal{P} \quad (3.13)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathcal{R}, \forall j \in \mathcal{P}. \quad (3.14)$$

A função objetivo (3.11) minimiza a soma dos custos selecionando a melhor associação de rotas a veículos. As restrições (3.12) indicam que uma única rota do conjunto  $\mathcal{R}$  a apenas um veículo  $j \in \mathcal{P}$ . As restrições (3.13) determinam que um único veículo do conjunto  $\mathcal{P}$  é associado a apenas uma rota  $i \in \mathcal{R}$ . As restrições (3.14) definem o domínio das variáveis de decisão. Observe que o PAL requer  $|\mathcal{R}| = |\mathcal{P}|$ , se  $|\mathcal{R}| < |\mathcal{P}|$  algumas rotas fictícias precisam ser criadas e associadas a veículos com custos nulos. Este PAL pode ser resolvido em  $\mathcal{O}(n^3)$  usando o APD [McGinnis, 1983].

### Algoritmo de Redimensionamento de Frota Simples

O APD descrito anteriormente possui um tempo computacional polinomial. Porém, em problemas com dimensões maiores, o esforço computacional demandado pelo algoritmo inviabiliza sua utilização. Portanto, uma alternativa heurística foi desenvolvida, denominada Redimensionamento de Frota Simples (RFS), que leva em consideração somente os veículos disponíveis e as rotas envolvidas no movimento. O RFS funciona como segue. Inicialmente, uma lista  $LVD$  com todos os veículos disponíveis é criada. Em seguida, para as rotas  $r_1$  e  $r_2$ , associadas ao movimento, o método encontra em  $LVD$  o tipo de veículo que melhor se adapta a estas rotas. Finalmente, se os novos veículos tornam as rotas viáveis e melhoram o custo da solução, os veículos associados às rotas  $r_1$  e  $r_2$  são atualizados e a nova solução retornada.

#### 3.2.3.5 Estruturas de Vizinhança Intrarrotas

Um conjunto  $\mathcal{N}'$  de cinco diferentes tipos de movimentos encontrados na literatura é usado para fazer modificações entre clientes de uma mesma rota. Esses movimentos, baseados em *Or-opt* [Or, 1976], *2-opt* e *Swap*, definem as estruturas de vizinhanças intrarrotas.

Observa-se que para cada vizinhança, um procedimento de busca local tem complexidade  $\mathcal{O}(\bar{n}^2)$ , onde  $\bar{n}$  é o número total de clientes nas rotas modificadas.

**Shift** –  $\mathcal{N}'^{(1)}$ : Um cliente é removido e reinserido em outra posição da rota. Na Figura 3.6.b o cliente 3 é realocado em outra posição na rota.

**Or-opt2** –  $\mathcal{N}'^{(2)}$ : Dois clientes consecutivos são removidos e reinseridos em outra posição da rota. Na Figura 3.6.c os clientes adjacentes 2 e 3 são realocados em outra posição.

**Or-opt3** –  $\mathcal{N}'^{(3)}$ : Três clientes consecutivos são removidos e reinseridos em outra posição da rota. Na Figura 3.6.d os clientes adjacentes 1, 2 e 3 são realocados em outra posição.

**2-opt** –  $\mathcal{N}'^{(4)}$ : Dois arcos não-adjacentes são removidos e outros dois são adicionados de modo a formarem uma nova rota. Na Figura 3.6.e os arcos (2, 3) e (5, 6) são excluídos e os novos arcos (2, 5) e (3, 6) são inseridos. Esta estrutura de vizinhança não é aplicada na variante assimétrica.

**Swap** –  $\mathcal{N}'^{(5)}$ : Similar ao movimento  $Swap(1,1)$ , consiste na permutação entre dois clientes. Na Figura 3.6.f os clientes 2 e 6 são trocados.

### 3.2.4 O Mecanismo de Perturbação

Quatro mecanismos de perturbação  $P^{(i)}$ , com  $i = 1, \dots, 4$ , foram implementados. Somente movimentos de perturbações viáveis são aceitos. Quando a função **Perturba()** (linha 12 do Algoritmo 2) é executada, uma destas perturbações é selecionada aleatoriamente.

- **Multi-Swap(1,1)** –  $P^{(1)}$ : Múltiplos movimentos  $Swap(1,1)$  são executados em sequência. O número de movimentos executados é selecionado aleatoriamente no conjunto  $\{1, 2, 3\}$ .
- **Multi-Shift(1,1)** –  $P^{(2)}$ : Múltiplos movimentos denominados  $Shift(1,1)$  são executados em sequência. O  $Shift(1,1)$  consiste em transferir um cliente  $i$  de uma rota  $r_1$  para outra rota  $r_2$ , enquanto que um cliente  $j$  de  $r_2$  é transferido para  $r_1$ . O número de movimentos executados é selecionado aleatoriamente no conjunto  $\{1, 2, 3\}$ .
- **Split** –  $P^{(3)}$ : Uma rota  $r$  é dividida em rotas menores. Para tal, seja  $T' = \{2, \dots, t\}$  um subconjunto de  $T$  composto por todos os veículos, exceto pelo de menor capacidade. Inicialmente, uma rota  $r \in s$  associada com um veículo  $k \in T'$  é selecionada

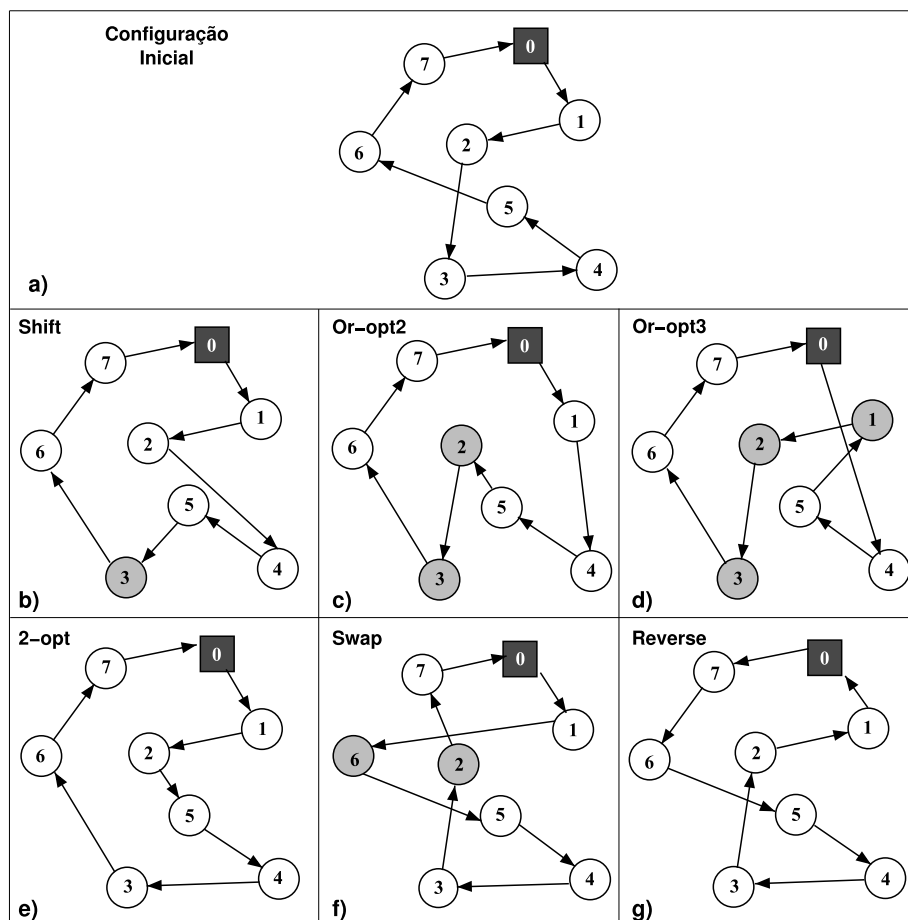


Figura 3.6: Vizinhanças Intrarrotas

aleatoriamente. Em seguida, enquanto  $r$  não estiver vazia, os clientes de  $r$  são transferidos sequencialmente para uma nova rota  $r' \notin s$  associada a um veículo  $k' \in \{1, \dots, k-1\}$  sem que a capacidade do veículo  $k'$  seja violada. As novas rotas geradas são adicionadas à solução  $s$  enquanto que a rota  $r$  é excluída de  $s$ . Esta perturbação, normalmente, aumenta o número de rotas e é aplicada, como descrita, somente aos problemas onde é necessário dimensionar a frota. Para as variantes com frota limitada a rota  $r$  é dividida em outras menores somente se houver veículos disponíveis.

- **Merge** –  $P^{(4)}$  – Duas rotas são concatenadas em uma nova rota. Inicialmente, uma rota  $r_1$  é selecionada aleatoriamente e a sua distância média para todas as outras rotas é computada, então a rota  $r_2$  com menor distância para a rota  $r_1$  é selecionada. Ambas as rotas devem estar associadas a veículos diferentes do veículo de maior capacidade disponível. Em seguida, uma nova rota  $r_3$  é criada e um veículo de capacidade suficiente para atender as demandas dos cliente das rotas  $r_1$  e  $r_2$  é a

ela associada. Desta forma, os clientes da rota  $r_1$  são, sequencialmente, transferidos para rota  $r_3$ , seguidos pelos clientes da rota  $r_2$ . As rotas  $r_1$  e  $r_2$  são excluídas e a nova rota  $r_3$  é adicionada a solução. Finalmente, o procedimento de vizinhanças intrarrotas (Seção 3.2.3.5) é executado na rota  $r_3$  com o objetivo de encontrar a melhor ordem de visita dos clientes da rota.

### 3.3 O Algoritmo Heurístico Híbrido Unificado

Nesta seção é descrito o algoritmo Heurístico Híbrido Unificado para resolver as variantes do PRVHF, denominado HHURVFH. Este algoritmo é uma extensão do algoritmo ILS-RVND-SP, descrito em um trabalho anterior de nossa autoria [Subramanian *et al.*, 2012] e aplicado às variantes PRVDFH e PRVFHF. O algoritmo desenvolvido faz uso da heurística apresentada em [Penna *et al.*, 2013a] e incorpora um método exato baseado no Problema de Particionamento de Conjuntos (PPC) (*Set Partitioning*, em língua inglesa). Este método é tratado por um resolvidor de Programação Inteira Mista (PIM).

O HURVFH, descrito na Seção 3.2, é baseado na meta-heurística ILS e incorpora as principais características dos algoritmos mais bem sucedidos da literatura para resolução do PRV. No entanto, conforme já descrito, o algoritmo ILS apresenta boa relação entre intensificação e diversificação, porém não utiliza uma estrutura de memória (*memoryless*). O HURVFH utiliza uma estratégia *multi-start*, porém as informações da solução de uma iteração não são utilizadas pelo algoritmo nas iterações seguintes, ou seja, o HURVFH também não implementa nenhum mecanismo de memória. Algumas heurísticas fazem o uso de memória de forma explícita, como Busca Tabu, *Scatter Search*, Reconexão por Caminhos, entre outras [Glover, 1996, Glover *et al.*, 2003]. Segundo [Martí *et al.*, 2010], os métodos *multi-start* podem obter melhores resultados quando utilizam algum mecanismo de memória. Para tirar proveito dos múltiplos reinícios do algoritmo HURVFH, a sua versão híbrida, o HHURVFH implementa um mecanismo de memória descrito na seção seguinte.

#### 3.3.1 Implementando Memória com Particionamento de Conjuntos

Com a finalidade de obter melhores resultados e de melhorar o desempenho computacional do HURVFH, o HHURVFH implementa um mecanismo de memória baseado na formulação do PPC. Este modelo é implementado como segue. Seja  $\mathcal{R}$  o conjunto de

todas as possíveis rotas para todos os tipos de veículos,  $\mathcal{R}_i \subseteq \mathcal{R}$  o subconjunto de rotas contendo o cliente  $i \in V'$ , e  $\mathcal{R}_u \subseteq \mathcal{R}$  o conjunto de rotas associadas ao veículo do tipo  $u \in M$ . Define-se  $y_j$  como a variável binária associada à rota  $j \in \mathcal{R}$ , onde  $y_j = 1$  se a rota  $j$  estiver na solução, e  $c_j$  como o custo associada a esta rota. A formulação do PPC para os PRVFs é apresentada a seguir:

$$\text{Min} \sum_{j \in \mathcal{R}} c_j y_j \quad (3.15)$$

sujeito a

$$\sum_{j \in \mathcal{R}_i} y_j = 1 \quad \forall i \in V' \quad (3.16)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{R}_u} y_j \leq m_u \quad \forall u \in M \quad (3.17)$$

$$y_j \in \{0, 1\}. \quad (3.18)$$

A função objetivo (3.15) minimiza a soma dos custos escolhendo a melhor combinação das rotas. As restrições (3.16) garantem que uma única rota do subconjunto  $\mathcal{R}_i$  irá visitar o cliente  $i \in V'$ . As restrições (3.17) determinam a composição da frota. As restrições (3.18) definem o domínio das variáveis de decisão. Visto que esta formulação completa possui um número exponencial de variáveis, ela não pode ser resolvida em um tempo computacional aceitável. Mesmo utilizando técnicas de *branch-and-price* ou métodos relacionados, como proposto na literatura, é computacionalmente caro e na prática sua resolução só é possível até um determinado tamanho. No algoritmo HHURVFH, atualmente, resolve-se um PPC similar ao problema (3.15 – 3.18), porém com um conjunto  $\mathcal{R}$  reduzido e limitado a algumas poucas mil rotas geradas pela heurística HURVFH.

No caso das variantes que envolvem o dimensionamento de frota, ou seja, frota ilimitada, as restrições (3.17) não são utilizadas, pois não existe nenhuma restrição ao número máximo de veículos de cada tipo.

O Algoritmo 10 descreve o HHURVFH desenvolvido. É possível observar que sua estrutura é bem semelhante a HURVFH, se diferenciando pela inclusão de um conjunto de rotas utilizado para implementar o mecanismo de memória. Esta memória, *ConjuntoRotas*, é preenchida, na linha 10, com as rotas da solução  $s^*$  e no laço principal do ILS com as rotas da solução  $s''$  (linha 14). O método `AdicionaRotasTemporárias`

adiciona as rotas da solução fornecida, caso ainda não tenham sido adicionadas e se o custo da solução for menor ou igual ao custo da melhor solução obtida até o momento vezes uma dada *tolerancia*. Essas rotas farão parte da memória temporária do algoritmo. Ao final da execução do ILS, se o número de clientes  $n$ , do problema, for maior que um dado valor  $MaxN$  o procedimento que resolve o modelo do PPC (Algoritmo 11) é executado utilizando-se as rotas armazenadas até o momento (linhas 19 – 20). Após o término do laço do *multi-start*, se o  $n$  for menor que o  $MaxN$  o modelo do PPC é resolvido com o conjunto de rotas armazenado, dentro de uma margem de tolerância, ao longo de toda a execução do HHURVFH. O PPC pode ser executado durante a fase *multi-start* do algoritmo ou após seu término, dependendo do número de clientes do problema. Esta separação foi feita pois foi observado que para problemas com um grande número de clientes o modelo do PPC fica muito grande e impossível de ser resolvido em um tempo computacional razoável ao final no algoritmo, portanto se optou por executar o modelo diversas vezes com um conjunto de rotas menor. O método de gerenciamento desse conjunto de rotas, para que HHURVFH ainda tire proveito do uso de memória, é apresentado no Algoritmo 11.

O PPC é tratado pelo resolvidor PIM conforme descrito no Algoritmo 11. Na linha 2, as rotas da solução  $s^*$  são adicionadas ao conjunto de rotas. As rotas da solução  $s^*$  fazem parte da memória permanente do algoritmo e não são apagadas quando a memória é reinicializada (linha 11). O algoritmo possui um laço que é executado enquanto houver uma melhora no custo da solução corrente (linhas 4 – 16). O modelo do PPC é criado na linha 5, conforme formulação dada pelas expressões (3.15) – (3.18). Em seguida, o *modeloPC* e a solução  $s^*$  são fornecidos ao resolvidor PIM que chama o HURVFH, por meio do procedimento *IncumbentCallback*, sempre que uma nova solução é encontrada (vide Procedimento 12). Se a solução  $s'$  fornecida pelo resolvidor PIM melhorar o custo da melhor solução até o momento então  $s^*$  é atualizado e suas rotas são adicionadas a memória permanentemente (linhas 7 – 9). Caso contrário memória temporária é limpa (linha 11). Assume-se que o resolvidor PIM utiliza um método de *Branch-and-bound* ou *Branch-and-cut* e que seus critérios de parada são dados por: (i) a solução ótima do PPC é encontrada; (ii) o tempo de execução do resolvidor para alcançar um dado valor máximo fornecido. Caso (i) ocorra e se o resolvidor PIM conseguir solucionar o problema no nó raiz, a tolerância é aumentada em 2%, pois o modelo está leve e, assim pode-se adicionar mais rotas à memória (linhas 13 – 14). No entanto, se o resolvidor finalizar por tempo (caso (ii)), o valor da tolerância é reduzido em 2%, pois significa que o resolvidor PIM não consegue encontrar uma solução no tempo estabelecido; portanto, o número de rotas



**Algoritmo 10:** HHURVFH( $MaxIterMS$ ,  $\beta$ ,  $MaxTempo$ ,  $Tolerancia$ ,  $n$ ,  $MaxN$ )

---

```

1 Início
2   Inicializa frota
3    $v \leftarrow$  número total de veículos
4    $f(s^*) \leftarrow \infty$ 
5   para  $i \leftarrow 1$  até  $MaxIterMS$  faça
6      $iterILS \leftarrow 0$ 
7      $MaxIterILS \leftarrow$  CalcularMaxIterILS( $n, v, \beta$ )
8      $s \leftarrow$  GeraSoluçãoInicial( $v$ )
9      $s'^* \leftarrow$  BuscaLocal( $s$ )
10    AdicionaRotasTemporárias( $ConjuntoRotas, s'^*, f(s^*), Tolerancia$ )
11    enquanto ( $iterILS \leq MaxIterILS$ ) faça
12       $s' \leftarrow$  Perturbação( $s'^*$ )
13       $s'' \leftarrow$  BuscaLocal( $s'$ )
14      AdicionaRotasTemporárias( $ConjuntoRotas, s'', f(s^*), Tolerancia$ )
15      se ( $f(s'') < f(s'^*)$ ) então
16         $s'^* \leftarrow s''$ 
17         $iterILS \leftarrow 0$ 
18       $iterILS \leftarrow iterILS + 1$ 
19      se ( $n \geq MaxN$ ) então
20         $s'^* \leftarrow$  ResolvePPC( $ConjuntoRotas, s'^*, MaxTempo, Tolerancia$ )
21      se ( $f(s'^*) < f(s^*)$ ) então
22         $s^* \leftarrow s'^*$ 
23    se ( $n < MaxN$ ) então
24       $s^* \leftarrow$  ResolvePPC( $ConjuntoRotas, s^*, MaxTempo, Tolerancia$ )
25    retorna  $s^*$ 
26 Fim

```

---

a serem adicionadas na memória deve ser menor (linhas 15 – 16).

O método `IncumbentCallback` é apresentado no Procedimento 12. Este procedimento é executado sempre que o resolvidor PIM encontrar uma nova solução, conforme descrito anteriormente (Procedimento 11). Na linha 2, a solução encontrada pelo resolvidor é carregada, e o método HURVFH1 é chamado, passando-se a solução incumbente  $s$  e com o número de iterações  $MaxIterMS$  igual a um, ou seja, apenas uma iteração da fase *multi-start*. Se a solução  $s'$  tiver um custo inferior ao da solução  $s^*$ , está é atualizada. A solução  $s$  obtida pelo resolvidor pode ser melhor ou pior da a melhor solução, mas é importante salientar que mesmo ela seja pior o HURVFH1 é executado pois pode ser uma solução que ele ainda não tenha visitado. O HURVFH1 é semelhante ao algoritmo HURVFH, diferenciando-se apenas por atualizar a memória *ConjuntoRotas*, conforme linha 14 do Algoritmo HHURVFH.

---

**Procedimento 11:**  $\text{ResolvePPC}(\text{ConjuntoRotas}, s^*, \text{MaxTempo}, \text{Tolerancia})$ 


---

```

1  Início
2  | AdicionaRotasPermanentes(ConjuntoRotas,  $s^*$ )
3  |  $\text{melhorouSolucao} \leftarrow \text{verdadeiro}$ 
4  | enquanto ( $\text{melhorouSolucao}$ ) faça
5  | |  $\text{modeloPC} \leftarrow \text{CriaModeloPPC}(\text{ConjuntoRotas}, v)$ 
6  | |  $s' \leftarrow \text{ResolvedorPIM}(\text{modeloPC}, s^*, \text{MaxTempo}, \text{IncumbentCallback}(s^*))$ 
7  | | se ( $f(s') < f(s^*)$ ) então
8  | | |  $s^* \leftarrow s'$ 
9  | | | AdicionaRotasPermanentes(ConjuntoRotas,  $s^*$ )
10 | | senão
11 | | | RemoveRotasTemporárias(ConjuntoRotas)
12 | | |  $\text{melhorouSolucao} \leftarrow \text{falso}$ 
13 | | se (Problema for resolvido na raiz) então
14 | | | Aumenta a Tolerancia em 2%
15 | | se ( $\text{Tempo do PIM} > \text{MaxTempo}$ ) então
16 | | | Diminui a Tolerancia em 2%
17 | retorna  $s^*$ 
18 Fim

```

---



---

**Procedimento 12:**  $\text{IncumbentCallback}(s^*)$ 


---

```

1  Início
2  |  $s \leftarrow \text{Solução Incumbente}$ 
3  |  $s' \leftarrow \text{HURVFH1}(1, \beta, s, \text{ConjuntoRotas})$ 
4  | se  $f(s') < f(s^*)$  então
5  | |  $s^* \leftarrow s'$ 
6  Fim

```

---

# Capítulo 4

## Resultados Computacionais

Este capítulo está dividido em três seções principais. Na Seção 4.1 são apresentados alguns testes de calibração dos parâmetros dos algoritmos. A Seção 4.2 descreve os resultados obtidos para o HURVFH nas diversas variantes abordadas. A Seção 4.3 mostra os resultados para a versão híbrida do algoritmo, o HHURVFH.

O algoritmo proposto foi desenvolvido em C++ usando o compilador g++ 4.6.3. Para testá-lo foram usadas instâncias clássicas da literatura para cada um dos problemas de roteamento elencados na Seção 1.2. Os testes foram executados em um computador Intel® Core™ i7 2,93 GHz com 8 GB de memória principal rodando o sistema operacional *Ubuntu Linux* 12.04 (*kernel* 3.5 – 64 bits). Apesar do equipamento utilizado possuir vários núcleos, apenas um processo (*thread*) foi utilizado nos experimentos.

Nas tabelas apresentadas nas próximas seções de capítulo, **Inst.** indica o número do problema-teste, ***n*** é o número de clientes, **BKS** representa a melhor solução conhecida encontrada na literatura, **Mel. Sol.** e **Tempo** indicam, respectivamente, a melhor solução e o tempo computacional em segundos associado a solução correspondente, **Sol.** é a solução média obtida pelo HURVFH, **Gap** designa o desvio entre a melhor solução encontrada por um dado algoritmo e o valor da literatura, ou a média dos desvios entre a melhores soluções e as BKS, **Gap Méd.** corresponde ao desvio entre as soluções médias e a BKS, **Tempo Méd.** representa o tempo computacional médio em segundos. **#MS** é o número de melhores soluções encontradas ou soluções melhoradas, **#Inst.** corresponde ao número total de instâncias. **Tempo corrigido** indica o tempo, em segundos, corrigido para cada máquina, em relação ao equipamento de 2,93 GHz utilizado neste trabalho (veja a Seção 4.2.1). As melhores soluções estão destacadas em negrito e as soluções melhoradas pelo HURVFH estão sublinhadas. O traço (–) é utilizado em algumas células onde não

foi possível obter a informação referente.

Alguns resultados apresentados neste capítulo podem ser parcialmente encontrados nos trabalhos [Subramanian *et al.*, 2012] e [Penna *et al.*, 2013a], publicados em periódicos internacionais, e em [Penna *et al.*, 2011], [Penna *et al.*, 2012] e [Penna *et al.*, 2013b], publicados em congressos.

## 4.1 Calibração de Parâmetros

Nos testes de calibração apresentados nesta seção foram utilizadas as variantes PRVDFH e PRVFHF e os resultados obtidos foram adotados para todos os demais problemas. Pode-se destacar os testes efetuados para medir o impacto das perturbações implementadas na Seção 4.1.1, a comparação entre o VND e o RVND apresentados na Seção 4.1.2 e por fim, na Seção 4.1.3 o impacto das Estruturas de Vizinhanças Compostas (EVC).

Os testes de calibração dos parâmetros do HURVFH foram efetuados em instâncias bem conhecidas da literatura propostas para o PRVDFH em [Golden *et al.*, 1984] e adaptadas em [Taillard, 1999] para o PRVFHF, onde foram incluídos os custos variáveis e definidos limites para o número de veículos de cada tipo. A Tabela 4.1 descreve as características dessas instâncias.

O HURVFH possui um número reduzido de parâmetros, que são *MaxIterMS* e *MaxIterILS*, quando comparados aos demais algoritmos encontrados na literatura. Acredita-se que este fato torna o algoritmo bastante simples e facilita seu uso em aplicações reais. Porém, apesar dessa simplicidade, é necessário calibrar os parâmetros em questão. Esta calibração pode ser eliminada com o uso de técnicas adaptativas.

Um conjunto de instâncias de diferentes tamanhos foram selecionadas para calibrar os parâmetros principais do algoritmo HURVFH. Foi observado empiricamente que os valores adequados para *MaxIterILS* depende do tamanho da instância, mais precisamente, do número de clientes e veículos. Por questões de simplicidade, decidiu-se adotar uma expressão linear simples e intuitiva, em função do número de clientes  $n$  e do número de veículos  $v$ , para calcular o valor de *MaxIterILS*, conforme mostrado na Equação (4.1).

$$MaxIterILS = n + \beta \times v \quad (4.1)$$

O parâmetro  $\beta$  na Equação 4.1 corresponde a um valor constante inteiro não negativo que indica o nível de influência do número de veículos  $v$  no valor de *MaxIterILS*.

Tabela 4.1: Características das Instâncias do PRVFH [Golden *et al.*, 1984, Taillard, 1999]

Instância	$n$	Veíc. tipo A				Veíc. tipo B				Veíc. tipo C				Veíc. tipo D				Veíc. tipo E				Veíc. tipo F			
		$Q_A$	$f_A$	$r_A$	$m_A$	$Q_B$	$f_B$	$r_B$	$m_B$	$Q_C$	$f_C$	$r_C$	$m_C$	$Q_D$	$f_D$	$r_D$	$m_D$	$Q_E$	$f_E$	$r_E$	$m_E$	$Q_F$	$f_F$	$r_F$	$m_F$
03	20	20	20	1,0	20	30	35	1,1	20	40	50	1,2	20	70	120	1,7	20	120	225	2,5	20				
04	20	60	1000	1,0	20	80	1500	1,1	20	150	3000	1,4	20												
05	20	20	20	1,0	20	30	35	1,1	20	40	50	1,2	20	70	120	1,7	20	120	225	2,5	20				
06	20	60	1000	1,0	20	30	1500	1,1	20	150	3000	1,4	20												
13	50	20	20	1,0	4	30	35	1,1	2	40	50	1,2	4	70	120	1,7	4	120	225	2,5	2	200	400	3,2	1
14	50	120	1000	1,0	4	160	1500	1,1	2	300	3500	1,4	1												
15	50	50	100	1,0	4	100	250	1,6	3	160	450	2,0	2												
16	50	40	100	1,0	2	80	200	1,6	4	140	400	2,1	3												
17	75	50	25	1,0	4	120	80	1,2	4	200	150	1,5	2	350	320	1,8	1								
18	75	20	10	1,0	4	50	35	1,3	4	100	100	1,9	2	150	180	2,4	2	250	400	2,9	1	400	800	3,2	1
19	100	100	500	1,0	4	200	1200	1,4	3	300	2100	1,7	3												
20	100	60	100	1,0	6	140	300	1,7	4	200	500	2,0	3												

Quatro instâncias com diferentes números de veículos e clientes (20–100) foram selecionadas como uma amostra para calibração dos parâmetros. Para cada um destes problemas-teste o HURVFH foi executado 10 vezes. Três valores para *MaxIterMS* foram testados, especificamente 350, 400 e 450. Para cada um destes valores, 10 valores de  $\beta$  foram avaliados.

Para selecionar a configuração de parâmetros mais atraente foi levada em consideração a qualidade das soluções obtidas para cada variante, medida através da média dos desvios entre as soluções obtidas usando um dado valor de  $\beta$  e a respectiva melhor solução encontrada na literatura, e o esforço computacional, medido através da média do tempo de processamento para a execução completa do algoritmo. O valor do desvio (*gap*) foi calculado usando a Equação (4.2).

$$gap = \frac{\text{solução\_do\_Algoritmo} - \text{solução\_da\_literatura}}{\text{solução\_da\_literatura}} \times 100 \quad (4.2)$$

A Tabela 4.2 contém os resultados do desvio médio e o tempo de processamento médio para os testes envolvendo *MaxIterMS* = 350, enquanto que os obtidos para *MaxIterMS* = 400 e *MaxIterMS* = 450 são apresentados na Tabelas 4.3 e 4.4, respectivamente.

Tabela 4.2: Desvio médio e tempo (s) das soluções para cada  $\beta$  com *MaxIterMS* = 350

$\beta$	Instância								Média	
	04		13		17		20		Gap Med.	Tempo Med.
	Gap Med.	Tempo Med.	Gap Med.	Tempo Med.	Gap Med.	Tempo Med.	Gap Med.	Tempo Med.		
1	1,68%	1,55	0,63%	13,26	0,60%	27,20	0,74%	50,84	0,91%	23,21
2	0,98%	1,87	0,48%	15,98	0,59%	29,88	0,72%	55,39	0,69%	25,78
3	0,49%	2,21	0,40%	18,55	0,57%	32,58	0,74%	60,17	0,55%	28,38
4	0,72%	2,46	0,37%	20,98	0,49%	35,18	0,63%	64,48	0,55%	30,78
5	0,00%	2,82	0,43%	23,65	0,49%	37,65	0,62%	69,13	0,38%	33,31
6	0,00%	3,09	0,33%	25,84	0,47%	40,18	0,62%	73,82	0,36%	35,73
7	0,24%	3,36	0,32%	28,20	0,45%	42,57	0,59%	77,79	0,40%	37,98
8	0,00%	3,65	0,29%	30,58	0,45%	45,58	0,61%	82,23	0,34%	40,51
9	0,00%	3,91	0,30%	32,85	0,43%	47,44	0,51%	87,05	0,31%	42,81
10	0,00%	4,23	0,28%	34,89	0,40%	50,11	0,58%	90,61	0,31%	44,96

Pelas Tabelas 4.2–4.4 pode ser observado que a qualidade das soluções e o tempo computacional tende a crescer com o valor de  $\beta$  e *MaxIterMS*. Este comportamento, obviamente, era esperado pois mais possibilidades de testes são dadas ao algoritmo quando os valores desses dois parâmetros aumenta. Entretanto, pode ser observado que variações do desvio médio tendem a diminuir a partir de um determinado valor de  $\beta$ . Por exemplo,

Tabela 4.3: Desvio médio e tempo (s) das soluções para cada  $\beta$  com  $MaxIterMS = 400$ 

$\beta$	Instância								Média	
	04		13		17		20		Gap Med.	Tempo Med.
	Gap Med.	Tempo Med.	Gap Med.	Tempo Med.	Gap Med.	Tempo Med.	Gap Med.	Tempo Med.		
1	2,13%	1,68	0,51%	14,43	0,64%	29,61	0,78%	55,19	1,02%	25,23
2	0,50%	2,03	0,49%	17,49	0,60%	32,56	0,67%	60,32	0,56%	28,10
3	0,28%	2,40	0,42%	20,32	0,56%	35,44	0,65%	65,43	0,48%	30,90
4	0,48%	2,71	0,33%	22,87	0,54%	38,12	0,64%	70,29	0,50%	33,49
5	0,01%	3,02	0,30%	25,42	0,51%	41,00	0,58%	75,01	0,35%	36,11
6	0,00%	3,38	0,31%	28,18	0,46%	43,83	0,58%	79,81	0,34%	38,80
7	0,23%	3,67	0,28%	30,71	0,47%	46,38	0,53%	84,48	0,38%	41,31
8	0,23%	3,94	0,26%	33,33	0,48%	49,23	0,52%	89,44	0,37%	43,98
9	0,00%	4,30	0,29%	35,94	0,48%	51,73	0,49%	94,27	0,32%	46,56
10	0,00%	4,61	0,31%	38,26	0,48%	54,22	0,51%	98,00	0,33%	48,77

Tabela 4.4: Desvio médio e tempo (s) das soluções para cada  $\beta$  com  $MaxIterMS = 450$ 

$\beta$	Instância								Média	
	04		13		17		20		Gap Med.	Tempo Med.
	Gap Med.	Tempo Med.	Gap Med.	Tempo Med.	Gap Med.	Tempo Med.	Gap Med.	Tempo Med.		
1	1,69%	1,95	0,50%	16,51	0,55%	33,90	0,66%	62,94	0,85%	28,82
2	0,71%	2,32	0,46%	19,79	0,60%	37,05	0,62%	68,53	0,60%	31,92
3	0,50%	2,73	0,42%	22,98	0,53%	40,58	0,61%	74,60	0,51%	35,22
4	0,01%	3,06	0,35%	26,28	0,49%	43,85	0,58%	80,38	0,36%	38,39
5	0,01%	3,47	0,36%	29,08	0,50%	47,02	0,58%	86,19	0,36%	41,44
6	0,01%	3,86	0,29%	32,13	0,45%	49,82	0,61%	91,57	0,34%	44,34
7	0,01%	4,20	0,30%	35,05	0,44%	53,18	0,53%	97,23	0,32%	47,42
8	0,00%	4,54	0,29%	37,98	0,45%	56,10	0,54%	102,13	0,32%	50,19
9	0,00%	4,91	0,27%	40,44	0,39%	59,05	0,53%	107,34	0,30%	52,93
10	0,00%	5,31	0,25%	43,56	0,37%	62,07	0,45%	112,42	0,27%	55,84

no caso de  $MaxIterMS = 350$  e  $MaxIterMS = 400$ , é possível verificar que não há variações significativas no desvio médio a partir de  $\beta = 5$ , o mesmo acontece a partir de  $\beta = 4$ , para  $MaxIterMS = 450$ . Embora estas três configurações tenham produzido resultados similares, foi selecionada a combinação  $MaxIterMS = 400$  e  $\beta = 5$  pois estes valores resultaram no menor desvio médio quando comparadas às outras duas combinações.

#### 4.1.1 Impacto dos Mecanismos de Perturbação

Nesta seção, é avaliado o impacto dos mecanismos de perturbações nas variantes PRVDFH e PRVFHF. O HURVFH foi executado com as perturbações separadas e em seguida com combinações delas. Os resultados para o PRVFHF e para o PRVDFH são apresentados nas Tabelas 4.5 e 4.6, respectivamente. Nos testes todas as instâncias foram consideradas

Tabela 4.5: Impacto do mecanismo de perturbação nas instâncias do PRVFHF

Inst. No.	$n$	$P^{(1)}$			$P^{(2)}$			$P^{(1)} + P^{(2)}$		
		Gap	Avg. Gap	Avg. Tempo	Gap	Avg. Gap	Avg. Tempo	Gap	Avg. Gap	Avg. Tempo
13	50	0,00%	0,17%	19,55	0,00%	0,06%	21,50	0,00%	0,09%	19,16
14	50	0,00%	0,01%	12,81	0,00%	0,01%	13,09	0,00%	0,01%	11,24
15	50	0,00%	0,00%	14,63	0,00%	0,00%	14,34	0,00%	0,00%	12,52
16	50	0,00%	0,55%	14,04	0,00%	0,43%	13,72	0,00%	0,20%	12,26
17	75	0,05%	0,31%	34,52	0,07%	0,26%	34,19	0,00%	0,31%	29,75
18	75	0,00%	0,55%	40,26	0,00%	0,34%	42,72	0,00%	0,45%	37,36
19	100	0,11%	0,12%	89,96	0,11%	0,11%	83,86	0,11%	0,12%	70,69
20	100	0,38%	0,72%	80,75	0,32%	0,67%	75,71	-0,19%	0,66%	66,11
Média		0,07%	0,30%	38,32	0,06%	0,24%	37,39	-0,01%	0,23%	32,39
#MS/#HVRP	Inst.	12/16			12/16			15/16		

e o HURVFH foi executado 30 vezes para uma das cinco variantes do HFVRP usando com parâmetros  $\beta = 5$  e  $MaxIterMS = 400$ . É importante lembrar que a perturbação *Split* ( $P^{(3)}$ ), da forma como descrita, só é aplicada ao PRVDFH. Além disso, a perturbação *Merge* ( $P^{(4)}$ ) é utilizada apenas nas instâncias propostas por [Duhamel *et al.*, 2011] para o PRVFHF, seu impacto é descrito na Seção 4.1.3, em conjunto com as EVCs.

De acordo com a Tabela 4.6 pode ser verificado claramente que o HURVFH possui um melhor desempenho, em termos de qualidade da solução, quando todas as perturbações são incluídas, como pode ser visto pelos valores do desvio médio e pelo número de melhores soluções encontradas. Pela Tabela 4.5 pode ser observado que as três configurações possuem resultados de desempenho similares em termos de soluções médias, entretanto a versão que inclui  $P^{(1)} + P^{(2)}$  superou as outras duas em termos de melhores soluções e tempo computacional.



Tabela 4.6: Impacto do mecanismo de perturbação nas instâncias do PRVDFH

Inst. No.	$n$	$P^{(1)}$			$P^{(2)}$			$P^{(3)}$			$P^{(1)} + P^{(3)}$			$P^{(2)} + P^{(3)}$			$P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(3)}$		
		Gap	Avg. Gap	Avg. Tempo	Gap	Avg. Gap	Avg. Tempo	Gap	Avg. Gap	Avg. Tempo	Gap	Avg. Gap	Avg. Tempo	Gap	Avg. Gap	Avg. Tempo	Gap	Avg. Gap	Avg. Tempo
3	20	0,11%	0,52%	4,49	0,00%	0,15%	4,94	0,00%	0,02%	4,82	0,00%	0,00%	4,85	0,00%	0,00%	4,85	0,00%	0,00%	4,51
4	20	9,39%	9,39%	2,92	6,90%	9,22%	2,93	0,00%	0,62%	1,69	0,00%	0,17%	2,78	0,00%	0,16%	2,95	0,00%	0,00%	3,01
5	20	0,02%	0,33%	4,76	0,02%	0,31%	4,87	0,00%	0,02%	5,72	0,00%	0,00%	5,77	0,00%	0,00%	5,77	0,00%	0,00%	5,42
6	20	8,68%	8,68%	3,15	8,68%	8,68%	3,13	0,00%	0,00%	1,96	0,00%	0,00%	3,02	0,00%	0,00%	3,17	0,00%	0,00%	3,15
13	50	2,07%	2,75%	21,58	1,85%	2,67%	24,99	0,03%	0,42%	36,12	0,03%	0,42%	36,12	0,03%	0,42%	36,12	0,03%	0,34%	29,78
14	50	6,95%	7,00%	16,77	6,94%	6,98%	16,42	0,02%	0,26%	4,56	0,00%	0,00%	11,42	0,00%	0,00%	11,81	0,00%	0,00%	12,74
15	50	3,37%	4,43%	17,78	3,33%	4,33%	17,35	0,19%	1,87%	6,02	0,00%	0,24%	14,47	0,00%	0,19%	15,09	0,00%	0,07%	16,47
16	50	1,21%	1,58%	18,06	0,55%	1,47%	17,64	0,50%	1,77%	11,09	0,21%	0,50%	19,02	0,26%	0,43%	19,98	0,00%	0,33%	18,88
17	75	2,06%	2,56%	48,54	1,95%	2,49%	47,80	1,52%	3,13%	36,50	0,30%	0,71%	56,79	0,15%	0,62%	58,10	0,00%	0,47%	48,45
18	75	11,17%	11,87%	53,51	11,15%	11,74%	53,29	0,93%	3,23%	43,57	0,22%	0,49%	64,03	0,18%	0,43%	65,16	0,04%	0,33%	52,34
19	100	6,22%	7,92%	100,58	5,59%	7,82%	95,99	0,20%	1,93%	11,63	0,01%	0,30%	52,93	0,03%	0,29%	52,33	0,00%	0,11%	66,96
20	100	4,17%	5,28%	93,00	3,58%	5,23%	89,31	1,20%	3,84%	24,40	0,15%	0,68%	75,22	0,31%	0,66%	72,31	0,00%	0,34%	80,32
Média		4,62%	5,19%	32,09	4,21%	5,09%	31,55	0,38%	1,43%	15,67	0,08%	0,29%	28,87	0,08%	0,27%	28,97	0,01%	0,17%	28,50
#MS/#PRVDFH	Inst.	13/36			14/36			18/36			28/36			26/36			32/36		

### 4.1.2 Ordem Determinística versus Ordem Aleatória do VND

Para ilustrar o impacto do RVND no desempenho da abordagem de solução proposta duas versões do algoritmo foram executadas 30 vezes em todas as instâncias do PRVDFH e PRVFHF. A primeira versão adota a ordem de vizinhança aleatória (RVND) na fase de busca local, fazendo uso dos valores de *MaxIterMS* e *MaxIterILS* especificados na Seção 4.1. Já a segunda versão adota o VND tradicional como procedimento de busca local com a seguinte ordem determinística  $N^{(1)}, N^{(2)} \dots, N^{(7)}$ . Porém, foi utilizado um critério de parada diferente com a finalidade de realizar uma comparação justa entre as duas versões. O valor do parâmetro *MaxIterILS* foi o mesmo; entretanto, para *MaxIterMS* foi utilizado, para cada instância, o tempo médio obtido executando-se a primeira versão, definindo, assim, o tempo limite de execução da segunda versão.

A Tabela 4.7 apresenta os resultados obtidos usando a ordem de vizinhança determinística (VND) e os resultados encontrados utilizando a ordem de vizinhança aleatória (RVND). Pode ser observado que o RVND nitidamente supera o VND nas variantes testadas. Uma possível explicação para este fato é que o VND converge, prematuramente, para um ótimo local ruim, portanto tende a gerar, na média, soluções de baixa qualidade quando comparado ao RVND, que por sua vez é menos suscetível a produzir soluções que fiquem presas em ótimos locais.

Tabela 4.7: Ordem Determinística versus Ordem Aleatória do VND

Variante	VND			RVND		
	Gap	Gap Méd.	#MS/ #Inst.	Gap	Gap Méd.	#MS/ #Inst.
PRVFHF-FV	0,29%	0,67%	2/8	-0,05%	0,24%	8/8
PRVFHF-V	0,59%	1,23%	2/8	0,03%	0,22%	7/8
PRVDFH-FV	0,07%	0,19%	6/12	0,00%	0,09%	11/12
PRVDFH-F	0,29%	0,43%	6/12	0,01%	0,23%	9/12
PRVDFH-V	0,43%	0,92%	6/12	0,00%	0,17%	11/12
Média	0,33%	0,69%		0,00%	0,19%	

### 4.1.3 Impacto das EVCs

As Estruturas de Vizinhanças Compostas (EVCs) foram testadas utilizando três conjuntos de problemas-teste. O primeiro conjunto, formado pelos problemas propostos em [Taillard, 1999] e [Brandão, 2011], envolvem capacidades e custo dos veículos correlacio-

dados, isto é, se os tipos de veículos forem considerados em ordem ascendente de capacidade, os custos fixos e variáveis também crescem à medida que a capacidade aumenta (Figura 4.1). Já o segundo, desenvolvido por [Duhamel *et al.*, 2011], é baseado em distâncias rodoviárias entre cidades de diferentes regiões da França. A frota é composta, na maioria dos problemas, por veículos com capacidades e custos não-correlacionados (Figura 4.2). As Figuras 4.1 – 4.2 descrevem o custo da rota de acordo com a distância percorrida para cada tipo de veículo para uma instância de cada conjunto. Na Figura 4.2, uma rota com uma demanda de 100 pode ser associada aos veículos do tipo B, C ou D. Se a distância for menor do que 20 é melhor utilizar o veículo C. Entretanto, se a distância da rota for superior a 50, então a utilização do veículo D leva a custos menores. Este comportamento não é observado quando a capacidade dos veículos da frota e os custos são correlacionados (Figura 4.1).

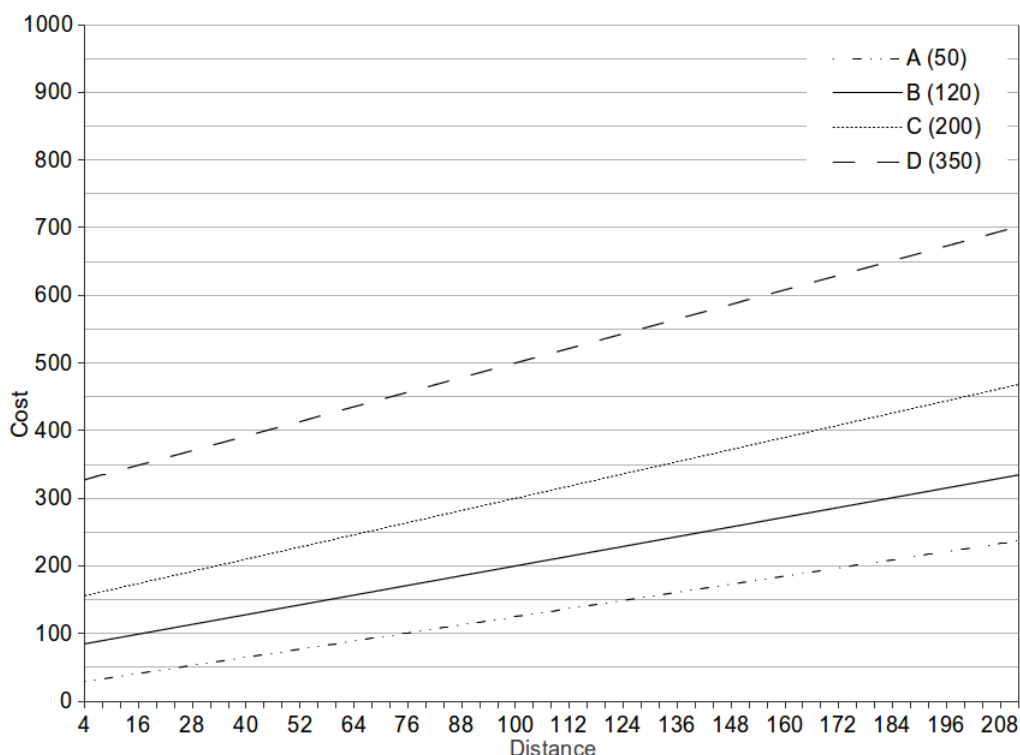


Figura 4.1: Problemas-teste Correlacionados (Inst. no. 17 [Taillard, 1999])

Três versões do HURVFH foram implementadas para avaliar o impacto das EVCs, utilizando os procedimentos descritos na Seção 3.2.3.4.

- **HURVFH**: versão do HURVFH sem as EVCs;
- **HURVFH+RFS**: implementa o HURVFH com as EVCs, utilizando o procedimento de Redimensionamento de Frota Simples (RFS);
- **HURVFH+APD**: versão do HURVFH com o algoritmo Primal-Dual (APD).

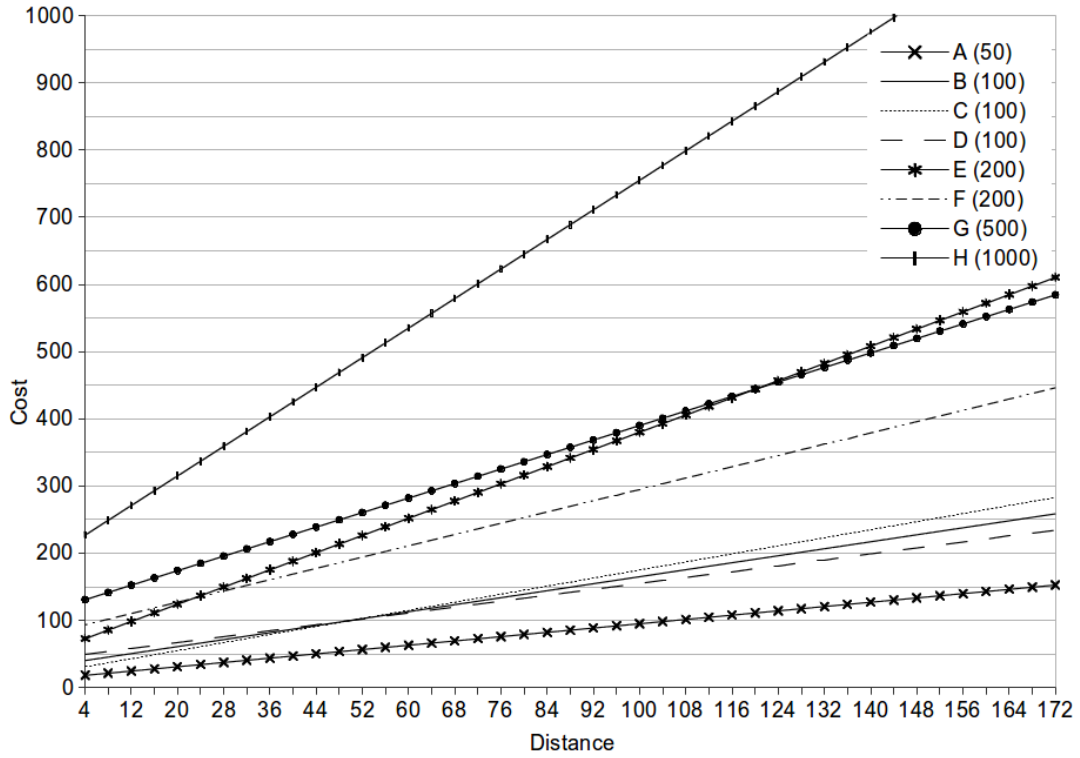


Figura 4.2: Problemas-teste não-Correlacionados (Inst. # 06 [Duhamel *et al.*, 2011])

Estes três algoritmos foram testados com e sem a perturbação  $Merge$  ( $P^{(4)}$ ), obtendo-se desta forma seis variantes do HURVFH. Cada versão foi executada 10 vezes para cada problema-teste e o valor do parâmetro  $MaxIterMS$  foi adotado igual a 100. Os resultados obtidos são apresentados nas Tabelas 4.8 e 4.9.

A Tabela 4.8 exibe os resultados para as instâncias do PRVFHF de [Taillard, 1999] e de [Brandão, 2011]. Como pode ser observado todas as versões do HURVFH obtiveram resultados similares em termos do desvio médio, sendo que o HURVFH+APD sem a perturbação  $P^{(4)}$  foi ligeiramente superior as demais. Neste conjunto de instâncias o ganho alcançado pela utilização da EVCs foi pouco significativo. Esse comportamento era esperado pois as capacidades e os custos dos veículos são correlacionados. Além disso, o uso da perturbação  $P^{(4)}$  gerou soluções de pior qualidade. Isto ocorre pois a  $P^{(4)}$  tende a criar rotas associadas a veículos de maior capacidade e consequentemente de maior custo. Em termos do tempo computacional médio, pode ser verificado que as EVCs aumentam o tempo de execução do algoritmos, isto acontece porque o espaço de busca das soluções aumenta de forma considerável.

Na Tabela 4.9 são descritos os resultados obtidos para o PRVFHF-V nos problemas-teste de [Duhamel *et al.*, 2011], considerados mais próximos da realidade. Este conjunto possui 96 instâncias variando de 20 a 256 clientes e de 3 a 8 tipos de veículos. Este conjunto

Tabela 4.8: Resultados das versões do HURVFH em problemas-testes com custos correlacionados [Taillard, 1999, Brandão, 2011]

Problema	$n$	$P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(3)}$						$P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(3)} + P^{(4)}$					
		HURVFH		HURVFH+RFS		HURVFH+APD		HURVFH		HURVFH+RFS		HURVFH+APD	
		Gap	Tempo	Gap	Tempo	Gap	Tempo	Gap	Tempo	Gap	Tempo	Gap	Tempo
		(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)
PRDFHF-FV <sup>1</sup>	50 – 100	0,37	30,54	0,35	32,02	<b>0,34</b>	1639,91	<b>0,34</b>	27,36	0,36	39,51	0,39	1448,92
PRDFHF-V <sup>1</sup>	50 – 100	0,30	30,19	0,29	30,96	<b>0,28</b>	1900,57	0,34	26,56	0,29	38,06	0,31	1621,06
PRDFHF-V <sup>2</sup>	100 – 199	<b>0,21</b>	271,40	<b>0,21</b>	384,50	<b>0,21</b>	50779,58	<b>0,21</b>	267,04	<b>0,21</b>	389,86	0,32	51331,29
Média		0,29	110,71	0,28	149,16	<b>0,27</b>	18106,69	0,29	106,98	0,29	155,81	0,34	18133,76

<sup>1</sup>: [Taillard, 1999]; <sup>2</sup>: [Brandão, 2011].

está dividido em quatro subconjuntos, o primeiro contendo 15 instâncias pequenas com até 100 clientes cada, o segundo com 38 instâncias contendo entre 100 e 150 clientes, o terceiro com 31 problemas e entre 150 e 200 clientes e o último com 12 instâncias e com mais de 200 clientes cada uma. Devido ao alto custo computacional da EVC utilizando o APD, este só pode ser testado no subconjunto de instâncias pequenas. É possível observar que o HURVFH+RFS com a perturbação  $P^{(4)}$  alcançou um resultado superior entre todas as versões em termos do desvio médio das soluções. Este comportamento mostra o impacto das EVCs e da importância de juntar rotas quando os custos e as capacidades dos veículos são não-correlacionados.

Tabela 4.9: Resultados das versões do HURVFH em problemas-testes com custos não-correlacionados [Duhamel *et al.*, 2011]

Problema	$n$	$P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(3)}$						$P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(3)} + P^{(4)}$					
		HURVFH		HURVFH+RFS		HURVFH+APD		HURVFH		HURVFH+RFS		HURVFH+APD	
		Gap	Tempo	Gap	Tempo	Gap	Tempo	Gap	Tempo	Gap	Tempo	Gap	Tempo
		(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)	(%)	(s)
PRVFHF-FV	20 – 95	0,18	30,52	0,58	40,95	0,57	23579,44	0,19	29,22	<b>0,17</b>	42,37	0,18	23064,81
PRVFHF-FV	102 – 147	0,58	164,04	0,98	255,80	–	–	0,55	169,19	<b>0,53</b>	252,49	–	–
PRVFHF-FV	152 – 196	0,65	542,13	0,84	820,84	–	–	0,67	538,01	<b>0,64</b>	772,70	–	–
PRVFHF-FV	203 – 256	0,25	1352,96	0,95	2197,56	–	–	0,21	1244,18	<b>0,19</b>	1935,74	–	–
Média		0,42	522,41	0,84	828,79	–	–	0,41	495,15	<b>0,38</b>	750,83	–	–

Pode-se notar que o HURVFH com as EVCs tiveram resultados superiores às versões sem essas estruturas em ambos os conjuntos de instâncias. Já a perturbação  $P^{(4)}$  teve um impacto positivo somente quando a frota de veículos possui características não-correlacionadas em relação aos custos.

## 4.2 Resultados do HURVFH

Nesta seção, os resultados obtidos com o HURVFH nas variantes tratadas são apresentados. Para todas as variantes foram executados 30 testes.

### 4.2.1 Resultados do HURVFH para o PRVDFH

Nesta seção, são apresentados os resultados para as três variantes do PRVDFH, envolvendo custos fixos e variáveis (PRVDFHFV – Seção 4.2.1.1), somente custos fixos (PRVDFHF – Seção 4.2.1.2) e somente custos variáveis (PRVDFHV – Seção 4.2.1.3) utilizando as instâncias descritas em [Taillard, 1999], [Brandão, 2011] e [Li *et al.*, 2007] apresentadas nas Tabelas 4.1, 4.10 e 4.24, respectivamente.

Os resultados obtidos pelo HURVFH são comparados com os melhores algoritmos encontrados na literatura, descritos em [Taillard, 1999], [Tarantilis *et al.*, 2004], [Choi & Tcha, 2007], [Li *et al.*, 2007] [Imran *et al.*, 2009], [Liu *et al.*, 2009], [Prins, 2009b] e [Brandão, 2009]. Esses algoritmos foram executados, respectivamente, em uma Sun Sparc workstation 50 MHz, Pentium II 400 MHz, Pentium IV 2.6 GHz, Athlon 1.0 GHz, Pentium M 1.7 GHz, Pentium IV 3.0 GHz, Pentium IV M 1.8 GHz e Pentium M 1.4 GHz. Como estas execuções ocorreram em computadores diferentes, uma comparação em termos de tempo de processamento se torna um pouco difícil. No entanto, como tentativa de realizar uma comparação aproximada, foi utilizada a lista de computadores disponível em [Dongarra, 2010], onde o autor descreve a velocidade, em milhões de operações em ponto flutuante por segundo (*Millions of Floating-Point Operations per Second* – Mflop/s) de diversos computadores. Para os modelos não listados, as velocidades foram adaptadas de modelos com configurações similares. Logo, as seguintes velocidades para os computadores foram assumidas: 27 Mflop/s – Sun Sparc workstation 50 MHz; 262 Mflop/s – Pentium II 400 MHz; 2266 Mflop/s – Pentium IV 2.6 GHz; 1168 Mflop/s – Athlon 1.0 GHz; 1477 Mflop/s – Pentium IV M 1.7 GHz; 3181 Mflop/s – Pentium IV 3.0 GHz; 1564 Mflop/s – Pentium IV M 1.8 GHz e 1216 Mflop/s – Pentium M 1.4 GHz. Para o computador utilizado nos testes deste trabalho, um Intel i7 2.93 GHz, o programa utilizado em [Dongarra, 2010] foi executado e obtido a velocidade de 5839 Mflop/s.

#### 4.2.1.1 PRVDFH-FV

Nas Tabelas 4.11 e 4.12 é feita uma comparação entre os resultados obtidos pelo HURVFH e as melhores heurísticas disponíveis na literatura, neste caso [Choi & Tcha, 2007],

[Prins, 2009b] e [Imran *et al.*, 2009]. O HURVFH não obteve sucesso em igualar os resultados de duas instâncias, porém foi capaz de melhorar uma instância. Quando o HURVFH é comparado individualmente com cada um dos algoritmos, pode-se observar que o HURVFH é capaz de produzir, na média, soluções altamente competitivas. No entanto, em relação ao tempo computacional o algoritmo proposto é mais lento somente que o SMA-U1 de [Prins, 2009b].

#### 4.2.1.2 PRVDFH-F

As Tabelas 4.13 e 4.14 ilustram os resultados obtidos pelo HURVFH para a variante PRVDFH-F. Estes resultados são comparados com os disponíveis em [Choi & Tcha, 2007], [Brandão, 2009], [Prins, 2009b], [Imran *et al.*, 2009] e [Liu *et al.*, 2009]. Pode ser observado que o algoritmo proposto encontrou uma nova solução, igualou o resultado em oito instâncias, mas falhou em obter as melhores soluções conhecidas de outras três. Os resultados médios são bastante competitivos em termos de qualidade da solução quando comparados as outras abordagens. Além disso, exceto para o algoritmo de [Prins, 2009b], o HURVFH superou todos os outros em relação ao tempo computacional.

#### 4.2.1.3 PRVDFH-V

Os melhores resultados encontrados na literatura para o PRVDFH-V usando abordagens heurísticas, nas instâncias de [Taillard, 1999], foram relatados em [Choi & Tcha, 2007], [Brandão, 2009], [Prins, 2009b], [Imran *et al.*, 2009] e [Liu *et al.*, 2009]. Estes resultados, juntamente com os obtidos pelo HURVFH, são apresentados nas Tabelas 4.15 e 4.16. Nesta variante a solução ótima foi determinada por [Baldacci & Mingozzi, 2009] para todas as instâncias. Pela Tabela 4.15 pode ser observado que, com exceção de uma instância, o HURVFH foi capaz de encontrar todas as soluções ótimas. Ainda que, na média, o HURVFH tenha sido mais lento que os algoritmos de [Choi & Tcha, 2007] e [Prins, 2009b], os resultados obtidos são bem satisfatórios, especialmente em termos de qualidade da solução.

Esta variante também foi testada nos problemas-teste propostos por [Brandão, 2011]. Essas instâncias possuem entre 100 e 199 clientes e até seis tipos de veículos, conforme descrito na Tabela 4.10.

Os resultados para esse conjunto de instâncias estão apresentados nas Tabelas 4.17 e 4.18. Pelas tabelas é possível observar que o algoritmo TSA proposto por [Brandão, 2011]

foi superior ao HURVFH. O desvio médio do HUR em relação as melhores soluções do TSA foi de 0,39%.

Tabela 4.10: Características das Instâncias do PRVHF [Brandão, 2011]

Inst.	$n$	Veíc. A			Veíc. B			Veíc. C			Veíc. D			Veíc. E			Veíc. F		
		$Q_A$	$v_A$	$n_A$	$Q_B$	$v_B$	$n_B$	$Q_C$	$v_C$	$n_C$	$Q_D$	$v_D$	$n_D$	$Q_E$	$v_E$	$n_E$	$Q_F$	$v_F$	$n_F$
N1	150	50	1	5	100	1,5	4	150	1,9	4	200	2,2	3	250	2,6	2	350	3,2	1
N2	199	50	1	8	100	1,5	6	150	1,9	5	200	2,2	4	250	2,6	2			
N3	120	50	1	6	100	1,5	3	150	1,9	3	200	2,2	2						
N4	100	50	1	4	120	1,6	4	180	2,1	4	240	2,6	2						
N5	134	900	1	5	1500	1,5	3	2000	1,8	2	2500	2,2	1						



Tabela 4.11: Resultados do HURVFH para o PRVDFH-FV

Inst. No.	$n$	BKS	CG			SMA-U1			VNS1			HURVFH						
			Choi and Tcha			Prins			Imran et al			Mel.	Sol.	Tempo	Gap	Sol. <sup>c</sup>	Tempo <sup>c</sup>	Gap <sup>c</sup>
			Mel.	Sol.	Tempo	Mel.	Sol.	Tempo	Mel.	Sol.	Tempo <sup>b</sup>							
3	20	1144,22 <sup>a</sup>	<b>1144,22</b>	0,25	<b>1144,22</b>	0,01	<b>1144,22</b>	19	<b>1144,22</b>	3,87	0,00	1144,22	4,05	0,00				
4	20	6437,33 <sup>a</sup>	<b>6437,33</b>	0,45	<b>6437,33</b>	0,07	<b>6437,33</b>	17	<b>6437,33</b>	2,77	0,00	6437,66	3,03	0,01				
5	20	1322,26 <sup>a</sup>	<b>1322,26</b>	0,19	<b>1322,26</b>	0,02	<b>1322,26</b>	24	<b>1322,26</b>	4,57	0,00	1322,26	4,85	0,00				
6	20	6516,47 <sup>a</sup>	<b>6516,47</b>	0,41	<b>6516,47</b>	0,07	<b>6516,47</b>	21	<b>6516,47</b>	2,8	0,00	6516,47	3,01	0,00				
13	50	2964,65 <sup>a</sup>	<b>2964,65</b>	3,95	<b>2964,65</b>	0,32	<b>2964,65</b>	328	<b>2964,65</b>	27,67	0,00	2971,32	27,44	0,22				
14	50	9126,90 <sup>a</sup>	<b>9126,90</b>	51,70	<b>9126,90</b>	8,90	<b>9126,90</b>	250	<b>9126,90</b>	11,27	0,00	9126,91	11,66	0,00				
15	50	2634,96 <sup>a</sup>	<b>2634,96</b>	4,36	2635,21	1,04	<b>2634,96</b>	275	<b>2634,96</b>	13,47	0,00	2635,02	13,83	0,00				
16	50	3168,92 <sup>a</sup>	<b>3168,92</b>	5,98	3169,14	13,05	3168,95	313	<b>3168,92</b>	17,55	0,00	3170,81	18,20	0,06				
17	75	2004,48 <sup>a</sup>	2023,61	68,11	<b>2004,48</b>	23,92	<b>2004,48</b>	641	<b>2004,48</b>	43,33	0,00	2012,23	43,68	0,39				
18	75	3147,99 <sup>a</sup>	<b>3147,99</b>	18,78	3153,16	24,85	3153,67	835	3149,63	47,39	0,05	3158,24	47,80	0,33				
19	100	8661,81 <sup>a</sup>	8664,29	905,20	8664,67	163,25	8666,57	1411	<b>8661,81</b>	60,33	0,00	8664,81	59,13	0,03				
20	100	4153,11 <sup>d</sup>	4154,49	53,02	4154,49	41,25	4164,85	1460	<b>4153,02</b>	58,97	0,00	4155,90	59,07	0,07				

<sup>a</sup>: Otimalidade provada em [Baldacci & Mingozzi, 2009]; <sup>b</sup>: Tempo total de 10 execuções; <sup>c</sup>: Média em 30 execuções; <sup>d</sup>: Encontrado primeiro em [Prins, 2009b]

[Choi & Tcha, 2007] CPU: Pentium IV 2,6 GHz; [Prins, 2009b] CPU: Pentium IV M 1,8 GHz; [Imran *et al.*, 2009] CPU: Pentium M 1,7 GHz.

Tabela 4.12: Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVDFH-FV

Algorithm	Melhor Solução				Média <sup>1</sup>	
	Gap	Tempo Ajustado	BKS Encontrada	BKS Melhorada	Gap	Tempo Ajustado
CG [Choi & Tcha, 2007]	0,08%	35,98	9	0	0,11%	42,82
SMA-U1 [Prins, 2009b]	0,02%	6,18	7	0	–	6,86
VNS1 [Imran <i>et al.</i> , 2009]	0,04%	117,92	8	0	–	–
HURVFH	0,00%	24,50	10	1	0,09%	24,64

<sup>1</sup>: Média em 5 execuções para [Choi & Tcha, 2007] e [Prins, 2009b] e de 30 execuções para o HURVFH

Tabela 4.13: Resultados do HURVFH para o PRVDFH-F

Inst. No.	$n$	BKS	CG		TSA1		SMA-D1		VNS1		GA		HURVFH						
			Choi and Tcha		Brandão		Prins		Imran et al		Liu et al		M. Sol.	T(s)	Gap	Sol. <sup>d</sup>	T(s) <sup>d</sup>	Gap <sup>d</sup>	
			M. Sol.	T(s)	M. Sol.	T(s)	M. Sol.	T(s)	M. Sol.	T(s) <sup>b</sup>	M. Sol.	T(s) <sup>c</sup>							
3	20	961,03 <sup>a</sup>	<b>961,03</b>	0	<b>961,03</b>	21	<b>961,03</b>	0,04	<b>961,03</b>	21	<b>961,03</b>	0	<b>961,03</b>	4,60	0,00	961,10	4,91	0,01	
4	20	6437,33 <sup>a</sup>	<b>6437,33</b>	1	<b>6437,33</b>	22	<b>6437,33</b>	0,03	<b>6437,33</b>	18	<b>6437,33</b>	0	<b>6437,33</b>	3,00	0,00	6437,63	3,16	0,00	
5	20	1007,05 <sup>a</sup>	<b>1007,05</b>	1	<b>1007,05</b>	20	<b>1007,05</b>	0,09	<b>1007,05</b>	13	<b>1007,05</b>	2	<b>1007,05</b>	5,53	0,00	1007,05	5,88	0,00	
6	20	6516,47 <sup>a</sup>	<b>6516,47</b>	0	<b>6516,47</b>	25	<b>6516,47</b>	0,08	<b>6516,47</b>	22	<b>6516,47</b>	0	<b>6516,47</b>	2,91	0,00	6516,47	3,07	0,00	
13	50	2406,36 <sup>a</sup>	<b>2406,36</b>	10	<b>2406,36</b>	145	<b>2406,36</b>	17,12	<b>2406,36</b>	252	<b>2406,36</b>	91	<b>2406,36</b>	2408,41	30,37	0,09	2419,38	30,29	0,54
14	50	9119,03 <sup>a</sup>	<b>9119,03</b>	51	<b>9119,03</b>	220	<b>9119,03</b>	19,66	<b>9119,03</b>	274	<b>9119,03</b>	42	<b>9119,03</b>	11,45	0,00	9119,03	11,89	0,00	
15	50	2586,37 <sup>a</sup>	<b>2586,37</b>	10	2586,84	110	<b>2586,37</b>	25,1	<b>2586,37</b>	303	<b>2586,37</b>	48	<b>2586,37</b>	19,29	0,00	2586,80	20,24	0,02	
16	50	2720,43 <sup>a</sup>	<b>2720,43</b>	11	2728,14	111	2729,08	16,37	<b>2720,43</b>	253	2724,22	107	<b>2720,43</b>	19,98	0,00	2737,59	20,67	0,63	
17	75	1734,53 <sup>a</sup>	1744,83	207	1736,09	322	1746,09	52,22	1741,95	745	<b>1734,53</b>	109	<b>1734,53</b>	53,70	0,00	1748,06	52,49	0,78	
18	75	2369,65 <sup>a</sup>	2371,49	70	2376,89	267	<b>2369,65</b>	36,92	<b>2369,65</b>	897	<b>2369,65</b>	197	<b>2369,65</b>	2371,48	54,22	0,08	2380,98	55,35	0,48
19	100	8661,81 <sup>a</sup>	8664,29	1179	8667,26	438	8665,12	169,93	8665,05	1613	8662,94	778	8662,86	64,90	0,01	8665,31	63,92	0,04	
20	100	4038,46	4039,49	264	4048,09	601	4044,78	172,73	4044,68	1595	<b>4038,46</b>	1004	<b>4037,90</b>	94,22	-0,01	4051,11	93,88	0,31	

<sup>a</sup>: Otimalidade provada em [Baldacci & Mingozzi, 2009]; <sup>b</sup>: Tempo total de 10 execuções; <sup>c</sup>: Tempo médio de 10 execuções; <sup>d</sup>: Média em 30 execuções

[Choi & Tcha, 2007] CPU: Pentium IV 2,6 GHz; [Brandão, 2009] CPU: Pentium M 1,4 GHz; [Prins, 2009b] CPU: Pentium IV M 1,8 GHz;

[Imran *et al.*, 2009] CPU: Pentium M 1,7 GHz; [Liu *et al.*, 2009] CPU: Pentium IV 3,0 GHz

Tabela 4.14: Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVDFH-F

Algorithm	Melhor Solução				Média <sup>1</sup>	
	Gap	Tempo Ajustado	BKS Encontrada	BKS Melhorada	Gap	Tempo Ajustado
CG [Choi & Tcha, 2007]	0,06%	58,34	8	0	0,17%	58,36
TSA1 [Brandão, 2009]	0,08%	39,95	6	0	–	–
SMA-D1 [Prins, 2009b]	0,10%	11,39	8	0	–	10,92
VNS1 [Imran <i>et al.</i> , 2009]	0,05%	126,60	9	0	–	–
GA [Liu <i>et al.</i> , 2009]	0,01%	–	10	0	0,19%	107,96
HURVFH	0,01%	30,35	8	1	0,23%	30,48

<sup>1</sup>: Média em 5 execuções para [Choi & Tcha, 2007] e [Prins, 2009b], de 10 execuções para [Liu *et al.*, 2009] e de 30 execuções para o HURVFH

Tabela 4.15: Resultados do HURVFH para o PRVDFH-V

Inst.	CG				TSA1		SMA-D1		VNS1		GA		HURVFH						
	No.	n	BKS	Choi and Tcha	Brandão	Prins	T(s)	M. Sol.	T(s)	M. Sol.	T(s) <sup>b</sup>	M. Sol.	T(s)	M. Sol.	T(s)	Gap	Sol. <sup>c</sup>	T(s) <sup>c</sup>	Gap <sup>c</sup>
M. Sol.				T(s)	M. Sol.	T(s)													
3	20	623,22 <sup>a</sup>	<b>623,22</b>	0,19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	<b>623,22</b>	4,31	0,00	623,22	4,58	0,00
4	20	387,18 <sup>a</sup>	<b>387,18</b>	0,44	—	—	—	—	—	—	—	—	—	<b>387,18</b>	2,59	0,00	387,18	2,85	0,00
5	20	742,87 <sup>a</sup>	<b>742,87</b>	0,23	—	—	—	—	—	—	—	—	—	<b>742,87</b>	5,23	0,00	742,87	5,53	0,00
6	20	415,03 <sup>a</sup>	<b>415,03</b>	0,92	—	—	—	—	—	—	—	—	—	<b>415,03</b>	3,18	0,00	415,03	3,37	0,00
13	50	1491,86 <sup>a</sup>	<b>1491,86</b>	4,11	<b>1491,86</b>	101	<b>1491,86</b>	3,45	<b>1491,86</b>	310	<b>1491,86</b>	117	<b>1491,86</b>	30,68	0,00	1495,61	31,62	0,25	
14	50	603,21 <sup>a</sup>	<b>603,21</b>	20,41	<b>603,21</b>	135	<b>603,21</b>	0,86	<b>603,21</b>	161	<b>603,21</b>	26	<b>603,21</b>	13,92	0,00	603,21	14,66	0,00	
15	50	999,82 <sup>a</sup>	<b>999,82</b>	4,61	<b>999,82</b>	137	<b>999,82</b>	9,14	<b>999,82</b>	218	<b>999,82</b>	37	<b>999,82</b>	14,70	0,00	1001,70	15,33	0,19	
16	50	1131,00 <sup>a</sup>	<b>1131,00</b>	3,36	<b>1131,00</b>	95	<b>1131,00</b>	13,00	<b>1131,00</b>	239	<b>1131,00</b>	54	<b>1131,00</b>	17,25	0,00	1134,52	17,77	0,31	
17	75	1038,60 <sup>a</sup>	<b>1038,60</b>	69,38	<b>1038,60</b>	312	<b>1038,60</b>	9,53	<b>1038,60</b>	509	<b>1038,60</b>	153	<b>1038,60</b>	48,15	0,00	1041,12	49,18	0,24	
18	75	1800,80 <sup>a</sup>	1801,40	48,06	1801,40	269	<b>1800,80</b>	18,92	<b>1800,80</b>	606	1801,40	394	<b>1800,80</b>	52,66	0,00	1804,07	53,88	0,18	
19	100	1105,44 <sup>a</sup>	<b>1105,44</b>	182,86	<b>1105,44</b>	839	<b>1105,44</b>	52,31	<b>1105,44</b>	1058	<b>1105,44</b>	479	<b>1105,44</b>	77,89	0,00	1108,21	77,84	0,25	
20	100	1530,43 <sup>a</sup>	<b>1530,43</b>	98,14	1531,83	469	1535,12	104,41	1533,24	1147	1534,37	826	1530,52	86,66	0,01	1540,32	88,02	0,65	

<sup>a</sup>: Otimalidade provada em [Baldacci & Mingozzi, 2009]; <sup>b</sup>: Tempo total de 10 execuções; <sup>c</sup>: Média em 30 execuções

[Choi & Tcha, 2007] CPU: Pentium IV 2,6 GHz; [Brandão, 2009] CPU: Pentium M 1,4 GHz;

[Prins, 2009b] CPU: Pentium IV M 1,8 GHz; [Imran *et al.*, 2009] CPU: Pentium M 1,7 GHz; [Liu *et al.*, 2009] CPU: Pentium IV 3,0 GHz

Tabela 4.16: Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVDFH-V

Algorithm	Melhor Solução					Média <sup>1</sup>	
	Gap	Tempo Ajustado	BKS Encontrada	BKS Melhorada		Gap	Tempo Ajustado
CG [Choi & Tcha, 2007]		0,00%	13,99	11	0	0,12%	21,05
TSA1 [Brandão, 2009] <sup>2</sup>		0,02%	61,36	6	0	—	—
SMA-D1 [Prins, 2009b] <sup>2</sup>		0,04%	7,09	7	0	—	8,46
VNS1 [Imran <i>et al.</i> , 2009] <sup>2</sup>		0,02%	134,32	7	0	—	—
GA [Liu <i>et al.</i> , 2009] <sup>2</sup>		0,04%	—	6	0	0,56%	142,05
HURVFH	0,00% (0,00%) <sup>2</sup>	29,77 (42,74) <sup>2</sup>	11 (7) <sup>2</sup>		0	0,17% (0,26%) <sup>2</sup>	30,38 (43,54) <sup>2</sup>

<sup>1</sup>: Média em 5 execuções para [Choi & Tcha, 2007] e [Prins, 2009b], de 10 execuções [Liu *et al.*, 2009] e de 30 execuções para o HURVFH

<sup>2</sup>: Resultados para as instâncias 13-20

Tabela 4.17: Resultados do HURVFH para o PRVDFH-V ([Brandão, 2011])

Inst.	$n$	BKS	TSA		HHURVFH				
			Brandão		Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. Méd. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
			Mel. Sol.	Tempo <sup>1</sup> (s)					
N1	150	2220,01	<b>2220,01</b>	–	2237,53	0,79	2245,29	404,15	1,14
N2	199	2827,76	<b>2827,76</b>	–	2848,95	0,75	2853,95	897,72	0,93
N3	120	2234,57	<b>2234,57</b>	–	2238,25	0,16	2268,43	291,79	1,52
N4	100	1822,78	<b>1822,78</b>	–	1823,04	0,01	1825,73	129,39	0,16
N5	134	2016,79	<b>2016,79</b>	–	2021,52	0,23	2032,16	395,37	0,76

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções; <sup>1</sup>: Pentium IV 2,6 GHz (2266 Mflop/s)

Tabela 4.18: Resumo dos Resultados do HURVFH para o PRVDFH-V ([Brandão, 2011])

Método	Mel. Sol.			Média <sup>1</sup>	
	Gap (%)	BKS encontradas	BKS melhoradas	Gap (%)	Tempo escalado(s)
TSA [Brandão, 2011]	0,00	5	0	–	–
HURVFH	0,39	0	0	0,90	423,68

<sup>1</sup>: Média de 30 execuções para HURVFH.

## 4.2.2 Resultados do HURVFH para o PRVFHF

Nesta seção são comparados os resultados obtidos pelo HURVFH com os encontrados na literatura para as variantes do PRVFHF com custo fixo e variável (PRVFHF-FV – Seção 4.2.2.1) e somente com custo variável (PRVFHF-V – Seção 4.2.2.2).

### 4.2.2.1 PRVFHF-FV

O PRVFHF-FV foi objeto de estudo nos trabalhos de [Baldacci & Mingozzi, 2009], [Li *et al.*, 2010], [Duhamel *et al.*, 2011] e [Duhamel *et al.*, 2013]. Os dois primeiros trabalhos utilizaram as instâncias propostas por [Taillard, 1999] e seus resultados estão apresentados na Tabela 4.19, onde pode ser verificado que o HURVFH foi capaz de encontrar todas as soluções ótimas conhecidas e ainda melhorar o resultados de outras duas instâncias.

Os resultados obtidos nas instâncias de [Duhamel *et al.*, 2011] são apresentados nas Tabelas 4.20 – 4.23. Essas instâncias foram alvo de estudo em [Duhamel *et al.*, 2011]

Tabela 4.19: Resultados do HURVFH para o PRVFHF-FV

Inst. No.	$n$	BKS	HURVFH					
			Mel. Sol.	Tempo	Gap	Sol. <sup>b</sup>	Tempo <sup>b</sup>	Gap <sup>b</sup>
13	50	3185,09 <sup>a</sup>	<b>3185,09</b>	18,87	0,00	3189,17	19,04	0,13
14	50	10107,53 <sup>a</sup>	<b>10107,53</b>	10,58	0,00	10107,94	11,28	0,00
15	50	3065,29 <sup>a</sup>	<b>3065,29</b>	11,78	0,00	3065,34	12,48	0,00
16	50	3265,41 <sup>a</sup>	<b>3265,41</b>	11,87	0,00	3278,06	12,22	0,39
17	75	2076,96 <sup>a</sup>	<b>2076,96</b>	29,44	0,00	2083,19	29,59	0,30
18	75	3743,58 <sup>a</sup>	<b>3743,58</b>	35,75	0,00	3758,84	36,38	0,41
19	100	10423,32	<b>10420,30</b>	70,55	-0,03	10421,39	73,66	-0,02
20	100	4806,69	<b>4788,49</b>	66,88	-0,38	4839,53	68,46	0,68
Tempo/Gap médios				31,97	-0,05		32,89	0,24

<sup>a</sup>: Otimalidade provada em [Baldacci & Mingozzi, 2009]; <sup>b</sup> : Média em 30 execuções

e [Duhamel *et al.*, 2013], porém para efeito de comparação, com os valores obtidos pelo HURVFH, foram utilizados os resultados apresentados em [Duhamel *et al.*, 2011], pois no segundo trabalho os autores apenas apresentam uma versão paralela do algoritmo proposto no primeiro trabalho.

É possível observar que o HURVFH conseguiu obter melhores soluções, principalmente, nos problemas maiores, ou seja, acima de 200 clientes (Tabela 4.23) com um desvio da melhor solução em relação à literatura de -0,27%. Nos demais problemas esse desvio foi -0,03% para as menores instâncias e de 0,03 e 0,04% nas instâncias com tamanho intermediário.

Neste conjunto, o tempo computacional demandado pelo algoritmo foi superior ao do GRASPxEELS, principalmente, nas instâncias com dimensões elevadas. Isto acontece, pois nesse conjunto foi utilizado a versão do HURVFH com a EVC denominada RFS (HURVFH+RFS). Essa estrutura torna o algoritmo mais eficiente em termos de qualidade da solução, porém com uma maior demanda computacional.

Tabela 4.20: Resultados do HURVFH para o PRVFHF-FV (conj. 1 [Duhamel *et al.*, 2011])

Inst.	$n$	BKS	GRASP <sub>x</sub> ELS <sup>1</sup>		HURVFH+RSF				
			Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol.	Tempo	Gap
			Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	%
HVRP_01_DLP	92	9210,14	<b>9210,14</b>	52,29	<b>9210,14</b>	0,00	9211,23	269,10	0,01
HVRP_08_DLP	84	4591,75	4598,49	304,85	<b>4591,75</b>	0,00	4596,86	92,61	0,11
HVRP_10_DLP	69	2107,55	<b>2107,55</b>	24,83	<b>2107,55</b>	0,00	<b>2107,55</b>	118,69	0,00
HVRP_11_DLP	95	3367,41	3370,47	264,61	<b>3367,41</b>	0,00	3371,39	244,22	0,12
HVRP_36_DLP	85	5684,61	5759,34	104,39	5684,62	0,00	5702,85	267,37	0,32
HVRP_39_DLP	77	2923,72	2934,55	182,11	<b>2921,36</b>	-0,08	2934,11	170,75	0,36
HVRP_43_DLP	86	8737,02	8764,75	219,91	<b>8707,94</b>	-0,33	8742,78	178,10	0,07
HVRP_52_DLP	59	4027,27	4029,42	39,97	<b>4027,27</b>	0,00	4029,21	62,89	0,05
HVRP_55_DLP	56	10244,34	10247,86	190,76	<b>10244,34</b>	0,00	10247,84	27,85	0,03
HVRP_70_DLP	78	6685,24	6689,61	120,60	<b>6684,56</b>	-0,01	6691,86	125,31	0,10
HVRP_75_DLP	20	452,85	<b>452,85</b>	0,02	<b>452,85</b>	0,00	<b>452,85</b>	1,63	0,00
HVRP_82_DLP	79	4766,74	4774,26	144,51	<b>4766,74</b>	0,00	4771,18	107,78	0,09
HVRP_92_DLP	35	564,39	<b>564,39</b>	20,63	<b>564,39</b>	0,00	<b>564,39</b>	14,02	0,00
HVRP_93_DLP	39	1036,99	<b>1036,99</b>	27,39	<b>1036,99</b>	0,00	1037,77	17,03	0,07
HVRP_94_DLP	46	1378,25	1378,66	15,68	<b>1378,25</b>	0,00	<b>1378,25</b>	27,47	0,00
Average			0,17	114,17		-0,03		114,99	0,09

<sup>1</sup>: GRASP<sub>x</sub>ELS com *DFS Split* [Duhamel *et al.*, 2011]

Tabela 4.21: Resultados do HURVFH para o PRVFHF-FV (conj. 2 [Duhamel *et al.*, 2011])

Inst.	$n$	BKS	GRASP <sub>x</sub> ELS <sup>1</sup>		HURVFH+RFS				
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Gap (%)	Sol.	Tempo (s)	Gap %
HVRP_03_DLP	124	10738,28	11320,58	512,10	<b>10730,10</b>	-0,08	10778,32	672,52	0,37
HVRP_05_DLP	116	10903,63	10963,62	488,63	<b>10896,33</b>	-0,07	10957,05	267,32	0,49
HVRP_06_DLP	121	11692,85	11792,94	367,91	11711,35	0,16	11793,50	388,63	0,86
HVRP_07_DLP	108	8095,88	8130,50	306,09	<b>8089,21</b>	-0,08	8146,61	245,33	0,63
HVRP_12_DLP	112	3543,99	<b>3543,99</b>	71,46	<b>3543,99</b>	0,00	3544,35	535,69	0,01
HVRP_13_DLP	119	6696,43	6713,14	303,37	<b>6696,43</b>	0,00	6705,85	367,78	0,14
HVRP_16_DLP	129	4156,97	4161,61	180,91	<b>4156,97</b>	0,00	4158,38	798,51	0,03
HVRP_17_DLP	105	5362,83	5370,05	172,82	5369,31	0,12	5386,07	248,22	0,43
HVRP_2A_DLP	113	7793,16	7885,93	298,92	<b>7793,16</b>	0,00	7803,15	448,00	0,13
HVRP_2B_DLP	107	8464,69	8537,31	303,14	8482,79	0,21	8514,03	537,57	0,58
HVRP_21_DLP	126	5141,49	5154,38	330,23	<b>5139,84</b>	-0,03	5158,58	407,99	0,33
HVRP_25_DLP	143	7206,64	7228,54	518,28	7217,26	0,15	7227,27	1722,18	0,29
HVRP_26_DLP	126	6446,31	6481,93	350,71	<b>6423,70</b>	-0,35	6456,02	1044,76	0,15
HVRP_28_DLP	141	5531,06	5542,76	343,06	5533,01	0,04	5543,92	525,38	0,23
HVRP_30_DLP	112	6313,39	6321,69	201,39	6322,39	0,14	6338,65	424,74	0,40
HVRP_31_DLP	131	4091,52	4103,88	308,39	4091,81	0,01	4111,96	1173,78	0,50
HVRP_34_DLP	136	5758,089	5800,12	405,62	5786,98	0,50	5805,19	784,08	0,82
HVRP_40_DLP	132	11123,56	11172,98	614,92	<b>11122,32</b>	-0,01	11145,14	808,47	0,19
HVRP_41_DLP	135	7616,17	7679,32	325,80	<b>7572,07</b>	-0,58	7647,19	969,42	0,41
HVRP_47_DLP	111	16206,14	16222,94	333,85	<b>16175,22</b>	-0,19	16267,44	391,41	0,38
HVRP_48_DLP	111	21318,04	21413,92	371,30	21330,75	0,06	21403,22	519,67	0,40
HVRP_51_DLP	129	7721,47	7780,88	315,60	7766,77	0,59	7794,97	760,96	0,95
HVRP_53_DLP	115	6434,83	6470,49	418,17	<b>6434,83</b>	0,00	6448,41	510,67	0,21
HVRP_60_DLP	137	17037,39	17067,85	444,32	<b>17037,23</b>	0,00	17084,71	647,13	0,28
HVRP_61_DLP	111	7295,67	7300,10	108,21	<b>7292,03</b>	-0,05	7296,92	518,61	0,02
HVRP_66_DLP	150	12830,82	13319,73	442,89	<b>12828,34</b>	-0,02	12856,39	1315,84	0,20
HVRP_68_DLP	125	8976,53	9135,23	269,63	<b>8935,89</b>	-0,45	8987,60	650,43	0,12
HVRP_73_DLP	137	10195,33	10243,66	598,34	10196,04	0,01	10211,26	535,98	0,16
HVRP_74_DLP	125	11586,87	11732,54	246,66	11592,72	0,05	11607,20	536,07	0,18
HVRP_79_DLP	147	7259,54	7314,89	473,69	7274,18	0,20	7291,25	1138,42	0,44
HVRP_81_DLP	106	10700,47	10715,28	83,71	<b>10689,77</b>	-0,10	<b>10696,60</b>	384,85	-0,04
HVRP_83_DLP	124	10019,15	10019,83	332,47	10029,60	0,10	10045,38	635,09	0,26
HVRP_84_DLP	105	7227,88	7269,55	206,41	7236,49	0,12	7244,57	343,76	0,23
HVRP_85_DLP	146	8779,76	8874,31	382,98	8797,92	0,21	8834,98	786,67	0,63
HVRP_87_DLP	108	3753,87	<b>3753,87</b>	104,11	<b>3753,87</b>	0,00	3759,05	431,80	0,14
HVRP_88_DLP	127	12402,85	12443,41	632,22	12448,38	0,37	12474,00	409,80	0,57
HVRP_89_DLP	134	7106,84	7135,36	245,63	<b>7105,47</b>	-0,02	7118,99	682,49	0,17
HVRP_90_DLP	102	2346,13	2360,83	15,36	2347,50	0,06	2351,82	331,87	0,24
			0,71	327,09			0,03	629,00	0,33

<sup>1</sup>: GRASP<sub>x</sub>ELS com *DFS Split* [Duhamel *et al.*, 2010]

Tabela 4.22: Resultados do HURVFH para o PRVFHF-FV (conj. 3 [Duhamel *et al.*, 2011])

Inst.	$n$	BKS	GRASP <sub>x</sub> ELS <sup>1</sup>		HURVFH+RFS				
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Gap (%)	Sol.	Tempo (s)	Gap %
HVRP_02_DLP	181	11790,35	12102,01	325,86	<b>11718,86</b>	-0,61	<b>11746,01</b>	1693,43	-0,38
HVRP_04_DLP	183	10808,31	11276,45	726,38	<b>10787,03</b>	-0,20	10810,12	1709,04	0,02
HVRP_09_DLP	167	7619,19	7647,59	450,18	7651,33	0,42	7662,47	876,89	0,57
HVRP_14_DLP	176	5644,92	5679,80	448,59	5667,82	0,41	5686,48	2498,16	0,74
HVRP_15_DLP	188	8236,4	8301,63	520,82	8268,18	0,39	8282,90	2223,92	0,56
HVRP_24_DLP	163	9101,47	9183,78	609,82	9118,01	0,18	9165,96	1721,61	0,71
HVRP_29_DLP	164	9143,69	9147,39	424,95	<b>9142,86</b>	-0,01	9155,45	1362,74	0,13
HVRP_33_DLP	189	9421,01	9543,17	602,72	9437,30	0,17	9468,07	2276,72	0,50
HVRP_35_DLP	168	9574,71	9640,80	458,96	9592,43	0,19	9643,93	1162,89	0,72
HVRP_37_DLP	161	6858,23	6921,19	383,70	6870,11	0,17	6880,68	1552,82	0,33
HVRP_42_DLP	178	10902,84	11713,90	316,85	<b>10855,73</b>	-0,43	10910,71	3695,65	0,07
HVRP_44_DLP	172	12197,46	12418,00	447,32	12237,42	0,33	12272,48	1851,99	0,62
HVRP_45_DLP	170	10484,23	10519,25	450,59	10496,88	0,12	10558,01	2117,97	0,70
HVRP_50_DLP	187	12374,04	12508,77	646,87	12385,32	0,09	12421,13	4091,66	0,38
HVRP_54_DLP	172	10393,23	11511,62	364,47	<b>10370,09</b>	-0,22	10401,12	2725,20	0,08
HVRP_56_DLP	153	31090,71	31292,81	394,08	<b>31090,53</b>	0,00	31187,32	1135,99	0,31
HVRP_57_DLP	163	44818,18	45152,42	638,93	44850,05	0,07	44927,45	1361,30	0,24
HVRP_59_DLP	193	14282,59	14367,14	676,23	14309,48	0,19	14323,59	2973,86	0,29
HVRP_63_DLP	174	19951,76	20241,72	693,90	19994,01	0,21	20178,68	983,73	1,14
HVRP_64_DLP	161	17162,39	17157,37	512,03	<b>17135,16</b>	-0,16	<b>17151,71</b>	791,95	-0,06
HVRP_67_DLP	172	10937,67	11854,61	336,67	<b>10915,60</b>	-0,20	10945,40	1494,50	0,07
HVRP_69_DLP	152	9162,78	9276,93	508,55	9167,18	0,05	9228,99	939,94	0,72
HVRP_71_DLP	186	9870,22	9960,84	639,69	9891,50	0,22	9952,33	1293,91	0,83
HVRP_72_DLP	186	5905,58	5976,54	197,11	<b>5883,33</b>	-0,38	5933,51	2238,37	0,47
HVRP_76_DLP	152	12018,26	12098,66	685,64	<b>12018,22</b>	0,00	12064,35	1240,58	0,38
HVRP_77_DLP	190	6930,44	6991,59	636,46	<b>6929,67</b>	-0,01	6967,54	2803,83	0,54
HVRP_78_DLP	190	7035,01	7069,82	471,38	7039,90	0,07	7082,69	1936,95	0,68
HVRP_80_DLP	171	6816,89	6839,96	229,66	6825,46	0,13	6837,43	1529,94	0,30
HVRP_86_DLP	153	9030,68	9076,63	383,30	9053,41	0,25	9069,47	908,09	0,43
HVRP_91_DLP	196	6377,48	6437,14	544,07	6381,13	0,06	6406,12	3234,78	0,45
HVRP_95_DLP	183	6181,6	6244,13	322,61	<b>6175,62</b>	-0,10	6234,62	907,11	0,86
Average			1,74	485,43		0,04		1849,53	0,43

<sup>1</sup>: GRASP<sub>x</sub>ELS com *DFS Split* [Duhamel *et al.*, 2010]



Tabela 4.23: Resultados do HURVFH para o PRVFHF-FV (conj. [Duhamel *et al.*, 2011])

Inst.	$n$	BKS	GRASPxEELS <sup>1</sup>		HURVFH+RFS				
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Gap (%)	Sol.	Tempo (s)	Gap %
HVRP_18_DLP	256	9702,75	9797,61	1216,10	<b>9668,17</b>	-0,36	<b>9687,95</b>	6127,10	-0,15
HVRP_19_DLP	224	11702,77	11805,34	1009,87	11702,98	0,00	11730,10	2587,90	0,23
HVRP_22_DLP	239	13068,03	13162,90	835,87	13103,51	0,27	13134,34	2423,58	0,51
HVRP_23_DLP	203	7750,27	7809,20	802,30	7760,62	0,13	7784,68	2657,22	0,44
HVRP_27_DLP	220	8469,19	8520,74	995,85	<b>8436,55</b>	-0,39	<b>8450,14</b>	3424,38	-0,22
HVRP_32_DLP	244	9417,62	9537,48	1131,44	<b>9412,56</b>	-0,05	<b>9453,66</b>	5771,40	0,38
HVRP_38_DLP	205	11242,95	11439,58	421,50	<b>11217,53</b>	-0,23	11253,53	2612,66	0,09
HVRP_46_DLP	250	24674,26	24805,27	1475,05	<b>24428,54</b>	-1,00	<b>24558,48</b>	7371,30	-0,47
HVRP_49_DLP	246	16377,69	16417,30	990,34	<b>16219,41</b>	-0,97	<b>16262,98</b>	8693,86	-0,70
HVRP_58_DLP	220	23397,76	23530,10	1028,25	23504,15	0,45	23587,32	2640,37	0,81
HVRP_62_DLP	225	23149,61	23434,56	828,76	<b>22952,06</b>	-0,85	<b>23123,16</b>	3220,24	-0,11
HVRP_65_DLP	223	13053,8	13077,63	635,64	<b>13013,89</b>	-0,31	<b>13042,00</b>	4347,73	-0,09
			0,81	947,58			-0,27	4145,20	0,05

<sup>1</sup>: GRASPxEELS com o *Split* clássico [Duhamel *et al.*, 2010]

#### 4.2.2.2 PRVFHF-V

Para o PRVFHF-V, o HURVFH foi testado nas instâncias propostas em [Taillard, 1999], [Brandão, 2011] e [Li *et al.*, 2007] apresentadas nas Tabelas 4.1, 4.10 e 4.24, respectivamente.

As Tabelas 4.25 e 4.26 apresentam a análise entre os resultados encontrados pelo HURVFH e as melhores heurísticas propostas em [Taillard, 1999], [Tarantilis *et al.*, 2004] e [Prins, 2009b] nas instâncias propostas em [Taillard, 1999]. Apesar do HURVFH ter sido capaz de encontrar sete de oito das melhores soluções conhecidas em um tempo computacional competitivo, o desvio médio mostrou que o algoritmo não é tão eficaz, para o PRVFHF-V, quanto aos propostos em [Li *et al.*, 2007] e [Prins, 2009b] que obtiveram menores desvios em uma única execução.

Tabela 4.24: Características das Instâncias do PRVFHF [Li *et al.*, 2007]

Inst.	$n$	Veíc. A			Veíc. B			Veíc. C			Veíc. D			Veíc. E			Veíc. F		
		$Q_A$	$v_A$	$n_A$	$Q_B$	$v_B$	$n_B$	$Q_C$	$v_C$	$n_C$	$Q_D$	$v_D$	$n_D$	$Q_E$	$v_E$	$n_E$	$Q_F$	$v_F$	$n_F$
H1	200	50	1	8	100	1,1	6	200	1,2	4	500	1,7	3	1000	2,5	1			
H2	240	50	1	10	100	1,1	5	200	1,2	5	500	1,7	4	1000	2,5	1			
H3	280	50	1	10	100	1,1	5	200	1,2	5	500	1,7	4	1000	2,5	2			
H4	320	50	1	10	100	1,1	8	200	1,2	5	500	1,7	2	1000	2,5	2	1500	3	1
H5	360	50	1	10	100	1,2	8	200	1,5	5	500	1,8	1	1500	2,5	2	2000	3	1

Tabela 4.25: Resultados do HURVFH para o PRVFHF-V nas instâncias de [Taillard, 1999]

Inst. No.	$n$	BKS	HCG		BATA		HRTR		SMA-D2		HURVFH					
			Taillard		Tarantilis et al		Li et al		Prins							
			Mel.	Sol. Tempo <sup>b</sup>	Mel.	Sol. Tempo	Mel.	Sol. Tempo	Mel.	Sol. Tempo	Mel.	Sol.	Tempo Gap	Sol. <sup>c</sup>	Tempo <sup>c</sup>	Gap <sup>c</sup>
13	50	1517,84 <sup>a</sup>	1518,05	473	1519,96	843	<b>1517,84</b>	358	<b>1517,84</b>	33,2	<b>1517,84</b>	18,46	0,00	1518,58	19,29	0,05
14	50	607,53 <sup>a</sup>	615,64	575	611,39	387	<b>607,53</b>	141	<b>607,53</b>	37,6	<b>607,53</b>	10,74	0,00	607,64	11,20	0,02
15	50	1015,29 <sup>a</sup>	1016,86	335	<b>1015,29</b>	368	<b>1015,29</b>	166	<b>1015,29</b>	6,6	<b>1015,29</b>	11,99	0,00	1015,33	12,56	0,00
16	50	1144,94 <sup>a</sup>	1154,05	350	1145,52	341	<b>1144,94</b>	188	<b>1144,94</b>	7,5	<b>1144,94</b>	11,57	0,00	1145,04	12,29	0,01
17	75	1061,96 <sup>a</sup>	1071,79	2245	1071,01	363	<b>1061,96</b>	216	1065,85	81,5	<b>1061,96</b>	29,80	0,00	1065,27	29,92	0,31
18	75	1823,58 <sup>a</sup>	1870,16	2876	1846,35	971	<b>1823,58</b>	366	<b>1823,58</b>	190,6	<b>1823,58</b>	36,09	0,00	1832,52	38,34	0,49
19	100	1117,51	<b>1117,51</b>	5833	1123,83	428	1120,34	404	1120,34	177,8	1120,34	63,14	0,25	1120,34	67,72	0,25
20	100	1534,17 <sup>a</sup>	1559,77	3402	1556,35	1156	<b>1534,17</b>	447	<b>1534,17</b>	223,3	<b>1534,17</b>	61,94	0,00	1544,08	63,77	0,65

<sup>a</sup>: Otimalidade provada em [Baldacci & Mingozzi, 2009]; <sup>b</sup>: Tempo médio de 5 execuções; <sup>c</sup>: Média em 30 execuções

[Taillard, 1999] CPU: Sun Sparc 10 workstation with 50 MHz; [Tarantilis *et al.*, 2004] CPU: Pentium II 400 MHz

[Li *et al.*, 2007] CPU: AMD Athlon 1 GHz; [Prins, 2009b] CPU: Pentium IV M 1,8 GHz.

Tabela 4.26: Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVFHF-V

Algorithm	Melhor Solução				Média <sup>1</sup>	
	Gap	Tempo Ajustado	BKS Encontrada	BKS Melhorada	Gap	Tempo Ajustado
HCG [Taillard, 1999]		0,93%	–	1	0	2,50%
BATA [Tarantilis <i>et al.</i> , 2004]		0,62%	27,24	1	0	–
HRTR [Li <i>et al.</i> , 2007]		0,03%	57,16	7	0	–
SMA-D2 [Prins, 2009b]		0,08%	25,38	6	0	–
HURVFH		0,03%	30,47	7	0	0,22%

<sup>1</sup>: Média em 5 execuções para [Taillard, 1999] e de 30 execuções para o HURVFH

Os resultados obtidos nas instâncias propostas em [Brandão, 2011] são mostrados nas Tabelas 4.27 – 4.28. Essas instâncias incluem entre 100 e 199 clientes e foram testadas somente pelo autor. O HURVFH superou os resultados da BT proposta pelo autor e o desvio médio foi de apenas 0,03% em relação as melhores soluções conhecidas.

Tabela 4.27: Resultados do HURVFH para o PRVFHF-V nas instâncias de [Brandão, 2011]

Inst.	$n$	BKS	TSA		HURVFH				
			Brandão		Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
			Mel. Sol.	Tempo <sup>1</sup> (s)					
N1	150	2243,76	<b>2243,76</b>	–	<b>2243,88</b>	0,01	2251,90	391,17	0,36
N2	199	2874,13	<b>2874,13</b>	–	<b>2873,32</b>	-0,03	2895,70	881,57	0,75
N3	120	2386,90	<b>2386,90</b>	–	<b>2378,99</b>	-0,33	<b>2380,33</b>	229,65	-0,28
N4	100	1839,22	<b>1839,22</b>	–	<b>1839,22</b>	0,00	1839,22	115,29	0,00
N5	134	2062,48	<b>2062,48</b>	–	<b>2047,81</b>	-0,71	<b>2047,81</b>	403,82	-0,71

<sup>a</sup>: Média em 30 execuções; <sup>1</sup>: Pentium IV 2,6 GHz (2266 Mflop/s)

Tabela 4.28: Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVFHF-V nas instâncias de [Brandão, 2011]

Método	Melhor Solução			Média <sup>1</sup>	
	Gap (%)	BKS Enc.	BKS Mel.	Gap (%)	Tempo Ajustado
TSA [Brandão, 2011]	0,00	5	0	–	–
HURVFH	-0,21	2	3	0,03	404,30

<sup>1</sup>: Média em 30 execuções.

As Tabelas 4.29 – 4.30 apresentam os resultados do PRVFHF-V nas instâncias propostas em [Li *et al.*, 2007]. Estas instâncias incluem entre 200 e 360 clientes e foram onde o HURVFH obteve o pior desempenho em termos de qualidade da solução e esforço computacional quando comparado aos algoritmos propostos em [Li *et al.*, 2007] e [Brandão, 2011]. O HURVFH foi capaz de encontrar somente uma das melhores conhecidas e o desvio médio obtido entre as soluções médias e as melhores soluções conhecidas foi de 1,53%. Além disso, o tempo computacional gasto foi bem superior ao dos demais algoritmos. Este fato mostra que novas abordagens devem ser utilizadas a fim de tratar instâncias maiores. Entre estas abordagens utilizar novas formas de exploração do espaço de soluções pelas vizinhanças, como por exemplo a utilização de estratégias de *first improvement* em vez de *best improvement* e adoção de *dynamic pruning* em conjunto com as EDAs.

Tabela 4.29: Resultados do HURVFH para o PRVFHF-V nas instâncias de [Li *et al.*, 2007]

Inst.	<i>n</i>	BKS	HRTR		TSA		HURVFH				
			Li <i>et al.</i>		Brandão						
			Mel.	Tempo <sup>1</sup>	Mel.	Tempo <sup>2</sup>	Mel.	Gap	Sol. <sup>b</sup>	Tempo <sup>b</sup>	Gap <sup>b</sup>
			Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
H1	200	12050,08	12067,65	687,82	<b>12050,08</b>	1395	<b>12050,08</b>	0,00	12060,28	669,94	0,08
H2	240	10208,32 <sup>a</sup>	10234,40	995,27	10226,17	3650	10268,09	0,59	10351,00	1100,16	1,40
H3	280	16223,39 <sup>a</sup>	16231,80	1437,56	16230,21	2822	16272,78	0,30	16335,50	2106,09	0,69
H4	320	17458,65	17576,10	2256,35	<b>17458,65</b>	8734	17710,46	1,44	17857,00	3404,53	2,28
H5	360	23166,56 <sup>a</sup>	–	–	23220,72	13321	23572,16	1,75	23908,30	7001,60	3,20

<sup>a</sup>: Obtido em [Brandão, 2011] usando o TSA com uma calibração diferente; <sup>b</sup>: Média em 30 execuções;

<sup>1</sup>: AMD Athlon 1,0 GHz (1168 Mflop/s); <sup>2</sup>: Pentium IV 2,6 GHz (2266 Mflop/s)

Tabela 4.30: Sumário dos resultados do HURVFH para o PRVFHF-V nas instâncias de [Li *et al.*, 2007]

Método	Melhor Solução			Média <sup>1</sup>	
	Gap (%)	BKS Enc.	BKS Mel.	Gap (%)	Tempo Ajustado
HRTR [Li <i>et al.</i> , 2007]	0,28 <sup>a</sup>	0	0	–	346,22 <sup>2</sup>
TSA [Brandão, 2011]	0,09 (0,05) <sup>a</sup>	2	0	–	1246,28 <sup>2</sup>
HURVFH	0,82 (0,58) <sup>a</sup>	1	0	1,53 (1,11) <sup>a</sup>	2856,46

<sup>1</sup>: Média em 30 execuções; <sup>2</sup>: Algoritmo determinístico; <sup>a</sup>: Valores nas instâncias H1-H4

### 4.2.3 Resultados do HURVFH para o PRVFHA

Para o PRVFHA, não foi possível efetuar uma comparação entre os resultados obtidos pelo HURVFH e o algoritmo MAMP proposto em [Li *et al.*, 2012], pois os autores não disponibilizaram suas instâncias. No entanto, para que testes computacionais pudessem ser realizados nessa variante, decidiu-se adaptar as instâncias do PRVFH propostas por [Taillard, 1999]. Este conjunto de instâncias é composto de oito problemas contendo entre 50 e 100 clientes e veículos com custos fixos e variáveis (Tabela 4.1).

Os resultados obtidos pelo HURVFH são apresentados na Tabela 4.31. Não foi possível realizar uma comparação dos resultados obtidos pelo HURVFH nesse conjunto. No entanto, se considerarmos o PRVFHF-FV como um limite superior do problema, é possível observar que os valores alcançados pelo algoritmo são melhores que os valores para o PRVFHF-FV (Tabela 4.19).

Tabela 4.31: Resultados do HURVFH para o PRVFHA

Inst.	$n$	$t$	$v$	HURVFH		Sol. <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup> (%)	Tempo <sup>a</sup> (s)
				Mel.	$v$			
				Sol.				
13	50	6	17	<b>2588,65</b>	16	2591,04	0,09	4,59
14	50	3	7	<b>9961,81</b>	6	9966,91	0,05	4,23
15	50	3	9	<b>2731,46</b>	9	2731,63	0,01	4,16
16	50	3	9	<b>2929,78</b>	8	2958,32	0,97	4,16
17	75	4	11	<b>1792,20</b>	10	1798,55	0,35	12,47
18	75	6	14	<b>3228,14</b>	12	3235,93	0,24	12,95
19	100	3	10	<b>10179,70</b>	8	10187,99	0,08	39,51
20	100	3	13	<b>4344,55</b>	13	4349,33	0,11	29,17
Média							0,24	13,91

<sup>a</sup>: Média em 30 execuções

#### 4.2.4 Resultados do HURVFH para o PRVFHMD

O PRVFHMD foi testado utilizando-se as instâncias propostas por [Salhi & Sari, 1997]. Essas instâncias foram adaptadas das desenvolvidas para o PRVMD, acrescentando-se 5 tipos diferentes de veículos da seguinte forma. Para cada veículo  $k$ , sua capacidade  $Q_k$ , seu custo fixo  $f_k$  e seu custo variável  $r_k$  foram gerados utilizando-se como valor central os dados dos veículos das instâncias originais, tal que:

$$Q_k = (0,4 + 0,2k)Q \quad k = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (4.3)$$

$$f_k = (70 + 10k) \quad k = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (4.4)$$

$$r_k = (0,7 + 0,1k) \quad k = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (4.5)$$

Os resultados do HURVFH para o PRVFHMD nas instâncias de [Salhi & Sari, 1997] são apresentadas na Tabela 4.32. Os resultados obtidos pelo HURVFH foram comparados com os dos autores. O HURVFH se mostrou altamente competitivo, de um total de 23 problemas-teste, foi capaz de melhorar 16 soluções e empatando uma e com um desvio total entre as melhores soluções obtidas e as melhores soluções conhecidas de -0,87% e um desvio entre as soluções médias de 0,00%.

Tabela 4.32: Resultados do HURVFH para o PRVDFHMD

Inst.	<i>n</i>	<i>t</i>	<i>m</i>	<i>tl</i>	BKS	Multi-RPERT		HURVFH					
						Salhi e Sari		Mel.	Tempo	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>
						Mel.	Tempo						
						Sol.	(min)	Sol.	(s)	(%)		(s)	(%)
p01	50	5	4	–	1526,7	<b>1526,7</b>	0,1	<b>1510,97</b>	60,02	-1,03	1534,58	60,11	0,52
p02	50	5	4	–	992,8	<b>992,8</b>	0,1	<b>968,67</b>	57,18	-2,43	<b>969,79</b>	58,48	-2,32
p03	75	5	5	–	1611,1	<b>1611,1</b>	0,2	<b>1602,73</b>	140,52	-0,52	1611,32	137,07	0,01
p04	100	5	2	–	2361,9	<b>2361,9</b>	0,6	<b>2350,12</b>	203,40	-0,50	2386,15	202,32	1,03
p05	100	5	2	–	1498,4	<b>1498,4</b>	2,0	<b>1464,54</b>	241,96	-2,26	<b>1471,77</b>	244,76	-1,78
p06	100	5	3	–	2277,5	<b>2277,5</b>	0,5	2297,04	219,38	0,86	2304,22	226,48	1,17
p07	100	5	4	–	2297,1	<b>2297,1</b>	0,6	<b>2272,92</b>	244,54	-1,05	2297,42	246,69	0,01
p08	249	5	2	310	6718,6	<b>6718,6</b>	27,1	<b>6666,50</b>	1878,03	-0,78	<b>6702,50</b>	1811,23	-0,24
p09	249	5	3	311	6211,4	<b>6211,4</b>	13,6	6214,35	1926,40	0,05	6261,15	1905,38	0,80
p10	249	5	4	312	6018,7	<b>6018,7</b>	7,2	<b>5999,40</b>	2061,40	-0,32	6042,00	2041,59	0,39
p11	249	5	5	313	6030,8	<b>6030,8</b>	7,4	<b>5968,73</b>	2042,19	-1,03	<b>5995,11</b>	2064,02	-0,59
p12	80	5	2	–	2108,2	<b>2108,2</b>	0,5	<b>2074,87</b>	98,43	-1,58	<b>2075,56</b>	98,79	-1,55
p13	80	5	2	200	2126,8	<b>2126,8</b>	0,5	<b>2096,39</b>	52,03	-1,43	<b>2096,39</b>	53,63	-1,43
p14	80	5	2	180	2160,1	<b>2160,1</b>	0,4	<b>2160,12</b>	43,87	0,00	2181,05	43,77	0,97
p15	160	5	4	–	4116,2	<b>4116,2</b>	2,3	<b>4005,77</b>	619,95	-2,68	<b>4024,37</b>	618,66	-2,23
p16	160	5	4	200	4178,9	<b>4178,9</b>	2,1	<b>4128,07</b>	293,45	-1,22	<b>4148,12</b>	279,30	-0,74
p17	160	5	4	180	4344,1	<b>4344,1</b>	1,2	4352,30	249,54	0,19	4385,28	251,44	0,95
p18	240	5	6	–	6217,0	<b>6217,0</b>	4,2	<b>5936,10</b>	1875,41	-4,52	<b>5988,70</b>	1918,03	-3,67
p19	240	5	6	200	6233,6	<b>6233,6</b>	3,8	<b>6225,28</b>	763,48	-0,13	6240,20	757,19	0,11
p20	240	5	6	180	6493,1	<b>6493,1</b>	2,0	6581,25	702,09	1,36	6603,44	706,13	1,70
p21	360	5	9	–	9184,6	<b>9184,6</b>	13,4	<b>8905,31</b>	6019,56	-3,04	<b>8925,28</b>	5958,03	-2,82
p22	360	5	9	200	9332,0	<b>9332,0</b>	8,7	9340,25	2133,78	0,09	9363,22	2121,28	0,33
p23	360	5	9	180	9706,6	<b>9706,6</b>	4,9	9901,37	1983,97	2,01	9934,56	2031,81	2,35
						269,74 <sup>b</sup>		1039,59 -0,87			1036,36 0,00		

<sup>a</sup>: Média em 30 execuções; <sup>b</sup>: Tempo em segundos.

### 4.2.5 Resultados do HURVFH para o PRVFHFB

Para o PRVFHFB foram adotadas as instâncias propostas por [Tütüncü, 2010], cujas características dos veículos estão descritas na Tabela 4.33. O autor foi o único a utilizar essas instâncias, que foram adaptadas daquelas de [Toth & Vigo, 1999] para o PRVB. No entanto, em algumas instâncias desse conjunto a soma das demandas dos clientes de *linehaul* excedem a soma das capacidades dos veículos. Houve uma tentativa de contactar o autor para esclarecer essa falha, porém sem sucesso.

Os resultados do HURVFH para o PRVFHFB nas instâncias de [Tütüncü, 2010] são apresentados na Tabela 4.34. Nas instâncias onde foi possível testar o HURVFH, ele foi

capaz de melhorar o valor das soluções de todas as melhores soluções conhecidas em até 17,21%, o desvio entre as soluções médias e as BKSs foi de -9,63%. Uma melhora já era esperada, pois o autor testou seus algoritmos nas instâncias de [Taillard, 1999] para o PRVFHV e os resultados também eram inferiores aos obtidos pelo HURVFH.

Tabela 4.33: Características das Instâncias do PRVFHFB [Tütüncü, 2010]

Instância	$n$	$LH$	$BH$	Veíc. tipo A			Veíc. tipo B			Veíc. tipo C			Veíc. tipo D			Veíc. tipo E		
				$Q_A$	$r_A$	$m_A$	$Q_B$	$r_B$	$m_B$	$Q_C$	$r_C$	$m_C$	$Q_D$	$r_D$	$m_D$	$Q_E$	$r_E$	$m_E$
1	50	25	25	50	1	2	100	1.6	2	160	2	1						
2	50	34	16	50	1	2	100	1.6	3	160	2	1						
3	50	40	10	50	1	2	100	1.6	3	160	2	1						
4	50	25	25	40	1	1	80	1.6	2	140	2.1	2						
5	50	34	16	40	1	1	80	1.6	3	140	2.1	2						
6	50	40	10	40	1	2	80	1.6	3	140	2.1	2						
7	75	37	38	50	1	2	120	1.2	1	200	1.5	1	350	1.8	1			
8	75	50	25	50	1	2	120	1.2	2	200	1.5	1	350	1.8	1			
9	75	60	15	50	1	3	120	1.2	2	200	1.5	2	350	1.8	1			
10	75	37	38	20	1	3	50	1.3	3	100	1.9	2	150	2.4	2	250	2.9	1
11	75	50	25	20	1	4	50	1.3	3	100	1.9	2	150	2.4	2	250	2.9	1
12	75	60	15	20	1	4	50	1.3	4	100	1.9	2	150	2.4	2	250	2.9	1
13	100	50	50	100	1	1	200	1.4	2	300	1.7	1						
14	100	67	33	100	1	3	200	1.4	2	300	1.7	1						
15	100	80	20	100	1	3	200	1.4	3	300	1.7	1						
16	100	50	50	100	1	2	140	1.7	2	200	2	2						
17	100	67	33	100	1	4	140	1.7	3	200	2	2						
18	100	80	20	100	1	4	140	1.7	4	200	2	2						

#### 4.2.6 Resultados do HURVFH para o PRVDFHB

As instâncias para o PRVDFHB foram propostas por [Salhi *et al.*, 2013b]. Para criá-las, os autores se basearam nas instâncias de [Golden *et al.*, 1984] para o PRVDFH e nas instâncias de [Toth & Vigo, 1999] para o PRVB. Nestas instâncias os atributos da frota foram retirados do primeiro conjunto de instâncias e as porcentagens de clientes de *backhaul* do segundo. Foram gerados 36 problemas-teste usando os 12 problemas de [Golden *et al.*, 1984], contendo de 20 a 100 clientes. Para cada um deles, três novas instâncias foram geradas usando-se a convenção de [Toth & Vigo, 1999] com as porcentagens de *linehaul/backhaul* iguais a 50/50, 67/33 e 80/20 onde o primeiro cliente do conjunto de dois, três e cinco clientes, respectivamente, foi considerado *backhaul*. Suas características estão descritas na Tabela 4.35.

Tabela 4.34: Resultados do HURVFH para o PRVDFHB

Inst.	$n$	$L$	$B$	BKS	GRAMPS		ADVISER		HURVFH					
					Tutuncu		Tutuncu							
					Sol	T(s)	Sol.	T(s)	Sol.	T(s)	Gap	Sol. <sup>1</sup>	T(s) <sup>1</sup>	Gap <sup>1</sup>
1	50	25	25	1056,44	1111,67	–	<b>1056,44</b>	–	<b>874,60</b>	95,53	-17,21	<b>876,75</b>	100,12	-17,01
2	50	34	16	982,86	1067,28	–	<b>982,86</b>	–	<b>913,20</b>	45,24	-7,09	<b>914,57</b>	47,50	-6,95
3 <sup>a</sup>	50	40	10	998,22	1124,14	–	998,22	–	–	–	–	–	–	–
4	50	25	25	1070,06	1094,08	–	<b>1070,06</b>	–	<b>1050,60</b>	106,92	-1,82	<b>1052,98</b>	112,46	-1,60
5	50	34	16	1127,97	1135,21	–	<b>1127,97</b>	–	<b>1051,30</b>	45,38	-6,80	<b>1052,50</b>	46,70	-6,69
6 <sup>a</sup>	50	40	10	1183,36	1200,58	–	1183,36	–	–	–	–	–	–	–
7	75	37	38	1190,63	<b>1190,63</b>	–	<b>1190,63</b>	–	<b>1099,20</b>	482,78	-7,68	<b>1105,09</b>	472,56	-7,18
8 <sup>a</sup>	75	50	25	1182,66	1211,28	–	1182,66	–	–	–	–	–	–	–
9	75	60	15	1203,09	1222,66	–	<b>1203,09</b>	–	<b>1003,20</b>	82,84	-16,61	<b>1009,52</b>	85,97	-16,09
10	75	37	38	1781,50	1845,75	–	<b>1781,50</b>	–	<b>1553,00</b>	325,96	-12,83	<b>1576,18</b>	331,38	-11,52
11	75	50	25	1941,74	2035,39	–	<b>1941,74</b>	–	<b>1659,80</b>	123,52	-14,52	<b>1661,43</b>	129,48	-14,44
12 <sup>a</sup>	75	60	15	1917,54	1945,35	–	1917,54	–	–	–	–	–	–	–
13	100	50	50	1227,81	1228,24	–	<b>1227,81</b>	–	<b>1186,20</b>	1021,36	-3,39	<b>1192,51</b>	1008,80	-2,88
14 <sup>a</sup>	100	67	33	1109,02	1136,87	–	1109,02	–	–	–	–	–	–	–
15	100	80	20	1216,65	1228,56	–	<b>1216,65</b>	–	<b>1114,90</b>	601,40	-8,36	<b>1120,94</b>	603,03	-7,87
16	100	50	50	1555,35	1629,47	–	<b>1555,35</b>	–	<b>1339,50</b>	1333,12	-13,88	<b>1342,80</b>	1332,03	-13,67
Média										387,64 -10,02		388,18 -9,63		

<sup>a</sup>: O HURVFH não obteve uma solução viável, pois a soma das demandas dos clientes de *linehaul* excedem a soma das capacidades dos veículos.

<sup>1</sup>: Média em 30 execuções

Os resultados obtidos pelo HURVFH para o PRVDFHB foram comparados com aqueles obtidos por [Salhi *et al.*, 2013b], que foram os únicos autores a trabalharem com esta variante. Para as instâncias com 20 clientes os autores conseguiram provar sua otimalidade utilizando-se o resolvidor de PIM *CPLEX 12.3*, porém para efeito de comparação de resultados foram utilizados os valores produzidos pela heurística híbrida, por eles proposta. A Tabela 4.36 apresenta esses resultados.



Tabela 4.35: Características das Instâncias do PRVDFHB [Salhi *et al.*, 2013b]

Instância	$n$	$LH$	$BH$	Veíc. A		Veíc. B		Veíc. C		Veíc. D		Veíc. E		Veíc. F	
				$Q_A$	$f_A$	$Q_B$	$f_B$	$Q_C$	$f_C$	$Q_D$	$f_D$	$Q_E$	$f_E$	$Q_F$	$f_f$
HWS1	20	10	10	20	20	30	35	40	50	70	120	120	225		
HWS2	20	13	7	20	20	30	35	40	50	70	120	120	225		
HWS3	20	16	4	20	20	30	35	40	50	70	120	120	225		
HWS4	20	10	10	60	1000	80	1500	150	3000						
HWS5	20	13	7	60	1000	80	1500	150	3000						
HWS6	20	16	4	60	1000	80	1500	150	3000						
HWS7	20	10	10	20	20	30	35	40	50	70	120	120	225		
HWS8	20	13	7	20	20	30	35	40	50	70	120	120	225		
HWS9	20	16	4	20	20	30	35	40	50	70	120	120	225		
HWS10	20	10	10	60	1000	80	1500	150	3000						
HWS11	20	13	7	60	1000	80	1500	150	3000						
HWS12	20	16	4	60	1000	80	1500	150	3000						
HWS13	50	25	25	20	20	30	35	40	50	70	120	120	225	200	400
HWS14	50	33	17	20	20	30	35	40	50	70	120	120	225	200	400
HWS15	50	40	10	20	20	30	35	40	50	70	120	120	225	200	400
HWS16	50	25	25	120	1000	160	1500	300	3500						
HWS17	50	33	17	120	1000	160	1500	300	3500						
HWS18	50	40	10	120	1000	160	1500	300	3500						
HWS19	50	25	25	50	100	100	250	160	450						
HWS20	50	33	17	50	100	100	250	160	450						
HWS21	50	40	10	50	100	100	250	160	450						
HWS22	50	25	25	40	100	80	200	140	400						
HWS23	50	33	17	40	100	80	200	140	400						
HWS24	50	40	10	40	100	80	200	140	400						
HWS25	75	37	38	50	25	120	80	200	150	350	320				
HWS26	75	50	25	50	25	120	80	200	150	350	320				
HWS27	75	60	15	50	25	120	80	200	150	350	320				
HWS28	75	37	38	20	10	50	35	100	100	150	180	250	400	400	800
HWS29	75	50	25	20	10	50	35	100	100	150	180	250	400	400	800
HWS30	75	60	15	20	10	50	35	100	100	150	180	250	400	400	800
HWS31	100	50	50	100	500	200	1200	300	2100						
HWS32	100	66	34	100	500	200	1200	300	2100						
HWS33	100	80	20	100	500	200	1200	300	2100						
HWS34	100	50	50	60	100	140	300	200	500						
HWS35	100	66	34	60	100	140	300	200	500						
HWS36	100	80	20	60	100	140	300	200	500						

Tabela 4.36: Resultados do HURVFH para o PRVDFHB

Inst.	n	LH	BH	BKS	Framework-2		HURVFH					
					Salhi et al.		Mel.	Tempo	Gap	Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup>	Gap <sup>1</sup>
					Sol.	(s)						
HWS1	20	10	10	720,57 <sup>a</sup>	726,48	0,61	<b>720,57</b>	0,30	0,00	<b>720,57</b>	1,37	0,00
HWS2	20	13	7	818,12 <sup>a</sup>	<b>818,12</b>	1,09	<b>818,12</b>	0,33	0,00	<b>818,12</b>	1,42	0,00
HWS3	20	16	4	848,23 <sup>a</sup>	848,59	1,64	848,32	0,25	0,01	848,32	1,21	0,01
HWS4	20	10	10	4342,48 <sup>a</sup>	4350,65	0,91	<b>4342,48</b>	0,30	0,00	<b>4342,48</b>	0,98	0,00
HWS5	20	13	7	5357,98 <sup>a</sup>	5366,39	2,75	5357,99	0,27	0,00	5363,70	0,86	0,11
HWS6	20	16	4	5421,65 <sup>a</sup>	5875,23	3,44	<b>5421,65</b>	0,29	0,00	5602,63	1,07	3,34
HWS7	20	10	10	729,50 <sup>a</sup>	767,93	0,58	<b>729,50</b>	0,35	0,00	<b>729,50</b>	1,64	0,00
HWS8	20	13	7	838,11 <sup>a</sup>	872,97	1,39	<b>838,11</b>	0,34	0,00	<b>838,11</b>	1,68	0,00
HWS9	20	16	4	890,76 <sup>a</sup>	903,18	2,09	<b>890,76</b>	0,28	0,00	892,79	1,53	0,23
HWS10	20	10	10	4349,12 <sup>a</sup>	4365,44	0,88	4349,13	0,29	0,00	4349,13	0,97	0,00
HWS11	20	13	7	5363,58 <sup>a</sup>	5414,50	2,72	<b>5363,58</b>	1,53	0,00	5385,84	1,50	0,42
HWS12	20	16	4	5497,98 <sup>a</sup>	5928,78	4,94	<b>5497,98</b>	0,32	0,00	5682,84	1,16	3,36
HWS13	50	25	25	1625,70	<b>1625,70</b>	17,88	<u>1590,47</u>	5,18	-2,17	1594,67	2,73	-1,91
HWS14	50	33	17	1811,63	<b>1811,63</b>	26,19	<u>1780,69</u>	3,76	-1,71	<u>1787,10</u>	3,89	-1,35
HWS15	50	40	10	2018,93	<b>2018,93</b>	38,42	<u>2003,46</u>	3,24	-0,77	<u>2010,82</u>	3,37	-0,40
HWS16	50	25	25	5561,67	<b>5561,67</b>	330,34	<u>5551,19</u>	3,30	-0,19	<u>5551,19</u>	3,49	-0,19
HWS17	50	33	17	6570,39	<b>6570,39</b>	996,55	<u>6547,93</u>	3,45	-0,34	<u>6547,93</u>	3,71	-0,34
HWS18	50	40	10	7599,08	<b>7599,08</b>	1120,50	<u>7562,69</u>	3,11	-0,48	<u>7565,18</u>	3,16	-0,45
HWS19	50	25	25	1704,41	<b>1704,41</b>	39,81	<u>1620,29</u>	3,93	-4,94	<u>1636,69</u>	3,85	-3,97
HWS20	50	33	17	2037,23	<b>2037,23</b>	84,95	<u>2018,70</u>	3,54	-0,91	<u>2019,49</u>	3,74	-0,87
HWS21	50	40	10	2340,09	<b>2340,09</b>	103,52	<u>2295,36</u>	3,15	-1,91	<u>2307,96</u>	3,22	-1,37
HWS22	50	25	25	1774,71	<b>1774,71</b>	18,41	<u>1717,55</u>	4,54	-3,22	<u>1720,07</u>	4,37	-3,08
HWS23	50	33	17	2166,52	<b>2166,52</b>	64,77	<u>2091,00</u>	3,74	-3,49	<u>2111,57</u>	3,63	-2,54
HWS24	50	40	10	2430,88	<b>2430,88</b>	49,72	<u>2409,52</u>	3,16	-0,88	<u>2412,59</u>	3,29	-0,75
HWS25	75	37	38	1332,02	<b>1332,02</b>	1006,28	<u>1285,86</u>	17,54	-3,47	<u>1293,24</u>	17,49	-2,91
HWS26	75	50	25	1421,04	<b>1421,04</b>	1779,88	<u>1399,36</u>	14,24	-1,53	<u>1401,21</u>	14,82	-1,40
HWS27	75	60	15	1534,65	<b>1534,65</b>	1996,59	<u>1520,15</u>	11,92	-0,94	<u>1526,90</u>	11,50	-0,50
HWS28	75	37	38	1617,85	<b>1617,85</b>	1351,92	<u>1572,38</u>	15,54	-2,81	<u>1576,13</u>	15,38	-2,58
HWS29	75	50	25	1799,76	<b>1799,76</b>	1513,30	<u>1760,95</u>	12,20	-2,16	<u>1761,05</u>	12,80	-2,15
HWS30	75	60	15	1990,46	<b>1990,46</b>	2662,15	<u>1950,99</u>	11,20	-1,98	<u>1955,09</u>	11,03	-1,78
HWS31	100	50	50	4943,29	5201,81	4257,41	4963,08	31,89	0,40	4965,42	32,30	0,45
HWS32	100	66	34	6035,96	—	—	<u>5993,30</u>	25,55	-0,71	<u>5994,44</u>	25,98	-0,69
HWS33	100	80	20	7601,09	—	—	<u>7092,31</u>	21,46	-6,69	<u>7208,00</u>	22,71	-5,17
HWS34	100	50	50	2465,41	2646,52	2871,74	2517,38	39,87	2,11	2522,97	40,16	2,33
HWS35	100	66	34	2971,98	<b>2971,98</b>	651,80	<u>2927,20</u>	34,73	-1,51	<u>2938,95</u>	32,16	-1,11
HWS36	100	80	20	3533,90	<b>3533,90</b>	1729,30	<u>3454,05</u>	25,40	-2,26	<u>3461,34</u>	25,34	-2,05
Média						668,66		8,62	-1,18		8,88	-0,76

<sup>1</sup>: Média em 30 execuções

### 4.2.7 Resultados do HURVFH para o PRVSD

Para o PRVSD foram utilizadas as instâncias descritas em [Cordeau & Laporte, 2001] para testar o HURVFH. As características dessas instâncias e os resultados encontrados são apresentados nas Tabelas 4.37 – 4.38. Na primeira tabela, denominadas velhas, não se apresenta o tempo de duração das rotas, enquanto que na segunda tabela, denominadas novas, esse tempo é apresentado. Os resultados obtidos foram comparados com os melhores algoritmos encontrados na literatura para o problema, a saber, o TS de [Cordeau & Laporte, 2001], o ALNS 50k de [Pisinger & Røpke, 2007] e o ITS [Cordeau & Maischberger, 2012]. Esses dois conjuntos de instâncias estão entre as mais testadas dentro da classe de problemas estudados e possuem algoritmos altamente competitivos para resolvê-las.

Tabela 4.37: Resultados do HURVFH para o PRVSD (Instâncias velhas)

				TS		ALNS 50k		ITS		HURVFH					
				Mel.	T	Mel.	T	Mel.	T	Mel.	Gap	Sol. <sup>1</sup>	T <sup>1</sup>	Gap <sup>1</sup>	
Inst.	n	t	BKS	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)	
p01	55	3	640,32	642,66	–	<b>640,32</b>	20	<b>640,32</b>	–	<b>640,32</b>	0,00	<b>640,32</b>	26,73	0,00	
p02	52	2	598,10	<b>598,10</b>	–	<b>598,10</b>	19	<b>598,10</b>	–	<b>598,10</b>	0,00	<b>598,10</b>	25,53	0,00	
p03	80	3	954,32	959,36	–	957,04	40	955,68	–	<b>954,32</b>	0,00	954,99	87,18	0,07	
p04	76	2	854,43	<b>854,43</b>	–	<b>854,43</b>	36	<b>854,43</b>	–	<b>854,43</b>	0,00	<b>854,43</b>	82,20	0,00	
p05	103	3	1003,57	1020,22	–	<b>1003,57</b>	68	<b>1003,57</b>	–	1007,60	0,40	1007,60	253,33	0,40	
p06	104	2	1028,52	1036,02	–	<b>1028,52</b>	69	<b>1028,52</b>	–	<b>1028,52</b>	0,00	1030,00	246,44	0,14	
p07	27	3	391,30	<b>391,30</b>	–	<b>391,30</b>	8	<b>391,30</b>	–	<b>391,30</b>	0,00	<b>391,30</b>	4,09	0,00	
p08	54	3	664,46	<b>664,46</b>	–	<b>664,46</b>	24	<b>664,46</b>	–	<b>664,46</b>	0,00	<b>664,46</b>	24,11	0,00	
p09	81	3	948,23	<b>948,23</b>	–	<b>948,23</b>	47	<b>948,23</b>	–	<b>948,23</b>	0,00	<b>948,23</b>	111,25	0,00	
p10	108	3	1218,75	1223,88	–	<b>1218,75</b>	76	<b>1218,75</b>	–	1225,15	0,53	1225,15	249,23	0,53	
p11	135	3	1448,17	1464,98	–	1463,33	116	<b>1448,17</b>	–	1474,36	1,81	1474,36	393,46	1,81	
p12	162	3	1665,55	1695,67	–	1678,40	157	<b>1665,55</b>	–	1702,42	2,21	1702,42	699,17	2,21	
p13	54	3	1194,18	1196,73	–	<b>1194,18</b>	24	<b>1194,18</b>	–	<b>1194,18</b>	0,00	<b>1194,18</b>	30,16	0,00	
p14	108	3	1959,96	1962,66	–	1960,62	72	<b>1959,96</b>	–	<b>1959,96</b>	0,00	<b>1959,96</b>	206,72	0,00	
p15	162	3	2685,09	2751,45	–	<b>2685,09</b>	152	<b>2685,09</b>	–	<b>2685,09</b>	0,00	<b>2685,09</b>	625,52	0,00	
p16	216	3	3393,55	3491,18	–	3396,36	213	3396,49	–	3400,53	0,21	3400,53	1446,43	0,21	
p17	270	3	4066,15	4230,96	–	4085,61	291	4091,12	–	4100,12	0,84	4100,12	2671,68	0,84	
p18	324	3	4751,27	4929,71	–	4755,50	346	4788,59	–	4863,38	2,36	4863,38	5032,20	2,36	
p19	104	3	843,15	850,39	–	846,07	85	<b>843,15</b>	–	844,67	0,18	844,67	271,75	0,18	
p20	156	3	1030,78	1046,14	–	<b>1030,78</b>	168	1033,39	–	1039,77	0,87	1039,77	613,27	0,87	
p21	209	3	1263,71	1337,83	–	1271,75	217	1267,47	–	1268,45	0,38	1268,45	1297,00	0,38	
p22	122	3	1008,71	1012,17	–	<b>1008,71</b>	130	<b>1008,71</b>	–	<b>1008,71</b>	0,00	<b>1008,71</b>	526,70	0,00	
p23	102	3	803,29	818,75	–	<b>803,29</b>	73	<b>803,29</b>	–	<b>803,29</b>	0,00	<b>803,29</b>	220,41	0,00	
Gap Médio				1,33		0,16		0,09		0,43		0,43			

<sup>1</sup>: Média em 30 execuções

Pela Tabela 4.37 é possível observar que o HURVFH foi capaz de encontrar 13 das melhores soluções conhecidas com desvio total de 0,43%, nas instâncias sem tempo de duração da rota. Já nas instâncias que apresentam tempo de duração da rota, descritas na Tabela 4.38, o HURVFH só conseguiu encontrar 3 das melhores soluções conhecidas, em instâncias pequenas, com menos de 100 clientes, e com um desvio médio em todas as instâncias de 1,66%. Este conjunto possui algumas instâncias com dimensões elevadas, podendo chegar até 1008 clientes. Pode-se observar, claramente, que algumas características devem ser incorporadas ao algoritmo para que seja possível tratar problemas com dimensões elevadas.

Tabela 4.38: Resultados do HURVFH para o PRVSD (Instâncias novas)

Inst.	<i>n</i>	<i>t</i>	<i>TL</i>	BKS	TS		ALNS 50k		ITS		HURVFH				
					Mel.	T	Mel.	T	Mel.	T	Mel.	Gap	Sol. <sup>1</sup>	T <sup>1</sup>	Gap <sup>1</sup>
					Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
pr01	48	4	500	1380,77	1384,15	–	<b>1380,77</b>	19	<b>1380,77</b>	–	<b>1380,77</b>	0,00	1382,54	18,10	0,13
pr02	96	4	500	2303,89	2320,97	–	2311,54	63	2311,54	–	<b>2303,89</b>	0,00	2319,53	104,38	0,68
pr03	144	4	500	2575,36	2623,31	–	2602,13	140	2575,78	–	2577,19	0,07	2590,01	357,28	0,57
pr04	192	4	500	3449,84	3500,79	–	3474,01	191	3456,96	–	3460,17	0,30	3496,13	467,92	1,34
pr05	240	4	500	4377,35	4479,34	–	4416,38	251	4403,54	–	4408,50	0,70	4449,55	824,19	1,65
pr06	288	4	500	4422,02	4546,79	–	4444,52	314	<b>4422,02</b>	–	4461,83	0,90	4487,68	1762,05	1,48
pr07	72	6	500	1889,82	1955,11	–	<b>1889,82</b>	39	<b>1889,82</b>	–	<b>1889,82</b>	0,00	1996,37	26,40	5,64
pr08	144	6	500	2971,01	3082,32	–	2977,50	135	2977,50	–	2980,46	0,32	2996,09	346,69	0,84
pr09	216	6	500	3536,20	3664,22	–	<b>3536,20</b>	226	3547,22	–	3562,30	0,74	3595,09	695,71	1,67
pr10	288	6	500	4639,62	4739,43	–	4648,76	322	4666,03	–	4686,20	1,00	4706,10	1494,77	1,43
pr11	1008	4	500	12719,65	13227,96	–	<b>12719,65</b>	847	13002,00	–	13245,70	4,14	13306,88	14166,12	4,62
pr12	720	6	500	9388,07	9621,99	–	<b>9388,07</b>	658	9448,61	–	9707,81	3,41	9748,48	6015,58	3,84
Gap Médio					2,41		0,32		0,43		0,96				

<sup>1</sup>: Média em 30 execuções

### 4.2.8 Resultados do HURVFH para o PRVFHED

Para testar a eficiência do HURVFH em resolver o PRVFHED foram utilizadas as instâncias apresentadas em [Ozfirat & Ozkarahan, 2010]. Essas instâncias são baseadas nos problemas-teste de [Golden *et al.*, 1984] para o PRVDFH com custo fixo (Tabela 4.1), sendo resolvidas permitindo-se a divisão da demanda do cliente.

A Tabela 4.39 apresenta os resultados obtidos para o PRVFHED. É possível observar que o HURVFH conseguiu melhorar todos os resultados apresentados no trabalho de [Ozfirat & Ozkarahan, 2010]. O percentual de melhora foi de 0,26% na instância 6, chegando a 3,25% na instância 17, com um desvio médio em relação as melhores soluções de -1,80%.

Tabela 4.39: Resultados do HURVFH para o PRVFHED

Inst.	<i>n</i>	BKS	PR		HURVFH				
			Ozfirat & Ozkarahan		Mel.	Gap	Sol. <sup>2</sup>	Tempo <sup>2</sup>	Gap <sup>2</sup>
			Mel.	Tempo <sup>1</sup>					
			Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
3	20	970,53	<b>970,53</b>	104	<b>943,12</b>	-2,82	<b>943,12</b>	11,03	-2,82
4	20	6421,88	<b>6421,88</b>	45	<b>6399,20</b>	-0,35	<b>6400,01</b>	5,20	-0,34
5	20	998,74	<b>998,74</b>	84	<b>970,77</b>	-2,80	<b>970,77</b>	10,11	-2,80
6	20	6514,09	<b>6514,09</b>	137	<b>6497,44</b>	-0,26	6582,88	4,54	1,06
13	50	2440,78	<b>2440,78</b>	146	<b>2374,03</b>	-2,73	<b>2376,20</b>	198,26	-2,65
14	50	9138,25	<b>9138,25</b>	412	<b>9114,07</b>	-0,26	9203,83	90,81	0,72
15	50	2616,11	<b>2616,11</b>	298	<b>2568,96</b>	-1,80	<b>2569,86</b>	106,94	-1,77
16	50	2719,89	<b>2719,89</b>	302	<b>2690,18</b>	-1,09	<b>2691,51</b>	98,02	-1,04
17	75	1783,33	<b>1783,33</b>	317	<b>1725,40</b>	-3,25	<b>1726,62</b>	385,42	-3,18
18	75	2394,16	<b>2394,16</b>	486	<b>2333,26</b>	-2,54	<b>2336,85</b>	781,51	-2,39
19	100	8722,49	<b>8722,49</b>	506	<b>8654,31</b>	-0,78	<b>8655,85</b>	845,61	-0,76
20	100	4130,49	<b>4130,49</b>	396	<b>4011,30</b>	-2,89	<b>4033,08</b>	803,84	-2,36
Média				269,42		-1,80		278,44	-1,53

<sup>1</sup>: Tempo para uma execução (Pentium 4 3,0 GHz); <sup>2</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH

#### 4.2.9 Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT

O PRVDFHJT foi proposto por [Liu & Shen, 1999], que também propuseram as instâncias para o mesmo. Estas instâncias foram adaptadas dos problemas-teste de [Solomon, 1987] para o PRVJT. As instâncias descritas em [Solomon, 1987] consistem de 56 problemas contendo 100 clientes e divididos em três subconjuntos denominados R, C e RC, onde os clientes estão dispostos de modo aleatório (*Random*), agrupados (*Clustered*) e misturados entre randômicos e agrupados (*Random and Clustered*). Os subconjuntos R1, C1 e RC1 possuem um horizonte de planejamento mais curto, já R2, C2 e RC2 possuem um horizonte de planejamento mais longo. Para cada um destes seis subconjuntos foram considerados três diferentes conjuntos de frotas: A, B e C, totalizando 168 problemas-teste para o PRVDFHJT. As características dos veículos são apresentados na Tabela 4.40.

Para o PRVDFHJT, dois objetivos diferentes, para o mesmo conjunto de instâncias, são encontrados na literatura. O primeiro, adotado por [Liu & Shen, 1999], utiliza a minimização dos custos da frota mais o tempo de viagem da rota (duração), onde a duração da rota é dada pelo tempo passado entre a partida do veículo do depósito e o seu retorno. Os autores consideram que a rota não necessariamente precisa começar no instante zero, em algumas soluções é necessário um atraso para o veículo deixar o

Tabela 4.40: Características das Instâncias do PRVDFHJT [Liu &amp; Shen, 1999]

Subconjunto	$n$	Veíc. A		Veíc. B		Veíc. C		Veíc. D		Veíc. E		Veíc. F	
		$Q_A$	$f_A$	$Q_B$	$f_B$	$Q_C$	$f_C$	$Q_D$	$f_D$	$Q_E$	$f_E$	$Q_F$	$f_f$
R1a	100	30	50	50	80	80	140	120	500	200	500		
R1b	100	30	10	50	16	80	28	120	100	200	100		
R1c	100	30	5	50	8	80	14	120	50	200	50		
C1a	100	100	300	200	800	300	1350						
C1b	100	100	60	200	160	300	270						
C1c	100	100	30	200	80	300	135						
RC1a	100	40	60	80	150	150	300	200	450				
RC1b	100	40	12	80	30	150	60	200	90				
RC1c	100	40	6	80	15	150	30	200	45				
R2a	100	300	450	400	700	600	1200	1000	2500				
R2b	100	300	90	400	140	600	240	1000	500				
R2c	100	300	45	400	70	600	120	1000	250				
C2a	100	400	1000	500	1400	600	2000	700	2700				
C2b	100	400	200	500	280	600	400	700	540				
C2c	100	400	100	500	140	600	200	700	270				
RC2a	100	100	150	200	350	300	550	400	800	500	1100	1000	2500
RC2b	100	100	30	200	70	300	110	400	160	500	220	1000	500
RC2c	100	100	15	200	35	300	55	400	80	500	110	1000	250

depósito. Entretanto, mesmo assim, ainda é possível efetuar a avaliação da solução em tempo constante usando as EDAs, por meio da Equação (4.6).

$$DUR(\sigma) = \max\{Earliest(\sigma) - Latest(\sigma), Duracao(\sigma)\} \quad (4.6)$$

O segundo objetivo é encontrado com maior frequência na literatura e leva em consideração a minimização dos custos da frota de acordo com os custos associados aos veículos e a distância total percorrida (Tabelas 4.44 – 4.46).

O peso adotado para penalizar o atendimento fora da janela de tempo, descrito na Equação (3.10), para os dois objetivos da variante foi  $\omega = 1000$ . De acordo com alguns testes preliminares, a qualidade da solução não sofre variação desde que o peso adotado seja maior que a maior distância entre os clientes.

Diversos trabalhos são encontrados na literatura para o PRVDFHJT, porém para efeitos de comparação de resultados, utilizamos os trabalhos mais recentes e que possuem os melhores resultados. Os resultados obtidos pelo HURVFH minimizando a duração foram

comparados com os resultados de [Bräysy *et al.*, 2008] e [Repoussis & Tarantilis, 2010]. As Tabelas 4.41, 4.42 e 4.43, apresentam os resultados para os subconjuntos A, B e C, respectivamente. Por estas tabelas é possível observar que o HURVFH se mostrou eficaz, encontrando diversas novas soluções e com um desvio médio máximo de 0,15% entre as melhores soluções obtidas e as melhores conhecidas.

O desempenho do HURVFH foi ainda melhor quando adotado o segundo objetivo, minimizar a distância. Como pode ser verificado nas Tabelas 4.44 – 4.46 as melhores soluções obtidas pelo algoritmo superaram as soluções da literatura em até -0,76% (Tabela 4.42). O desvio em relação às médias das soluções, em 30 execuções, foi de no máximo 0,25% (Tabela 4.41).

Tabela 4.41: Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota A)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		RT10		HURVFH					
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Gap	Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup> (s)	Gap <sup>1</sup>
R101a	100	4536,40	4631,31	643,12	<b>4536,40</b>	—	4641,30	365,15	2,31	4666,69	364,68	2,77
R102a	100	4348,92	4401,30	858,04	<b>4348,92</b>	—	4414,96	394,05	1,52	4435,87	392,78	2,00
R103a	100	4119,04	4182,16	1031,34	<b>4119,04</b>	—	4179,19	373,20	1,46	4199,64	380,94	1,96
R104a	100	3981,28	3981,28	1339,93	3986,35	—	<b>3974,75</b>	327,42	-0,16	3988,63	328,11	0,18
R105a	100	4229,67	4236,84	737,57	<b>4229,67</b>	—	4238,74	393,60	0,21	4263,35	389,58	0,80
R106a	100	4118,48	<b>4118,48</b>	970,66	4130,82	—	4141,47	385,14	0,56	4149,44	377,25	0,75
R107a	100	4031,16	4035,96	1081,48	4031,16	—	<b>4026,98</b>	359,20	-0,10	4034,01	353,26	0,07
R108a	100	3962,20	3970,26	1507,55	3962,20	—	<b>3956,35</b>	326,32	-0,15	3964,32	322,80	0,05
R109a	100	4052,21	4060,17	897,02	4052,21	—	<b>4048,72</b>	362,21	-0,09	4067,21	362,81	0,37
R110a	100	3995,18	3995,18	1017,43	3999,09	—	<b>3983,76</b>	356,00	-0,29	3996,89	357,70	0,04
R111a	100	4016,19	4017,81	1099,68	4016,19	—	<b>4011,32</b>	353,49	-0,12	4023,37	355,94	0,18
R112a	100	3947,30	3947,30	1218,13	3954,65	—	<b>3938,57</b>	318,52	-0,22	<b>3944,50</b>	313,70	-0,07
C101a	100	7226,51	<b>7226,51</b>	705,33	<b>7226,51</b>	—	<b>7226,51</b>	377,94	0,00	7229,50	389,34	0,04
C102a	100	7119,35	<b>7119,35</b>	958,06	7137,79	—	<b>7119,35</b>	341,42	0,00	<b>7119,35</b>	357,38	0,00
C103a	100	7107,01	7107,01	1269,01	7141,03	—	<b>7102,86</b>	297,77	-0,06	<b>7102,86</b>	312,21	-0,06
C104a	100	7081,50	<b>7081,50</b>	223,5	7086,70	—	7081,51	240,22	0,00	7081,51	248,49	0,00
C105a	100	7169,08	7199,36	741,5	<b>7169,08</b>	—	7196,06	395,87	0,38	7197,13	397,63	0,39
C106a	100	7157,13	7180,03	816,51	<b>7157,13</b>	—	7176,68	380,88	0,27	7181,17	382,07	0,34
C107a	100	7135,38	7149,17	890,25	<b>7135,38</b>	—	7144,55	356,18	0,13	7144,55	367,01	0,13
C108a	100	7113,57	7115,81	1007,53	7113,57	—	<b>7111,23</b>	317,34	-0,03	<b>7111,40</b>	326,62	-0,03
C109a	100	7092,49	7094,65	1261,05	7092,49	—	<b>7091,66</b>	298,74	-0,01	<b>7091,66</b>	304,63	-0,01
RC101a	100	5237,19	5253,97	602,77	<b>5237,19</b>	—	5239,93	359,66	0,05	5262,33	352,16	0,48
RC102a	100	5053,48	5059,58	649,66	5053,62	—	5066,32	372,69	0,25	5095,47	370,94	0,83
RC103a	100	4868,94	<b>4868,94</b>	661,31	4885,58	—	4881,24	377,91	0,25	4895,43	372,07	0,54
RC104a	100	4761,28	4762,85	802,62	4761,28	—	<b>4749,59</b>	304,34	-0,25	4762,42	307,58	0,02
RC105a	100	5110,86	5119,80	612,66	<b>5110,86</b>	—	5122,48	358,79	0,23	5147,88	365,63	0,72
RC106a	100	4960,78	4960,78	634,58	4966,27	—	<b>4953,37</b>	351,04	-0,15	4975,60	367,86	0,30
RC107a	100	4819,91	4828,17	698,04	<b>4819,91</b>	—	4833,85	347,23	0,29	4854,46	347,40	0,72
RC108a	100	4734,15	4734,15	699,25	4749,44	—	<b>4731,61</b>	307,91	-0,05	4740,55	296,65	0,14
R201a	100	3753,42	3922,00	291,78	<b>3753,42</b>	—	3794,25	1167,81	1,09	3833,61	1197,45	2,14
R202a	100	3551,12	3610,38	416,98	<b>3551,12</b>	—	3558,74	1185,43	0,21	3566,97	1265,98	0,45
R203a	100	3334,08	3350,18	661	3336,60	—	<b>3316,53</b>	1255,79	-0,53	<b>3319,69</b>	1246,56	-0,43
R204a	100	3103,84	3390,14	1288,83	3103,84	—	<b>3075,95</b>	989,79	-0,90	<b>3077,91</b>	1005,23	-0,84
R205a	100	3367,90	3465,81	437,57	3367,90	—	<b>3340,16</b>	975,93	-0,82	<b>3354,10</b>	1003,73	-0,41
R206a	100	3264,70	3268,36	732,75	3264,70	—	<b>3242,67</b>	943,40	-0,67	<b>3256,14</b>	994,87	-0,26
R207a	100	3158,69	3231,26	122,8	3158,69	—	<b>3146,57</b>	919,41	-0,38	<b>3154,14</b>	944,91	-0,14
R208a	100	3056,45	3063,10	1575,85	3056,45	—	<b>3017,12</b>	800,73	-1,29	<b>3019,84</b>	788,88	-1,20
R209a	100	3191,63	3192,95	408,94	3194,74	—	<b>3185,65</b>	807,54	-0,19	<b>3188,80</b>	791,99	-0,09
R210a	100	3325,28	3375,38	542,75	3325,28	—	<b>3297,13</b>	1028,33	-0,85	<b>3306,98</b>	1040,32	-0,55
R211a	100	3042,48	3042,48	738,59	3053,08	—	<b>3019,93</b>	729,56	-0,74	<b>3021,27</b>	733,25	-0,70
C201a	100	5820,78	5891,45	273,39	<b>5820,78</b>	—	5880,32	1164,47	1,02	5898,18	1203,89	1,33
C202a	100	5779,59	5850,26	354,87	5783,76	—	<b>5776,88</b>	980,11	-0,05	<b>5776,88</b>	1041,32	-0,05
C203a	100	5736,94	5741,90	607,5	<b>5736,94</b>	—	5741,12	835,64	0,07	5741,67	842,40	0,08
C204a	100	5691,51	5691,51	999,57	5718,49	—	<b>5680,46</b>	775,28	-0,19	<b>5680,46</b>	811,24	-0,19
C205a	100	5747,67	5786,71	286,5	<b>5747,67</b>	—	5781,15	1044,62	0,58	5785,79	1065,01	0,66
C206a	100	5738,09	5795,15	312,76	<b>5738,09</b>	—	5767,7	880,27	0,52	5768,28	917,77	0,53
C207a	100	5721,16	5743,52	453,15	<b>5721,16</b>	—	5731,44	803,59	0,18	5731,64	827,93	0,18
C208a	100	5732,95	5884,20	435,09	5732,95	—	<b>5725,03</b>	673,76	-0,14	<b>5725,40</b>	753,95	-0,13
RC201a	100	4701,88	4740,21	1060,19	<b>4701,88</b>	—	4748,2	526,66	0,99	4760,64	519,19	1,25
RC202a	100	4509,11	4522,36	1083,59	4509,11	—	<b>4487,49</b>	498,22	-0,48	<b>4498,52</b>	524,09	-0,23
RC203a	100	4312,52	4312,52	1026,7	4313,42	—	<b>4309,92</b>	536,54	-0,06	4316,28	569,04	0,09
RC204a	100	4141,04	<b>4141,04</b>	1424,48	4157,32	—	4141,11	510,17	0,00	4142,70	508,44	0,04
RC205a	100	4585,20	4652,57	1067,91	<b>4585,20</b>	—	4638,2	520,28	1,16	4647,60	531,19	1,36
RC206a	100	4416,95	4431,64	967,28	4427,73	—	4421,12	498,72	0,09	4427,92	490,62	0,25
RC207a	100	4310,11	4310,11	134,8	4313,07	—	<b>4297,25</b>	494,99	-0,30	<b>4301,23</b>	513,06	-0,21
RC208a	100	4091,92	4091,92	824,19	4103,31	—	<b>4077,22</b>	453,81	-0,36	<b>4079,32</b>	443,81	-0,31
Média				788,67				573,23	0,08		584,67	0,29

<sup>1</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH



Tabela 4.42: Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota B)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		RT10		HURVFH					
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Gap	Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup> (s)	Gap <sup>1</sup>
R101b	100	2421,19	2486,76	603,43	<b>2421,19</b>	—	2497,82	350,75	3,16	2501,51	341,64	3,32
R102b	100	2209,50	2227,48	698,14	<b>2209,50</b>	—	2232,63	393,61	1,05	2240,94	382,08	1,42
R103b	100	1938,93	<b>1938,93</b>	691,77	1953,50	—	1939,91	402,58	0,05	1959,56	408,73	1,06
R104b	100	1713,36	1714,73	748,64	1713,36	—	<b>1705,14</b>	398,56	-0,48	1725,28	381,37	0,70
R105b	100	2027,98	2027,98	620,73	2030,83	—	<b>2020,78</b>	378,30	-0,36	2034,05	385,70	0,30
R106b	100	1919,02	1919,03	691,38	<b>1919,02</b>	—	1923,07	403,21	0,21	1929,69	403,01	0,56
R107b	100	1780,52	1789,58	659,61	<b>1780,52</b>	—	1786,68	386,26	0,35	1800,67	397,20	1,13
R108b	100	1649,24	<b>1649,24</b>	682,57	1665,78	—	1667,88	377,48	1,13	1685,15	372,37	2,18
R109b	100	1828,63	<b>1828,63</b>	697,90	1840,54	—	1835,12	415,52	0,35	1842,79	396,84	0,77
R110b	100	1774,46	<b>1774,46</b>	741,36	1788,18	—	1786,60	384,99	0,68	1792,22	385,56	1,00
R111b	100	1769,71	<b>1769,71</b>	692,17	1772,51	—	1776,42	400,16	0,38	1786,61	393,67	0,96
R112b	100	1667,00	1669,78	723,03	<b>1667,00</b>	—	1676,41	364,73	0,56	1689,01	366,93	1,32
C101b	100	2417,52	<b>2417,52</b>	493,51	<b>2417,52</b>	—	<b>2417,52</b>	267,04	0,00	<b>2417,52</b>	273,47	0,00
C102b	100	2350,54	2350,55	636,75	<b>2350,54</b>	—	<b>2350,54</b>	337,05	0,00	2350,61	352,34	0,00
C103b	100	2347,99	2353,64	776,11	2347,99	—	<b>2345,31</b>	333,24	-0,11	<b>2345,31</b>	344,82	-0,11
C104b	100	2325,78	2328,62	130,50	<b>2325,78</b>	—	2327,84	282,84	0,09	2327,84	291,70	0,09
C105b	100	2373,53	<b>2373,53</b>	549,28	2375,04	—	<b>2373,53</b>	366,69	0,00	2377,02	358,13	0,15
C106b	100	2381,14	2404,56	535,98	<b>2381,14</b>	—	2386,43	348,01	0,22	2388,50	351,71	0,31
C107b	100	2357,52	2370,01	64,50	2357,67	—	2364,21	357,80	0,28	2367,14	372,56	0,41
C108b	100	2346,38	<b>2346,38</b>	687,65	<b>2346,38</b>	—	<b>2346,38</b>	354,76	0,00	2348,26	355,55	0,08
C109b	100	2336,29	2339,89	725,84	<b>2336,29</b>	—	<b>2336,29</b>	254,29	0,00	<b>2336,29</b>	312,76	0,00
RC101b	100	2462,60	2462,60	537,90	2464,66	—	<b>2456,10</b>	367,39	-0,26	2470,27	370,36	0,31
RC102b	100	2263,45	<b>2263,45</b>	564,36	2272,68	—	2268,82	372,99	0,24	2278,51	379,04	0,67
RC103b	100	2035,62	2035,62	500,42	2041,24	—	<b>2032,49</b>	404,39	-0,15	2038,06	395,00	0,12
RC104b	100	1905,06	<b>1905,06</b>	533,06	1916,85	—	1930,85	366,44	1,35	1938,96	362,22	1,78
RC105b	100	2308,59	<b>2308,59</b>	562,33	2325,99	—	2342,47	354,51	1,47	2351,14	361,80	1,84
RC106b	100	2149,56	<b>2149,56</b>	531,52	2160,45	—	2155,09	380,04	0,26	2165,84	383,91	0,76
RC107b	100	2000,77	<b>2000,77</b>	529,29	2003,26	—	2004,40	369,62	0,18	2012,69	374,29	0,60
RC108b	100	1906,69	1910,83	50,40	1908,72	—	1906,88	334,40	0,01	1915,67	331,95	0,47
R201b	100	1953,42	2002,53	315,63	<b>1953,42</b>	—	1978,49	985,38	1,28	1988,76	990,52	1,81
R202b	100	1751,12	1790,38	426,50	<b>1751,12</b>	—	1755,05	1180,17	0,22	1766,82	1151,31	0,90
R203b	100	1535,08	1541,19	671,04	1536,60	—	<b>1515,62</b>	1133,88	-1,27	<b>1518,97</b>	1183,03	-1,05
R204b	100	1284,33	1284,33	818,69	1303,84	—	<b>1277,05</b>	887,15	-0,57	<b>1278,74</b>	910,16	-0,43
R205b	100	1560,07	1563,62	340,28	1560,07	—	<b>1541,07</b>	843,82	-1,22	<b>1558,23</b>	893,35	-0,12
R206b	100	1464,53	1464,53	642,34	1464,70	—	<b>1447,73</b>	918,28	-1,15	<b>1458,49</b>	914,29	-0,41
R207b	100	1358,69	1380,41	753,77	1358,69	—	<b>1346,57</b>	909,82	-0,89	<b>1352,18</b>	889,12	-0,48
R208b	100	1244,74	1244,74	1060,49	1256,45	—	<b>1217,12</b>	764,07	-2,22	<b>1219,07</b>	793,42	-2,06
R209b	100	1394,74	1431,37	409,48	1394,74	—	<b>1384,37</b>	794,01	-0,74	<b>1390,61</b>	791,73	-0,30
R210b	100	1516,66	1516,66	447,06	1525,28	—	<b>1491,55</b>	971,74	-1,66	<b>1505,44</b>	949,16	-0,74
R211b	100	1253,08	1255,06	645,18	1253,08	—	<b>1219,93</b>	729,91	-2,65	<b>1221,24</b>	721,36	-2,54
C201b	100	1816,14	1820,64	265,25	<b>1816,14</b>	—	1820,64	847,90	0,25	1820,64	871,09	0,25
C202b	100	1768,51	1795,40	319,17	<b>1768,51</b>	—	1776,88	793,34	0,47	1778,31	805,76	0,55
C203b	100	1733,63	<b>1733,63</b>	495,83	1734,82	—	<b>1733,63</b>	688,88	0,00	<b>1733,63</b>	720,36	0,00
C204b	100	1708,69	1708,69	805,22	1716,18	—	<b>1680,46</b>	721,21	-1,65	<b>1680,46</b>	756,03	-1,65
C205b	100	1747,68	1782,74	219,45	<b>1747,68</b>	—	1782,74	801,01	2,01	1783,42	875,23	2,04
C206b	100	1756,01	1772,87	341,49	<b>1756,01</b>	—	1767,70	729,19	0,67	1776,49	765,49	1,17
C207b	100	1729,39	1729,49	463,39	<b>1729,39</b>	—	1729,49	719,18	0,01	1729,49	751,98	0,01
C208b	100	1723,20	1724,20	412,43	<b>1723,20</b>	—	1724,20	695,25	0,06	1724,20	725,89	0,06
RC201b	100	2230,54	2343,79	484,74	<b>2230,54</b>	—	2344,51	629,14	5,11	2352,75	656,17	5,48
RC202b	100	2002,62	2091,53	517,27	2022,15	—	2072,72	740,44	3,50	2083,86	730,84	4,06
RC203b	100	1841,26	1852,74	636,29	1841,26	—	<b>1830,56</b>	796,14	-0,58	1845,28	840,60	0,22
RC204b	100	1565,31	1565,31	907,20	1575,18	—	<b>1555,75</b>	763,78	-0,61	<b>1559,99</b>	752,18	-0,34
RC205b	100	2166,62	2195,75	476,09	<b>2166,62</b>	—	2189,28	735,02	1,05	2198,36	742,99	1,46
RC206b	100	1887,23	1923,56	483,45	1893,13	—	1887,85	704,06	0,03	1899,56	707,82	0,65
RC207b	100	1743,23	1745,85	51,70	1743,23	—	<b>1717,02</b>	723,74	-1,50	<b>1731,27</b>	753,26	-0,69
RC208b	100	1488,19	1488,19	582,83	1526,78	—	<b>1484,95</b>	718,86	-0,22	1488,47	700,78	0,02
Média				547,36				579,16	0,15		588,05	0,54

<sup>1</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH

Tabela 4.43: Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota C)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		RT10		HURVFH					
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Gap	Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup> (s)	Gap <sup>1</sup>
R101c	100	2134,90	2199,78	561,04	<b>2134,90</b>	—	2201,25	334,69	3,11	2205,77	340,45	3,32
R102c	100	1913,37	1925,55	711,58	<b>1913,37</b>	—	1925,56	374,01	0,64	1935,07	390,69	1,13
R103c	100	1609,94	<b>1609,94</b>	674,31	1631,47	—	1627,53	467,23	1,09	1632,68	443,40	1,41
R104c	100	1370,84	<b>1370,84</b>	621,75	1377,81	—	1380,09	419,14	0,67	1388,63	409,44	1,30
R105c	100	1722,05	<b>1722,05</b>	620,04	1729,57	—	1729,24	399,92	0,42	1732,74	398,59	0,62
R106c	100	1602,87	<b>1602,87</b>	657,92	1607,96	—	1609,54	436,73	0,42	1614,01	435,36	0,70
R107c	100	1452,52	1456,02	648,14	<b>1452,52</b>	—	1467,79	428,89	1,05	1476,10	419,49	1,62
R108c	100	1330,28	1336,28	631,49	<b>1330,28</b>	—	1338,23	403,45	0,60	1345,40	396,02	1,14
R109c	100	1507,77	<b>1507,77</b>	651,05	1519,37	—	1514,60	422,49	0,45	1523,32	410,21	1,03
R110c	100	1446,41	<b>1446,41</b>	646,13	1457,43	—	1459,68	418,92	0,92	1470,12	413,57	1,64
R111c	100	1443,34	1447,88	654,11	1443,34	—	<b>1435,80</b>	420,08	-0,52	1454,53	414,79	0,78
R112c	100	1335,41	<b>1335,41</b>	638,08	1339,44	—	1345,96	399,27	0,79	1353,80	389,71	1,38
C101c	100	1628,31	<b>1628,31</b>	452,26	1628,94	—	1628,94	261,90	0,04	1628,94	273,37	0,04
C102c	100	1610,96	<b>1610,96</b>	524,03	<b>1610,96</b>	—	<b>1610,96</b>	333,57	0,00	<b>1610,96</b>	341,99	0,00
C103c	100	1607,14	1619,68	569,83	<b>1607,14</b>	—	<b>1607,14</b>	338,25	0,00	<b>1607,14</b>	344,71	0,00
C104c	100	1598,50	1613,96	689,09	<b>1598,50</b>	—	1599,90	321,89	0,09	1600,60	326,47	0,13
C105c	100	1628,38	<b>1628,38</b>	463,49	1628,94	—	1628,94	311,99	0,03	1628,94	322,14	0,03
C106c	100	1628,94	<b>1628,94</b>	494,57	<b>1628,94</b>	—	<b>1628,94</b>	287,61	0,00	<b>1628,94</b>	305,84	0,00
C107c	100	1628,38	<b>1628,38</b>	490,64	1628,94	—	1628,94	325,53	0,03	1628,94	332,43	0,03
C108c	100	1622,89	<b>1622,89</b>	536,95	<b>1622,89</b>	—	<b>1622,89</b>	309,94	0,00	1627,73	306,24	0,30
C109c	100	1614,99	<b>1614,99</b>	621,21	<b>1614,99</b>	—	<b>1614,99</b>	345,42	0,00	1617,82	344,30	0,18
RC101c	100	2084,48	<b>2084,48</b>	510,68	2089,37	—	<b>2084,48</b>	370,52	0,00	2094,59	366,13	0,49
RC102c	100	1895,92	<b>1895,92</b>	532,98	1906,68	—	1901,99	361,48	0,32	1906,72	372,85	0,57
RC103c	100	1660,62	<b>1660,62</b>	537,59	1666,24	—	1669,01	387,83	0,51	1672,69	388,26	0,73
RC104c	100	1537,09	<b>1537,09</b>	503,57	1540,13	—	1543,50	370,55	0,42	1557,96	368,79	1,36
RC105c	100	1953,99	1957,52	546,24	<b>1953,99</b>	—	1968,51	373,36	0,74	1979,70	363,93	1,32
RC106c	100	1776,08	<b>1776,08</b>	522,49	1787,69	—	<b>1776,08</b>	394,29	0,00	1789,92	398,73	0,78
RC107c	100	1614,04	<b>1614,04</b>	508,38	1622,90	—	1623,60	389,14	0,59	1630,78	375,74	1,04
RC108c	100	1531,69	1535,14	47,90	1531,69	—	<b>1523,96</b>	320,00	-0,50	1533,15	336,26	0,10
R201c	100	1728,42	1729,92	285,14	1728,42	—	<b>1718,79</b>	927,52	-0,56	<b>1720,34</b>	912,04	-0,47
R202c	100	1527,92	1537,35	388,01	<b>1527,92</b>	—	1528,66	1130,27	0,05	1535,03	1103,23	0,47
R203c	100	1308,70	1308,70	487,80	1311,60	—	<b>1288,60</b>	1153,93	-1,54	<b>1294,66</b>	1167,97	-1,07
R204c	100	1062,46	<b>1062,46</b>	84,60	1085,71	—	<b>1052,57</b>	962,63	-0,93	<b>1053,72</b>	924,33	-0,82
R205c	100	1311,84	<b>1311,84</b>	376,14	1335,07	—	1316,82	862,99	0,38	1321,68	852,89	0,75
R206c	100	1239,70	1251,51	506,00	1239,70	—	<b>1220,02</b>	905,26	-1,59	<b>1231,11</b>	878,12	-0,69
R207c	100	1139,61	1149,23	75,30	1139,61	—	<b>1122,12</b>	899,80	-1,53	<b>1127,64</b>	880,85	-1,05
R208c	100	1009,26	1009,26	1030,88	1022,11	—	<b>992,12</b>	839,36	-1,70	<b>996,05</b>	857,47	-1,31
R209c	100	1171,41	1178,45	356,59	1171,41	—	<b>1159,90</b>	781,42	-0,98	<b>1163,28</b>	830,66	-0,69
R210c	100	1281,08	1289,35	60,40	1281,08	—	<b>1270,97</b>	950,50	-0,79	<b>1273,20</b>	935,62	-0,62
R211c	100	1013,84	1013,84	503,53	1028,08	—	<b>994,93</b>	711,77	-1,87	<b>995,62</b>	728,72	-1,80
C201c	100	1269,41	<b>1269,41</b>	294,06	<b>1269,41</b>	—	<b>1269,41</b>	768,52	0,00	1270,53	792,29	0,09
C202c	100	1242,66	1242,66	385,70	1244,54	—	<b>1239,54</b>	723,01	-0,25	<b>1239,54</b>	756,29	-0,25
C203c	100	1193,63	<b>1193,63</b>	545,41	1203,42	—	<b>1193,63</b>	673,44	0,00	<b>1193,63</b>	698,70	0,00
C204c	100	1176,52	<b>1176,52</b>	699,99	1188,18	—	<b>1176,52</b>	710,65	0,00	<b>1176,52</b>	723,70	0,00
C205c	100	1239,60	1245,62	257,63	1239,60	—	<b>1238,30</b>	811,50	-0,10	1244,16	815,89	0,37
C206c	100	1229,23	1245,05	218,46	<b>1229,23</b>	—	1238,30	744,29	0,74	1239,27	725,98	0,82
C207c	100	1213,07	1215,42	364,41	1213,07	—	<b>1209,49</b>	691,90	-0,30	<b>1210,64</b>	717,80	-0,20
C208c	100	1204,20	<b>1204,20</b>	511,73	1205,18	—	<b>1204,20</b>	607,68	0,00	<b>1204,20</b>	671,51	0,00
RC201c	100	1915,42	2004,53	482,50	<b>1915,42</b>	—	2007,67	668,32	4,82	2017,82	673,22	5,27
RC202c	100	1677,62	1766,52	447,38	<b>1677,62</b>	—	1748,42	781,61	4,22	1760,83	770,04	4,86
RC203c	100	1504,35	1517,98	533,34	<b>1504,35</b>	—	1513,56	881,52	0,61	1524,23	885,99	1,32
RC204c	100	1238,66	1238,66	921,41	1241,45	—	<b>1220,75</b>	753,13	-1,45	<b>1225,10</b>	770,17	-1,09
RC205c	100	1822,07	1854,22	430,21	<b>1822,07</b>	—	1848,01	763,87	1,42	1867,58	770,27	2,37
RC206c	100	1586,61	1590,22	51,50	1586,61	—	<b>1558,08</b>	733,19	-1,80	<b>1572,61</b>	749,70	-0,88
RC207c	100	1396,16	1396,16	423,11	1406,26	—	<b>1385,04</b>	756,56	-0,80	<b>1393,01</b>	778,98	-0,23
RC208c	100	1145,84	<b>1145,84</b>	483,81	1175,23	—	1146,24	742,14	0,03	1151,79	737,36	0,52
Média				490,58				583,30	0,14		586,42	0,51

<sup>1</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH

Tabela 4.44: Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota A)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		BPDRT09		HURVFH					
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Gap	Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup> (s)	Gap <sup>1</sup>
R101a	100	4342,72	4349,80	194,11	<b>4342,72</b>	3,36	4345,71	216,86	0,07	4362,17	215,04	0,45
R102a	100	4182,47	4196,46	252,59	4189,21	4,17	4218,09	240,21	0,85	4228,80	223,83	1,11
R103a	100	4051,62	4052,85	279,28	<b>4051,62</b>	3,81	4054,38	216,33	0,07	4070,59	214,86	0,47
R104a	100	3972,65	3973,48	384,38	3972,65	4,01	<b>3955,81</b>	173,23	-0,42	<b>3962,83</b>	180,22	-0,25
R105a	100	4152,50	4161,72	228,27	<b>4152,50</b>	3,64	4163,80	229,07	0,27	4176,56	224,39	0,58
R106a	100	4085,07	4095,20	281,88	4085,30	3,70	<b>4078,69</b>	204,63	-0,16	4102,41	215,27	0,42
R107a	100	3996,74	4006,61	308,63	<b>3996,74</b>	3,94	4003,48	197,76	0,17	4014,58	204,03	0,45
R108a	100	3949,50	3961,38	416,03	3949,50	3,78	<b>3945,88</b>	178,00	-0,09	3949,86	177,00	0,01
R109a	100	4035,89	4048,29	281,28	<b>4035,89</b>	3,84	4048,01	203,11	0,30	4061,80	210,80	0,64
R110a	100	3991,63	3997,88	322,82	3991,63	3,81	<b>3983,20</b>	191,89	-0,21	4000,45	191,85	0,22
R111a	100	4008,88	4011,63	316,33	4009,61	3,89	<b>3995,97</b>	194,44	-0,32	4009,90	203,17	0,03
R112a	100	3954,19	3962,73	395,40	3954,19	3,87	<b>3927,20</b>	178,05	-0,68	<b>3941,79</b>	169,94	-0,31
C101a	100	7097,13	7098,04	220,22	7097,93	3,09	<b>7093,88</b>	223,18	-0,05	<b>7094,18</b>	235,41	-0,04
C102a	100	7085,47	7086,11	308,50	7085,47	3,66	<b>7080,17</b>	178,36	-0,07	<b>7080,17</b>	188,03	-0,07
C103a	100	7080,35	7080,35	406,47	7080,41	3,67	<b>7079,21</b>	160,71	-0,02	<b>7079,21</b>	169,59	-0,02
C104a	100	7075,06	7076,90	586,88	<b>7075,06</b>	3,45	<b>7075,06</b>	126,08	0,00	<b>7075,06</b>	137,37	0,00
C105a	100	7095,13	7096,19	248,87	7096,22	3,15	<b>7093,45</b>	202,46	-0,02	<b>7093,77</b>	207,12	-0,02
C106a	100	7086,91	7086,91	270,98	7088,35	3,63	<b>7083,87</b>	175,17	-0,04	<b>7084,07</b>	185,35	-0,04
C107a	100	7084,92	7084,92	326,38	7090,91	3,17	<b>7084,61</b>	182,39	0,00	<b>7084,61</b>	195,34	0,00
C108a	100	7081,18	7082,49	345,11	7081,18	3,72	<b>7079,66</b>	161,97	-0,02	<b>7079,66</b>	166,25	-0,02
C109a	100	7077,68	7078,13	464,60	7077,68	3,94	<b>7077,30</b>	147,68	-0,01	<b>7077,30</b>	150,94	-0,01
RC101a	100	5168,23	5180,74	180,31	<b>5168,23</b>	2,99	5182,02	204,12	0,27	5227,82	207,75	1,15
RC102a	100	5025,22	5029,59	194,63	<b>5025,22</b>	3,59	5037,47	213,72	0,24	5054,04	210,20	0,57
RC103a	100	4888,53	4895,57	191,99	4888,53	3,56	<b>4858,33</b>	207,10	-0,62	<b>4882,21</b>	213,22	-0,13
RC104a	100	4747,38	4760,56	211,76	4747,38	3,49	<b>4736,17</b>	171,09	-0,24	4756,90	178,13	0,20
RC105a	100	5060,37	<b>5060,37</b>	182,90	5068,54	3,17	5082,75	213,66	0,44	5097,90	214,43	0,74
RC106a	100	4972,11	4997,86	206,34	4972,11	3,41	<b>4955,73</b>	212,93	-0,33	4975,12	209,32	0,06
RC107a	100	4861,04	4865,76	175,71	4861,04	3,53	<b>4830,60</b>	187,57	-0,63	4864,16	191,65	0,06
RC108a	100	4753,12	4765,37	212,41	4753,12	3,45	<b>4741,35</b>	179,51	-0,25	<b>4744,00</b>	171,97	-0,19
R201a	100	3484,95	<b>3484,95</b>	105,84	3530,24	3,32	3488,37	88,75	0,10	3543,56	90,25	1,68
R202a	100	3335,61	3335,74	139,37	3335,61	3,16	<b>3327,54</b>	121,71	-0,24	3347,20	123,51	0,35
R203a	100	3162,84	3173,95	180,17	3164,03	2,32	<b>3142,81</b>	104,43	-0,63	3174,73	101,26	0,38
R204a	100	3029,83	3065,15	288,27	3029,83	2,79	<b>3021,60</b>	77,90	-0,27	3035,83	76,06	0,20
R205a	100	3252,43	3277,69	118,94	3261,19	4,12	<b>3238,46</b>	102,38	-0,43	3286,72	108,05	1,05
R206a	100	3165,85	3173,30	194,88	3165,85	3,01	<b>3151,20</b>	104,01	-0,46	3195,48	98,75	0,94
R207a	100	3100,64	3136,47	237,33	3102,79	2,30	<b>3082,60</b>	84,71	-0,58	3106,06	86,98	0,17
R208a	100	3009,13	3050,00	328,48	3009,13	2,56	<b>2999,11</b>	68,04	-0,33	3012,91	68,24	0,13
R209a	100	3141,17	3155,73	154,47	3155,60	3,03	<b>3133,34</b>	87,47	-0,25	3173,67	89,73	1,03
R210a	100	3206,09	3219,23	169,97	3206,09	2,40	<b>3198,09</b>	105,90	-0,25	3230,90	100,66	0,77
R211a	100	3026,02	3055,04	219,44	3026,02	3,31	3035,10	81,41	0,30	3057,18	77,62	1,03
C201a	100	5695,02	5701,45	85,10	5700,87	2,61	5698,95	13,06	0,07	5709,38	13,77	0,25
C202a	100	5687,07	5689,70	97,82	5689,70	2,70	<b>5685,24</b>	33,60	-0,03	<b>5686,80</b>	36,34	0,00
C203a	100	5681,55	5685,82	132,82	<b>5681,55</b>	2,47	5681,78	50,77	0,00	5685,09	52,29	0,06
C204a	100	5677,66	5690,30	253,04	5677,69	2,18	<b>5677,66</b>	52,37	0,00	5679,54	58,81	0,03
C205a	100	5691,70	5691,70	87,42	5691,70	2,63	<b>5691,36</b>	29,43	-0,01	5693,88	30,81	0,04
C206a	100	5691,70	5691,70	85,86	5691,70	2,32	<b>5690,17</b>	45,51	-0,03	5692,94	46,17	0,02
C207a	100	5689,82	5689,82	103,78	5692,36	2,21	<b>5687,35</b>	44,02	-0,04	5691,98	47,01	0,04
C208a	100	5686,50	<b>5686,50</b>	120,80	5689,59	2,93	<b>5686,50</b>	54,24	0,00	5690,20	60,24	0,07
RC201a	100	4398,21	4407,68	328,66	4404,07	3,41	<b>4390,68</b>	439,48	-0,17	4405,57	439,72	0,17
RC202a	100	4266,96	4277,67	344,08	4266,96	3,30	<b>4255,91</b>	387,26	-0,26	<b>4264,83</b>	385,64	-0,05
RC203a	100	4185,70	4204,85	317,52	4189,94	3,24	<b>4180,77</b>	337,63	-0,12	4188,46	332,42	0,07
RC204a	100	4098,34	4109,86	257,21	4098,34	3,22	<b>4095,41</b>	262,12	-0,07	4100,19	268,71	0,05
RC205a	100	4304,52	4329,96	305,73	4304,52	3,41	<b>4300,22</b>	397,15	-0,10	4311,11	397,10	0,15
RC206a	100	4272,08	4272,08	298,96	4272,82	3,68	<b>4268,72</b>	372,57	-0,08	4283,84	373,79	0,28
RC207a	100	4213,66	4232,81	281,88	4219,52	3,19	<b>4185,98</b>	336,86	-0,66	<b>4201,53</b>	327,50	-0,29
RC208a	100	4082,58	4095,71	235,06	4093,83	3,00	<b>4077,74</b>	243,16	-0,12	4083,94	242,26	0,03
Média				247,64		3,27		173,16	-0,11		174,93	0,26

<sup>1</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH

Tabela 4.45: Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota B)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		HURVFH			Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup> (s)	Gap <sup>1</sup>
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Gap			
R101b	100	2226,94	<b>2226,94</b>	180,82	2236,07	242,79	0,41	2240,22	228,96	0,60
R102b	100	2071,90	<b>2071,90</b>	211,76	2076,60	244,41	0,23	2081,49	241,23	0,46
R103b	100	1857,22	<b>1857,22</b>	223,51	1871,69	241,72	0,78	1877,28	241,19	1,08
R104b	100	1707,31	1707,31	239,07	<b>1697,23</b>	221,77	-0,59	1708,23	212,95	0,05
R105b	100	1995,07	<b>1995,07</b>	181,83	2014,06	241,66	0,95	2019,58	224,49	1,23
R106b	100	1903,95	1903,95	226,48	<b>1900,12</b>	222,19	-0,20	1909,14	233,93	0,27
R107b	100	1766,18	<b>1766,18</b>	198,66	1773,41	246,41	0,41	1788,74	231,69	1,28
R108b	100	1666,89	<b>1666,89</b>	233,19	1673,73	190,85	0,41	1684,29	203,63	1,04
R109b	100	1833,54	1833,54	214,86	<b>1831,04</b>	218,39	-0,14	1842,77	222,84	0,50
R110b	100	1781,15	1781,15	221,16	<b>1778,44</b>	228,01	-0,15	1795,71	214,22	0,82
R111b	100	1768,74	1768,74	215,01	<b>1767,81</b>	231,71	-0,05	1777,78	227,93	0,51
R112b	100	1675,76	<b>1675,76</b>	216,08	1677,00	186,14	0,07	1690,29	207,02	0,87
C101b	100	2340,98	<b>2340,98</b>	168,97	2344,60	198,12	0,15	2350,34	196,67	0,40
C102b	100	2326,53	2326,53	288,35	<b>2325,70</b>	201,86	-0,04	<b>2325,70</b>	205,48	-0,04
C103b	100	2325,61	2325,61	389,17	<b>2324,60</b>	185,00	-0,04	<b>2324,60</b>	194,69	-0,04
C104b	100	2318,04	2318,04	466,85	<b>2318,04</b>	146,99	0,00	<b>2318,04</b>	157,85	0,00
C105b	100	2344,64	2344,64	200,81	<b>2340,15</b>	183,53	-0,19	<b>2342,40</b>	191,18	-0,10
C106b	100	2345,85	2345,85	238,67	<b>2340,15</b>	180,01	-0,24	<b>2343,72</b>	188,82	-0,09
C107b	100	2345,60	2345,60	288,92	<b>2340,15</b>	179,54	-0,23	<b>2341,06</b>	190,37	-0,19
C108b	100	2340,17	2340,17	290,94	<b>2338,58</b>	206,00	-0,07	<b>2338,68</b>	217,64	-0,06
C109b	100	2328,55	2328,55	434,38	<b>2328,55</b>	217,49	0,00	2328,60	217,49	0,00
RC101b	100	2417,16	<b>2417,16</b>	157,47	2421,17	203,80	0,17	2431,37	215,82	0,59
RC102b	100	2234,47	2234,47	164,17	<b>2224,33</b>	226,37	-0,45	2238,34	223,19	0,17
RC103b	100	2025,74	2025,74	149,49	<b>2016,28</b>	235,68	-0,47	2035,81	230,38	0,50
RC104b	100	1912,65	<b>1912,65</b>	162,91	1921,85	204,52	0,48	1932,84	211,84	1,06
RC105b	100	2296,16	<b>2296,16</b>	168,6	2308,29	212,11	0,53	2317,43	213,40	0,93
RC106b	100	2157,84	2157,84	166,05	<b>2143,13</b>	213,74	-0,68	2160,12	218,95	0,11
RC107b	100	2008,02	2008,02	159,43	<b>2005,36</b>	221,99	-0,13	2019,88	212,15	0,59
RC108b	100	1920,91	1920,91	159,99	<b>1907,66</b>	200,58	-0,69	<b>1915,88</b>	186,82	-0,26
R201b	100	1687,44	1687,44	117,51	<b>1646,78</b>	419,90	-2,41	<b>1659,41</b>	446,32	-1,66
R202b	100	1527,74	1527,74	150,69	<b>1511,85</b>	452,24	-1,04	<b>1515,67</b>	464,96	-0,79
R203b	100	1379,15	1379,15	212,3	<b>1341,09</b>	482,20	-2,76	<b>1342,54</b>	472,08	-2,65
R204b	100	1243,56	1243,56	261,54	<b>1218,14</b>	448,14	-2,04	<b>1220,46</b>	434,70	-1,86
R205b	100	1471,97	1471,97	128,24	<b>1418,97</b>	410,45	-3,60	<b>1427,57</b>	437,72	-3,02
R206b	100	1400,84	1400,84	189,34	<b>1354,39</b>	491,63	-3,32	<b>1356,77</b>	452,64	-3,15
R207b	100	1333,53	1333,53	205,44	<b>1277,58</b>	442,22	-4,20	<b>1282,81</b>	443,62	-3,80
R208b	100	1225,37	1225,37	283,79	<b>1197,24</b>	389,56	-2,30	<b>1199,88</b>	404,27	-2,08
R209b	100	1370,30	1370,30	154,04	<b>1322,85</b>	423,42	-3,46	<b>1330,54</b>	442,24	-2,90
R210b	100	1418,54	1418,54	155,06	<b>1377,11</b>	484,17	-2,92	<b>1383,42</b>	466,34	-2,48
R211b	100	1263,72	1263,72	198,16	<b>1219,93</b>	412,51	-3,47	<b>1220,86</b>	416,24	-3,39
C201b	100	1700,87	1700,87	121,17	<b>1695,02</b>	462,60	-0,34	<b>1695,02</b>	477,08	-0,34
C202b	100	1687,84	1687,84	136,7	<b>1685,24</b>	371,93	-0,15	<b>1685,24</b>	400,46	-0,15
C203b	100	1696,25	1696,25	173,15	<b>1681,55</b>	365,08	-0,87	<b>1682,06</b>	383,24	-0,84
C204b	100	1705,94	1705,94	254,33	<b>1677,66</b>	397,45	-1,66	<b>1677,66</b>	409,02	-1,66
C205b	100	1711,00	1711,00	100,01	<b>1691,36</b>	406,70	-1,15	<b>1691,36</b>	421,80	-1,15
C206b	100	1691,70	1691,70	137,04	<b>1689,32</b>	359,74	-0,14	<b>1689,32</b>	379,20	-0,14
C207b	100	1704,88	1704,88	160,85	<b>1687,35</b>	354,25	-1,03	<b>1687,35</b>	382,02	-1,03
C208b	100	1689,59	1689,59	161,38	<b>1686,50</b>	363,51	-0,18	<b>1686,50</b>	378,81	-0,18
RC201b	100	1965,31	1965,31	194,94	<b>1947,18</b>	375,01	-0,92	<b>1954,88</b>	343,45	-0,53
RC202b	100	1771,87	<b>1771,87</b>	217,64	1772,96	371,67	0,06	1788,63	373,67	0,95
RC203b	100	1619,55	<b>1619,55</b>	176,06	1626,04	395,40	0,40	1632,08	406,51	0,77
RC204b	100	1501,10	1501,10	275,83	<b>1490,76</b>	384,81	-0,69	<b>1492,97</b>	395,15	-0,54
RC205b	100	1853,58	1853,58	211,77	<b>1834,05</b>	387,45	-1,05	<b>1838,19</b>	378,11	-0,83
RC206b	100	1761,49	1761,49	185,18	<b>1731,38</b>	408,95	-1,71	<b>1744,38</b>	411,33	-0,97
RC207b	100	1666,03	1666,03	201,16	<b>1648,53</b>	408,82	-1,05	<b>1663,26</b>	421,31	-0,17
RC208b	100	1494,11	1494,11	197,34	<b>1484,95</b>	390,04	-0,61	<b>1488,95</b>	406,74	-0,35
Média				206,75		307,02	-0,76		310,93	-0,40

<sup>1</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH

Tabela 4.46: Resultados do HURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota C)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		BPDR09		HURVFH					
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Gap	Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup> (s)	Gap <sup>1</sup>
R101c	100	1951,20	<b>1951,20</b>	190,72	1951,89	3,58	1955,37	204,46	0,21	1958,24	220,32	0,36
R102c	100	1770,40	<b>1770,40</b>	210,73	1778,29	3,49	1787,94	240,60	0,99	1792,79	236,14	1,26
R103c	100	1555,26	1558,17	206,26	<b>1555,26</b>	3,45	<b>1555,26</b>	251,18	0,00	1559,66	256,21	0,28
R104c	100	1361,46	1367,82	197,31	1372,08	3,44	1362,24	206,54	0,06	1378,48	226,22	1,25
R105c	100	1696,67	<b>1696,67</b>	183,83	1698,26	3,59	1698,26	241,75	0,09	1707,89	228,46	0,66
R106c	100	1589,25	<b>1589,25</b>	205,85	1590,11	3,49	1593,63	246,16	0,28	1602,52	250,32	0,83
R107c	100	1435,21	<b>1435,21</b>	197,89	1439,81	3,59	1447,80	241,60	0,88	1460,12	243,03	1,74
R108c	100	1334,68	1334,75	198,3	1334,68	3,30	<b>1330,88</b>	226,79	-0,28	1345,88	223,35	0,84
R109c	100	1507,10	1515,22	198,82	1514,13	3,63	1515,72	241,38	0,57	1527,30	236,83	1,34
R110c	100	1457,42	<b>1457,42</b>	196,51	1461,85	3,62	1461,17	239,50	0,26	1471,39	227,94	0,96
R111c	100	1435,93	1439,43	177,65	1439,14	3,63	1445,60	236,92	0,67	1453,07	245,72	1,19
R112c	100	1337,68	1358,17	207,96	1343,26	3,51	1350,55	229,26	0,96	1356,32	218,27	1,39
C101c	100	1628,94	<b>1628,94</b>	150,45	<b>1628,94</b>	3,01	<b>1628,94</b>	150,69	0,00	<b>1628,94</b>	158,24	0,00
C102c	100	1597,66	<b>1597,66</b>	203,79	<b>1597,66</b>	2,95	<b>1597,66</b>	178,89	0,00	1600,27	182,14	0,16
C103c	100	1596,56	<b>1596,56</b>	267,02	<b>1596,56</b>	3,06	<b>1596,56</b>	169,79	0,00	1599,34	181,09	0,17
C104c	100	1590,86	1594,06	332,36	1590,86	3,09	<b>1590,76</b>	165,41	-0,01	1591,46	175,41	0,04
C105c	100	1628,94	<b>1628,94</b>	149,89	<b>1628,94</b>	2,97	<b>1628,94</b>	151,64	0,00	<b>1628,94</b>	159,96	0,00
C106c	100	1628,94	<b>1628,94</b>	177,64	<b>1628,94</b>	3,01	<b>1628,94</b>	155,64	0,00	<b>1628,94</b>	160,67	0,00
C107c	100	1628,94	<b>1628,94</b>	176,55	<b>1628,94</b>	2,96	<b>1628,94</b>	151,91	0,00	<b>1628,94</b>	162,28	0,00
C108c	100	1622,75	<b>1622,75</b>	195,84	<b>1622,75</b>	3,13	<b>1622,75</b>	163,59	0,00	1628,32	167,02	0,34
C109c	100	1614,99	<b>1614,99</b>	308,09	<b>1614,99</b>	3,28	<b>1614,99</b>	186,56	0,00	1618,24	190,73	0,20
RC101c	100	2048,44	<b>2048,44</b>	149,11	2053,55	3,56	2051,20	218,42	0,13	2058,66	214,90	0,50
RC102c	100	1860,48	1860,48	165,32	1872,49	3,56	<b>1859,02</b>	216,30	-0,08	1873,25	223,10	0,69
RC103c	100	1660,81	1660,81	168,1	1663,08	3,27	<b>1658,85</b>	213,08	-0,12	1667,72	236,45	0,42
RC104c	100	1536,24	<b>1536,24</b>	146,77	1540,61	3,35	1547,01	212,14	0,70	1558,23	212,30	1,43
RC105c	100	1913,09	<b>1913,09</b>	169,6	1929,89	3,78	1929,37	224,40	0,85	1942,78	212,82	1,55
RC106c	100	1761,63	1772,05	140,79	1776,52	3,34	1781,88	219,28	1,15	1788,81	229,37	1,54
RC107c	100	1615,74	<b>1615,74</b>	150,98	1633,29	3,39	1623,29	210,99	0,47	1634,57	212,92	1,17
RC108c	100	1527,35	<b>1527,35</b>	147,15	1527,87	3,32	1530,84	190,70	0,23	1546,72	190,26	1,27
R201c	100	1439,76	1441,46	121,2	1466,13	3,29	<b>1425,91</b>	436,44	-0,96	<b>1434,02</b>	433,99	-0,40
R202c	100	1288,70	1298,10	151,53	1296,78	3,26	<b>1286,26</b>	442,88	-0,19	1290,33	459,06	0,13
R203c	100	1127,28	1145,38	189,05	1127,28	3,45	<b>1116,09</b>	437,54	-0,99	<b>1117,60</b>	452,68	-0,86
R204c	100	1000,89	1019,77	254,48	1000,89	3,87	<b>993,14</b>	428,55	-0,77	<b>994,92</b>	436,60	-0,60
R205c	100	1222,03	1222,03	143,28	1240,74	3,06	<b>1203,69</b>	419,68	-1,50	<b>1209,40</b>	429,05	-1,03
R206c	100	1138,26	1138,26	178,29	1141,13	2,75	<b>1126,33</b>	467,56	-1,05	<b>1130,12</b>	443,61	-0,71
R207c	100	1067,97	1086,42	203,68	1067,97	2,84	<b>1055,90</b>	457,86	-1,13	<b>1057,95</b>	429,00	-0,94
R208c	100	976,11	976,11	240,79	979,50	3,21	<b>970,66</b>	431,05	-0,56	<b>972,56</b>	433,54	-0,36
R209c	100	1123,19	1140,96	151,98	1140,38	3,41	<b>1097,52</b>	397,30	-2,29	<b>1102,72</b>	421,65	-1,82
R210c	100	1161,87	1161,87	158,2	1170,29	2,78	<b>1152,99</b>	479,87	-0,76	<b>1158,87</b>	463,34	-0,26
R211c	100	1008,54	1015,84	170,52	1008,54	3,28	<b>995,57</b>	421,49	-1,29	<b>998,30</b>	421,80	-1,01
C201c	100	1194,33	<b>1194,33</b>	136,25	<b>1194,33</b>	4,10	<b>1194,33</b>	439,67	0,00	<b>1194,33</b>	460,95	0,00
C202c	100	1185,24	1189,35	131,78	<b>1185,24</b>	3,10	<b>1185,24</b>	387,12	0,00	<b>1185,24</b>	404,91	0,00
C203c	100	1176,25	<b>1176,25</b>	181,91	<b>1176,25</b>	3,33	<b>1176,25</b>	368,36	0,00	1176,41	390,25	0,01
C204c	100	1176,55	1176,55	287,46	1176,55	3,51	<b>1175,37</b>	383,24	-0,10	<b>1175,37</b>	408,32	-0,10
C205c	100	1190,36	<b>1190,36</b>	115,88	<b>1190,36</b>	3,48	<b>1190,36</b>	396,97	0,00	<b>1190,36</b>	419,07	0,00
C206c	100	1188,62	<b>1188,62</b>	151,65	<b>1188,62</b>	3,52	<b>1188,62</b>	348,93	0,00	<b>1188,62</b>	377,61	0,00
C207c	100	1184,88	<b>1184,88</b>	138,25	1187,71	2,80	<b>1184,88</b>	361,17	0,00	1185,13	385,78	0,02
C208c	100	1186,50	1187,86	156,58	<b>1186,50</b>	2,69	<b>1186,50</b>	347,23	0,00	<b>1186,50</b>	367,80	0,00
RC201c	100	1630,53	1632,41	156,09	1630,53	3,42	<b>1626,20</b>	314,45	-0,27	<b>1629,75</b>	337,64	-0,05
RC202c	100	1459,84	1459,84	204,61	1461,44	3,23	<b>1453,18</b>	391,01	-0,46	<b>1456,35</b>	382,79	-0,24
RC203c	100	1292,92	1295,07	209,55	<b>1292,92</b>	2,96	1293,73	421,54	0,06	1301,57	409,17	0,67
RC204c	100	1162,91	1171,26	247,25	1162,91	2,98	<b>1160,76</b>	396,92	-0,18	<b>1162,21</b>	418,25	-0,06
RC205c	100	1525,28	1525,28	228,08	1532,67	3,00	<b>1515,32</b>	388,26	-0,65	<b>1520,28</b>	379,92	-0,33
RC206c	100	1420,89	1425,15	188,29	1420,89	3,98	<b>1400,44</b>	445,54	-1,44	<b>1417,28</b>	421,47	-0,25
RC207c	100	1328,29	1332,40	151,66	1328,29	4,11	<b>1322,83</b>	443,94	-0,41	1331,92	426,06	0,27
RC208c	100	1152,92	1155,02	130,59	1152,92	3,27	<b>1141,90</b>	427,90	-0,96	<b>1152,41</b>	420,56	-0,04
Média								304,79	-0,14		309,24	0,24

<sup>1</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH

### 4.2.10 Resultados do HURVFH para o PRVFHBMJT

O comportamento do HURVFH para o PRVFHBMJT foi verificado por meio das instâncias apresentadas em [Belmecheri *et al.*, 2013]. Os autores adaptaram as instâncias de [Solomon, 1987] (vide Seção 4.2.9). Para cada problema-teste o número de clientes *linehaul* e *backhaul* foram selecionados da seguinte forma. Os 80% primeiros clientes foram considerados *linehaul* e os 20% restantes como *backhaul*. As características dos veículos são idênticas para todos os problemas e apresentados na Tabela 4.47.

As Tabelas 4.48, 4.49 e 4.50 apresentam os resultados obtidos para os subconjuntos C, RC e R, respectivamente. O HURVFH conseguiu obter resultados bem expressivos, em relação a qualidade das melhores soluções encontradas, quando comparado aos algoritmos ACO (Colônia de Formigas) e PSO (Enxame de Partículas) do trabalhos de [Belmecheri *et al.*, 2013]. O desvio médio em relação as melhores soluções foi de -16,84% nas instâncias do tipo R, chegando a -29,36% nas instâncias do tipo C. Este valor elevado de melhora das soluções, não é surpreendente, pois os dois algoritmos desenvolvidos por [Belmecheri *et al.*, 2013] chegam a ter até 16,37% de desvio entre eles.

Tabela 4.47: Características das Instâncias do PRVFHBMJT

Tipo do Veículo	Quantidade ( $m$ )	Custo Fixo ( $f$ )	Capacidade ( $Q$ )
a	5	2,0	600
b	5	1,8	400
c	8	1,6	200
d	6	1,5	100
e	6	1,0	50

Tabela 4.48: Resultados do HURVFH para o PRVFHMBJT (instâncias C)

Inst.	n	BKS	ACO		PSO		HURVFH				
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Gap	Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup>
			Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(s)	(%)		(s) (%)
C101	100	2560,02	2892,29	–	<b>2560,02</b>	–	<b>1386,17</b>	180,53	-45,85	<b>1396,99</b>	196,47 -45,43
C102	100	2615,32	2890,61	–	<b>2615,32</b>	–	<b>1374,44</b>	178,54	-47,45	<b>1387,06</b>	190,30 -46,96
C103	100	2405,30	2502,23	–	<b>2405,30</b>	–	<b>1371,82</b>	166,47	-42,97	<b>1383,26</b>	170,17 -42,49
C104	100	2204,23	<b>2204,23</b>	–	2333,95	–	<b>1354,61</b>	174,89	-38,54	<b>1367,80</b>	179,04 -37,95
C105	100	2055,90	2141,82	–	<b>2055,90</b>	–	<b>1375,11</b>	194,69	-33,11	<b>1388,28</b>	195,25 -32,47
C106	100	2298,40	<b>2298,40</b>	–	2366,05	–	<b>1373,27</b>	210,65	-40,25	<b>1389,09</b>	213,66 -39,56
C107	100	1992,83	2035,59	–	<b>1992,83</b>	–	<b>1368,92</b>	190,24	-31,31	<b>1384,19</b>	197,16 -30,54
C108	100	1938,54	1963,67	–	<b>1938,54</b>	–	<b>1374,85</b>	185,42	-29,08	<b>1390,54</b>	184,59 -28,27
C109	100	2048,73	<b>2048,73</b>	–	2234,79	–	<b>1370,63</b>	130,34	-33,10	<b>1385,24</b>	144,13 -32,39
C201	100	1298,17	<b>1298,17</b>	–	1420,62	–	<b>1172,71</b>	224,43	-9,66	<b>1174,74</b>	230,49 -9,51
C202	100	1438,40	<b>1438,40</b>	–	1590,20	–	<b>1172,71</b>	226,86	-18,47	<b>1173,72</b>	246,75 -18,40
C203	100	1564,12	<b>1564,12</b>	–	1823,84	–	<b>1167,12</b>	269,61	-25,38	<b>1169,15</b>	270,53 -25,25
C204	100	1727,46	<b>1727,46</b>	–	1856,26	–	<b>1162,24</b>	297,92	-32,72	<b>1162,24</b>	314,83 -32,72
C205	100	1354,02	<b>1354,02</b>	–	1504,98	–	<b>1167,88</b>	238,25	-13,75	<b>1170,25</b>	243,13 -13,57
C206	100	1444,86	<b>1444,86</b>	–	1528,31	–	<b>1167,12</b>	225,51	-19,22	<b>1168,13</b>	237,54 -19,15
C207	100	1376,64	<b>1376,64</b>	–	1391,91	–	<b>1166,22</b>	212,60	-15,29	<b>1166,70</b>	225,91 -15,25
C208	100	1515,57	<b>1515,57</b>	–	1626,96	–	<b>1166,78</b>	204,87	-23,01	<b>1168,13</b>	215,78 -22,92
Média								206,58	-29,36		215,04 -28,99

<sup>1</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH

Tabela 4.49: Resultados do HURVFH para o PRVFHMBJT (instâncias RC)

Inst.	n	BKS	ACO		PSO		HURVFH				
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Gap	Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup>
			Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(s)			(s) (%)
RC101	100	2957,49	3348,18	–	<b>2957,49</b>	–	<b>2454,41</b>	210,60	-17,01	<b>2503,49</b>	208,59 -15,35
RC102	100	2464,51	2867,89	–	<b>2464,51</b>	–	<b>2183,39</b>	203,88	-11,41	<b>2205,24</b>	209,77 -10,52
RC103	100	2426,88	2432,26	–	<b>2426,88</b>	–	<b>1993,16</b>	210,37	-17,87	<b>2044,31</b>	215,12 -15,76
RC104	100	2244,58	2400,72	–	<b>2244,58</b>	–	<b>1734,66</b>	181,67	-22,72	<b>1802,44</b>	194,46 -19,70
RC105	100	2711,05	3005,21	–	<b>2711,05</b>	–	<b>2283,16</b>	211,54	-15,78	<b>2343,84</b>	212,24 -13,55
RC106	100	2495,57	2706,68	–	<b>2495,57</b>	–	<b>2092,07</b>	208,61	-16,17	<b>2125,92</b>	216,59 -14,81
RC107	100	2414,86	<b>2414,86</b>	–	2420,42	–	<b>1883,83</b>	223,73	-21,99	<b>1921,27</b>	210,74 -20,44
RC108	100	2381,45	2444,32	–	<b>2381,45</b>	–	<b>1719,16</b>	182,80	-27,81	<b>1781,80</b>	170,57 -25,18
RC201	100	2401,11	2484,64	–	<b>2401,11</b>	–	<b>2034,48</b>	276,15	-15,27	<b>2088,60</b>	284,23 -13,02
RC202	100	2190,48	<b>2190,48</b>	–	2251,39	–	<b>1828,57</b>	292,44	-16,52	<b>1847,51</b>	288,41 -15,66
RC203	100	1931,69	<b>1931,69</b>	–	2022,90	–	<b>1614,61</b>	317,73	-16,41	<b>1651,42</b>	306,60 -14,51
RC204	100	1750,12	<b>1750,12</b>	–	1827,48	–	<b>1428,15</b>	351,59	-18,40	<b>1450,91</b>	316,35 -17,10
RC205	100	2226,16	<b>2226,16</b>	–	2274,91	–	<b>1876,70</b>	319,76	-15,70	<b>1932,34</b>	293,11 -13,20
RC206	100	2123,08	2196,88	–	<b>2123,08</b>	–	<b>1795,15</b>	322,00	-15,45	<b>1836,94</b>	315,90 -13,48
RC207	100	2054,41	<b>2054,41</b>	–	2084,50	–	<b>1643,70</b>	304,95	-19,99	<b>1666,56</b>	284,28 -18,88
RC208	100	1836,63	2012,44	–	<b>1836,63</b>	–	<b>1425,26</b>	292,24	-22,40	<b>1437,74</b>	280,98 -21,72
Média								256,88	-18,18		250,50 -16,43

<sup>1</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH

Tabela 4.50: Resultados do HURVFH para o PRVFHMBJT (instâncias R)

			ACO		PSO		HURVFH					
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Gap	Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup>	Gap <sup>1</sup>
Inst.	n	BKS	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(s)			(s)	
R101	100	2632,13	2854,82	–	<b>2632,13</b>	–	<u>2317,54</u>	242,34	-11,95	<u>2365,31</u>	240,77	-10,14
R102	100	2375,41	2671,04	–	<b>2375,41</b>	–	<u>2069,51</u>	252,47	-12,88	<u>2113,61</u>	253,35	-11,02
R103	100	2006,80	2124,03	–	<b>2006,80</b>	–	<u>1747,54</u>	220,75	-12,92	<u>1787,13</u>	224,33	-10,95
R104	100	1853,21	1863,78	–	<b>1853,21</b>	–	<u>1491,82</u>	206,46	-19,50	<u>1516,97</u>	209,11	-18,14
R105	100	2253,42	2379,08	–	<b>2253,42</b>	–	<u>1985,07</u>	231,32	-11,91	<u>2017,00</u>	237,90	-10,49
R106	100	2031,19	2063,28	–	<b>2031,19</b>	–	<u>1746,37</u>	269,21	-14,02	<u>1834,54</u>	264,80	-9,68
R107	100	1905,43	<b>1905,43</b>	–	1928,90	–	<u>1626,65</u>	248,95	-14,63	<u>1641,13</u>	245,17	-13,87
R108	100	1877,52	1918,02	–	<b>1877,52</b>	–	<u>1445,99</u>	206,92	-22,98	<u>1481,59</u>	197,91	-21,09
R109	100	2001,56	2133,42	–	<b>2001,56</b>	–	<u>1693,40</u>	246,22	-15,40	<u>1717,42</u>	257,42	-14,20
R110	100	1979,53	<b>1979,53</b>	–	1983,98	–	<u>1627,36</u>	245,51	-17,79	<u>1665,00</u>	255,40	-15,89
R111	100	1889,19	<b>1889,19</b>	–	1896,70	–	<u>1598,97</u>	237,46	-15,36	<u>1623,91</u>	241,08	-14,04
R112	100	1895,77	1936,93	–	<b>1895,77</b>	–	<u>1476,17</u>	234,20	-22,13	<u>1502,98</u>	222,24	-20,72
R201	100	1990,47	2012,12	–	<b>1990,47</b>	–	<u>1708,55</u>	332,38	-14,16	<u>1734,54</u>	329,30	-12,86
R202	100	1922,72	<b>1922,72</b>	–	1932,74	–	<u>1604,74</u>	364,46	-16,54	<u>1645,93</u>	375,89	-14,40
R203	100	1736,20	<b>1736,20</b>	–	1745,37	–	<u>1418,05</u>	351,66	-18,32	<u>1454,64</u>	350,95	-16,22
R204	100	1522,50	1584,13	–	<b>1522,50</b>	–	<u>1264,23</u>	384,99	-16,96	<u>1283,44</u>	364,65	-15,70
R205	100	1848,66	<b>1848,66</b>	–	1885,75	–	<u>1516,63</u>	340,93	-17,96	<u>1541,63</u>	332,80	-16,61
R206	100	1758,78	<b>1758,78</b>	–	1813,48	–	<u>1430,42</u>	353,76	-18,67	<u>1464,42</u>	375,39	-16,74
R207	100	1650,12	<b>1650,12</b>	–	1654,84	–	<u>1349,89</u>	357,97	-18,19	<u>1370,09</u>	346,26	-16,97
R208	100	1536,68	<b>1536,68</b>	–	1589,42	–	<u>1241,07</u>	416,05	-19,24	<u>1258,04</u>	395,74	-18,13
R209	100	1729,58	1777,49	–	<b>1729,58</b>	–	<u>1427,55</u>	321,09	-17,46	<u>1443,12</u>	328,21	-16,56
R210	100	1754,44	1793,64	–	<b>1754,44</b>	–	<u>1437,57</u>	284,01	-18,06	<u>1461,94</u>	316,86	-16,67
R211	100	1615,85	<b>1615,85</b>	–	1699,39	–	<u>1288,20</u>	328,16	-20,28	<u>1304,90</u>	309,02	-19,24
Média								290,32 -16,84		290,20 -15,23		

<sup>1</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH



### 4.2.11 Resultados do HURVFH para o PRVSDJT

Nos testes realizados no PRVSDJT foram utilizados 20 problemas-testes desenvolvidos por [Cordeau & Laporte, 2001]. Os resultados obtidos pelo HURVFH nessa variante foram comparados com os de [Cordeau *et al.*, 2004] e [Cordeau & Maischberger, 2012]. Para essa variante, os melhores resultados existentes são de uma versão paralela do algoritmo ITS de [Cordeau & Maischberger, 2012] apresentado em seu trabalho. Porém, para efeito de uma comparação mais justa com o HURVFH foi adotado a versão sequencial do algoritmo.

Os resultados são apresentados na Tabela 4.51. É possível observar que o HURVFH teve um desempenho superior aos demais algoritmos. No entanto, em relação aos melhores resultados da literatura, só conseguiu igualar o resultado de seis dos 20 problemas.

Tabela 4.51: Resultados do HURVFH para o PRVSDJT

Inst.	n	BKS	ITS Best (CLM04)		ITS1 (CM12)		HURVFH					
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Gap	Sol. <sup>1</sup>	Tempo <sup>1</sup>	Gap <sup>1</sup>
			Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(s)	(%)		(s)	(%)
p01a	48	1655,42	<b>1655,42</b>	—	<b>1655,42</b>	—	<b>1655,42</b>	12,72	0,00	<b>1655,42</b>	13,27	0,00
p02a	96	2904,13	2904,13	—	2904,13	—	<b>2904,13</b>	84,80	0,00	<b>2904,13</b>	89,05	0,00
p03a	144	3304,13	3321,44	—	3317,33	—	3304,91	343,85	0,02	3315,53	351,01	0,35
p04a	192	4438,97	4509,36	—	4461,13	—	4455,60	980,03	0,37	4471,92	965,10	0,74
p05a	240	5620,56	5777,56	—	5663,32	—	5642,37	1708,18	0,39	5701,43	1680,29	1,44
p06a	288	5670,66	5769,87	—	5698,93	—	5678,92	1189,15	0,15	5709,48	1301,19	0,68
p07a	72	2166,88	2167,46	—	2166,88	—	<b>2166,88</b>	20,83	0,00	<b>2166,88</b>	21,16	0,00
p08a	144	3874,32	3904,84	—	3880,58	—	3879,93	230,73	0,14	3896,57	230,73	0,57
p09a	216	4801,47	4875,62	—	4818,32	—	4807,58	376,52	0,13	4825,25	392,18	0,50
p10a	288	5868,03	5969,5	—	5908,53	—	5916,40	100,88	0,82	5923,77	100,88	0,95
p01b	48	1429,35	1429,35	—	1429,35	—	<b>1429,35</b>	11,38	0,00	<b>1429,35</b>	11,91	0,00
p02b	96	2479,56	2494,53	—	2479,56	—	<b>2479,56</b>	98,98	0,00	2483,81	107,35	0,17
p03b	144	2775,61	2798,46	—	2781,22	—	2776,93	336,55	0,05	2782,72	315,97	0,26
p04b	192	3655,48	3711,96	—	3674,53	—	3661,43	860,53	0,16	3698,25	893,26	1,17
p05b	240	4613,09	4672,41	—	4613,58	—	4620,81	1707,88	0,17	4659,95	1665,82	1,02
p06b	288	4752,04	4873,08	—	4788,39	—	4796,29	1064,94	0,93	4835,71	1208,08	1,76
p07b	72	1837,94	1837,94	—	1837,94	—	<b>1837,94</b>	22,88	0,00	<b>1837,94</b>	22,88	0,00
p08b	144	3144,91	3170,46	—	3149,77	—	3149,77	195,19	0,15	3156,13	195,19	0,36
p09b	216	3894,64	3985,52	—	3937,53	—	3925,39	320,45	0,79	3941,61	318,90	1,21
p10b	288	4967,59	5147,68	—	4996,72	—	5030,17	940,67	1,26	5086,80	1019,84	2,40
								530,36	0,28		545,20	0,68

<sup>1</sup>: média de 30 execuções para o HURVFH

## 4.3 Resultados para o HHURVFH

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos pelo algoritmo HHURVFH, descrito na Seção 3.3. As mesmas variantes da seção anterior são utilizadas nos testes, com exceção da variante com entrega dividida, o PRVDHFED, pois neste caso o cliente pode ser atendido por mais de um veículo, ou seja, aparece mais de uma vez na solução. Portanto, não pode ser aplicado o PPC para resolvê-lo.

A Seção 4.3.1, mostra uma comparação entre os componentes do HHURVFH, exemplificando o ganho do uso do PPC, como mecanismo de memória. Em seguida, nas Seções 4.3.2 – 4.3.11 são apresentados os resultados do HHURVFH.

### 4.3.1 Avaliação do Desempenho dos componentes do HHURVFH

Nesta seção, é feita uma avaliação de desempenho de cada fase o HHURVFH em resolver as variantes PRVDFH e PRVFHF. Aqui é chamado de primeira fase, a versão do HHURVFH sem o uso de memória, ou seja, o HURVFH e de segunda fase a versão que faz o uso de memória por meio do PPC.

O ambiente computacional utilizado foi idêntico ao do HURVFH. O Resolvedor de PIM adotado foi o CPLEX versão 12.5.1. Os parâmetros do HHURVFH selecionados foram os mesmos adotados em nosso trabalho ([Subramanian *et al.*, 2012]).  $MaxIterMS = 30$ ,  $MaxTime = 30$  segundos. Em todas as variantes abordadas, os testes foram executados 10 vezes.

A Tabela 4.52 apresenta a influência, em termos de tempo computacional e custo da solução, das duas fases do HHURVFH na solução final. Pode ser observado que o PPC é sempre capaz de melhorar as soluções encontradas pelo HURVFH. É importante ressaltar que o número de perturbações sem melhora ( $MaxIterMS$ ) da primeira fase é consideravelmente menor do que o adotado pelo HURVFH. Isto faz com que o algoritmo seja mais rápido, porém menos eficiente em termos da qualidade da solução. Entretanto, como é incluída memória ao algoritmo, o HHURVFH, não só é capaz de produzir soluções médias melhores, mas também, supera o HURVFH em termos de tempo computacional. Pela tabela, é possível observar que o desvio médio total das soluções é reduzido de 1,39% na primeira fase para 0,37% na segunda fase.

Nas próximas seções são apresentados os resultados alcançados pelo HHURVFH em comparação com os melhores algoritmos da literatura para cada variante.

Tabela 4.52: Avaliação do desempenho de cada fase do HHURVFH

Variante / Instâncias	Fase 1 (HURVFH)		Fase 2 (HHURVFH)		Núm. méd. de rotas (col.)
	Gap Méd (%)	Tempo (s)	Gap Méd (%)	Tempo (s)	
PRVFHF-FV [Taillard, 1999]	0,86	2,38	0,17	5,35	4031
PRVFHF-V [Taillard, 1999]	1,09	2,42	0,18	1,61	4110
PRVFHF-V [Brandão, 2011]	0,89	20,09	0,05	33,50	15079
PRVFHF-V [Li <i>et al.</i> , 2007]	2,37	247,68	2,15	55,09	61345
PRVDHF-FV [Taillard, 1999]	1,02	1,73	0,01	5,83	2190
PRVDHF-F [Golden <i>et al.</i> , 1984]	1,44	2,18	0,11	6,91	3338
PRVDHF-V [Taillard, 1999]	0,85	2,15	0,12	1,17	3596
PRVDHF-V [Brandão, 2011]	2,63	23,26	0,15	17,45	17942
Média	1,39	37,74	0,37	15,86	13954

### 4.3.2 Resultados do HHURVFH para o PRVDFH

Nesta seção são apresentados os resultados para o HHURVFH nas três variantes do PRVDFH utilizando-se as instâncias de [Taillard, 1999] e [Brandão, 2011]. Para cada variante são apresentados os resultados detalhados e um resumo dos mesmos.

#### 4.3.2.1 PRVDFH-FV

O PRVDFH-FV foi resolvido utilizando-se 12 problemas-testes do conjunto proposto em [Taillard, 1999] e os resultados obtidos foram comparados os de:

- SMA-U1: [Prins, 2009b, P09];
- VNS1: [Imran *et al.*, 2009, ISW09];
- ILS-RVND: [Penna *et al.*, 2013a, PSOU13].

Os resultados detalhados estão apresentados na Tabela 4.53 e os valores resumidos na Tabela 4.54. Pelas tabelas é possível observar que o HHURVFH teve um comportamento superior aos demais algoritmos, igualando em todos os problemas aos melhores resultados da literatura e com um desvio médio em relação à melhor solução de apenas 0,01%. A média do tempo computacional gasto para resolver os problemas foi de apenas 7,56 segundos, ficando atrás apenas do algoritmo SMA-U1 de [Prins, 2009b].

Tabela 4.53: Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-FV ([Taillard, 1999])

			SMA-U1		VNS1		ILSRVND		HURVFH				
			P09 <sup>1</sup>		ISW09 <sup>2</sup>		PSOU13 <sup>3</sup>						
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol. <sup>c</sup>	Tempo	Gap
Inst.	n	BKS	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(s) <sup>b</sup>	Sol.	(%)		(s) <sup>c</sup>	(%) <sup>c</sup>
3	20	1144,22 <sup>a</sup>	<b>1144,22</b>	0,01	<b>1144,22</b>	19	<b>1144,22</b>	4,05	<b>1144,22</b>	0,00	<b>1144,22</b>	0,34	0,00
4	20	6437,33 <sup>a</sup>	<b>6437,33</b>	0,07	<b>6437,33</b>	17	<b>6437,33</b>	3,03	<b>6437,33</b>	0,00	<b>6437,33</b>	0,31	0,00
5	20	1322,26 <sup>a</sup>	<b>1322,26</b>	0,02	<b>1322,26</b>	24	<b>1322,26</b>	4,85	<b>1322,26</b>	0,00	<b>1322,26</b>	0,28	0,00
6	20	6516,47 <sup>a</sup>	<b>6516,47</b>	0,07	<b>6516,47</b>	21	<b>6516,47</b>	3,01	<b>6516,47</b>	0,00	<b>6516,47</b>	0,32	0,00
13	50	2964,65 <sup>a</sup>	<b>2964,65</b>	0,32	<b>2964,65</b>	328	<b>2964,65</b>	27,44	<b>2964,65</b>	0,00	<b>2964,65</b>	1,7	0,00
14	50	9126,90 <sup>a</sup>	<b>9126,90</b>	8,90	<b>9126,90</b>	250	<b>9126,90</b>	11,66	<b>9126,90</b>	0,00	<b>9126,90</b>	1,53	0,00
15	50	2634,96 <sup>a</sup>	2635,21	1,04	<b>2634,96</b>	275	<b>2634,96</b>	13,83	<b>2634,96</b>	0,00	<b>2634,96</b>	1,34	0,00
16	50	3168,92 <sup>a</sup>	3169,14	13,05	3168,95	313	<b>3168,92</b>	18,20	<b>3168,92</b>	0,00	<b>3168,92</b>	6,72	0,00
17	75	2004,48 <sup>a</sup>	<b>2004,48</b>	23,92	<b>2004,48</b>	641	<b>2004,48</b>	43,68	<b>2004,48</b>	0,00	2007,12	6,96	0,13
18	75	3147,99 <sup>a</sup>	3153,16	24,85	3153,67	835	3149,63	47,80	<b>3147,99</b>	0,00	3148,91	4,21	0,03
19	100	8661,81 <sup>a</sup>	8664,67	163,25	8666,57	1411	<b>8661,81</b>	59,13	<b>8661,81</b>	0,00	8662,89	29,86	0,01
20	100	4153,02	4154,49	41,25	4164,85	1460	<b>4153,02</b>	59,07	<b>4153,02</b>	0,00	4153,12	37,21	0,00

<sup>a</sup>: Ótimo Provado; <sup>b</sup>: Média de 30 execuções; <sup>c</sup>: Média de 10 execuções;

<sup>1</sup>: Pentium IV M 1,8 GHz (1564 Mflop/s); <sup>2</sup>: Pentium M 1,7 GHz (1477 Mflop/s); <sup>3</sup>: Intel i7 2,93 GHz (5839 Mflop/s).

Tabela 4.54: Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-FV ([Taillard, 1999])

Método	Mel. Sol.			Média <sup>1</sup>	
	Gap	BKS	BKS	Gap	Tempo
	(%)	encontradas	melhoradas	(%)	escalado(s)
SMA-U1 [Prins, 2009b]	0,02	7	0	–	6,86
VNS1 [Imran <i>et al.</i> , 2009]	0,04	8	0	–	117,92 <sup>2</sup>
ILS-RVND [Penna <i>et al.</i> , 2013a]	0,01	11	0	0,09	24,64
HHURVFH	0,00	12	0	0,01	7,56

<sup>1</sup>: Média de 5 execuções para [Taillard, 1999] e [Prins, 2009b] e de 10 execuções HHURVFH; <sup>2</sup>: Melhor Resultado.

#### 4.3.2.2 PRVDFH-F

As Tabelas 4.55 e 4.56 apresentam os resultados nas instâncias de [Taillard, 1991] para o PRVDFH-F. Os resultados obtidos pelo HHURVFH são comparados com aqueles descritos nos trabalhos:

- SMA-D1: [Prins, 2009b, P09];
- GA: [Liu *et al.*, 2009, LHM09];
- ILS-RVND: [Penna *et al.*, 2013a, PSOU13].

Neste conjunto de 12 problemas-teste, o HHURVFH foi capaz de encontrar todas as 11 soluções que possuem ótimos conhecidos e ainda melhorar uma instância, cuja otima-

lidade não é conhecida. Além disso, o algoritmo foi o que obteve o melhor desempenho computacional, com um tempo médio de 9,09 segundos.

Tabela 4.55: Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-F ([Taillard, 1999])

			SMA-D1		GA		ILS-RVND		HHURVFH				
			P09 <sup>1</sup>		LHM09 <sup>2</sup>		PSOU13 <sup>3</sup>						
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol. <sup>c</sup>	Tempo	Gap
Inst.	<i>n</i>	BKS	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(s) <sup>b</sup>	Sol.	(%)		(s) <sup>c</sup>	(%) <sup>c</sup>
3	20	961,03 <sup>a</sup>	<b>961,03</b>	0,04	<b>961,03</b>	0	<b>961,03</b>	4,91	<b>961,03</b>	0,00	<b>961,03</b>	0,28	0,00
4	20	6437,33 <sup>a</sup>	<b>6437,33</b>	0,03	<b>6437,33</b>	0	<b>6437,33</b>	3,16	<b>6437,33</b>	0,00	<b>6437,33</b>	0,25	0,00
5	20	1007,05 <sup>a</sup>	<b>1007,05</b>	0,09	<b>1007,05</b>	2	<b>1007,05</b>	5,88	<b>1007,05</b>	0,00	1008,76	0,25	0,17
6	20	6516,47 <sup>a</sup>	<b>6516,47</b>	0,08	<b>6516,47</b>	0	<b>6516,47</b>	3,07	<b>6516,47</b>	0,00	<b>6516,47</b>	0,20	0,00
13	50	2406,36 <sup>a</sup>	<b>2406,36</b>	17,12	<b>2406,36</b>	91	2408,41	30,29	<b>2406,36</b>	0,00	2411,31	1,96	0,21
14	50	9119,03 <sup>a</sup>	<b>9119,03</b>	19,66	<b>9119,03</b>	42	<b>9119,03</b>	11,89	<b>9119,03</b>	0,00	<b>9119,03</b>	1,64	0,00
15	50	2586,37 <sup>a</sup>	<b>2586,37</b>	25,1	<b>2586,37</b>	48	<b>2586,37</b>	20,24	<b>2586,37</b>	0,00	<b>2586,37</b>	6,02	0,00
16	50	2720,43 <sup>a</sup>	2729,08	16,37	2724,22	107	<b>2724,22</b>	20,67	<b>2720,43</b>	0,00	2724,55	3,85	0,15
17	75	1734,53 <sup>a</sup>	1746,09	52,22	<b>1734,53</b>	109	<b>1734,53</b>	52,49	<b>1734,53</b>	0,00	1744,23	11,61	0,56
18	75	2369,65 <sup>a</sup>	<b>2369,65</b>	36,92	<b>2369,65</b>	197	2371,48	55,35	<b>2369,65</b>	0,00	2373,79	11,83	0,17
19	100	8661,81 <sup>a</sup>	8665,12	169,93	8662,94	778	8662,86	63,92	<b>8661,81</b>	0,00	8662,54	25,15	0,01
20	100	4037,90	4044,78	172,73	4038,46	1004	<b>4037,90</b>	93,88	<u><b>4032,81</b></u>	-0,13	4038,63	46,06	0,02

<sup>a</sup>: Ótimo provado; <sup>b</sup>: Média de 30 execuções; <sup>c</sup>: Média de 10 execuções;

<sup>1</sup>: Pentium IV M 1,8 GHz (1564 Mflop/s); <sup>2</sup>: Pentium IV 3,0 GHz (3181 Mflop/s); <sup>3</sup>: Intel i7 2,93 GHz (5839 Mflop/s).

Tabela 4.56: Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-F ([Taillard, 1999])

Método	Mel. Sol.			Média <sup>1</sup>	
	Gap (%)	BKS encontradas	BKS melhoradas	Gap (%)	Tempo escalado(s)
SMA-D1 [Prins, 2009b]	0,10	8	0	–	10,92
GA [Liu <i>et al.</i> , 2009]	0,01	10	0	0,19	107,96
ILS-RVND [Penna <i>et al.</i> , 2013a]	0,01	9	0	0,23	30,48
HHURVFH	-0,01	11	1	0,11	9,09

<sup>1</sup>: Média de 5 execuções para [Prins, 2009b] e de 10 execuções [Liu *et al.*, 2009] e para HHURVFH;

#### 4.3.2.3 PRVDFH-V

O PRVDFH-V foi testado em dois conjuntos de instâncias encontrados na literatura, um proposto por [Taillard, 1999] e o outro por [Brandão, 2011]. Os resultados do HHURVFH nas instâncias de [Taillard, 1999] são apresentados nas Tabelas 4.57 e 4.58 e comparados com os obtidos em:

- CG: [Choi & Tcha, 2007, CT07];
- SMA-U2: [Prins, 2009b, P09];

Tabela 4.57: Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-V ([Taillard, 1999])

Inst.	<i>n</i>	BKS	CG		SMA-U2		ILS-RVND		HHURVFH				
			CT07 <sup>1</sup>		P09 <sup>2</sup>		PSOU13 <sup>3</sup>		Mel.	Gap	Sol. <sup>d</sup>	Tempo <sup>d</sup>	Gap <sup>d</sup>
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo <sup>b</sup>	Mel.	Tempo <sup>c</sup>					
			Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
3	20	623,22 <sup>a</sup>	<b>623,22</b>	0,19	–	–	<b>623,22</b>	4,58	<b>623,22</b>	0,00	<b>623,22</b>	0,25	0,00
4	20	387,18 <sup>a</sup>	<b>387,18</b>	0,44	–	–	<b>387,18</b>	2,85	<b>387,18</b>	0,00	387,34	0,23	0,04
5	20	742,87 <sup>a</sup>	<b>742,87</b>	0,23	–	–	<b>742,87</b>	5,53	<b>742,87</b>	0,00	<b>742,87</b>	0,22	0,00
6	20	415,03 <sup>a</sup>	<b>415,03</b>	0,92	–	–	<b>415,03</b>	3,37	<b>415,03</b>	0,00	<b>415,03</b>	0,18	0,00
13	50	1491,86 <sup>a</sup>	<b>1491,86</b>	4,11	<b>1491,86</b>	3,45	<b>1491,86</b>	31,62	<b>1491,86</b>	0,00	1492,01	1,91	0,01
14	50	603,21 <sup>a</sup>	<b>603,21</b>	20,41	<b>603,21</b>	0,86	<b>603,21</b>	14,66	<b>603,21</b>	0,00	605,00	1,61	0,30
15	50	999,82 <sup>a</sup>	<b>999,82</b>	4,61	<b>999,82</b>	9,14	<b>999,82</b>	15,33	<b>999,82</b>	0,00	1001,03	1,47	0,12
16	50	1131,00 <sup>a</sup>	<b>1131,00</b>	3,36	<b>1131,00</b>	13,00	<b>1131,00</b>	17,77	<b>1131,00</b>	0,00	1131,85	1,44	0,07
17	75	1038,60 <sup>a</sup>	<b>1038,60</b>	69,38	<b>1038,60</b>	9,53	<b>1038,60</b>	49,18	<b>1038,60</b>	0,00	1042,48	6,39	0,37
18	75	1800,80 <sup>a</sup>	1801,40	48,06	<b>1800,80</b>	18,92	<b>1800,80</b>	53,88	<b>1800,80</b>	0,00	1802,89	4,75	0,12
19	100	1105,44 <sup>a</sup>	<b>1105,44</b>	182,86	<b>1105,44</b>	52,31	<b>1105,44</b>	77,84	<b>1105,44</b>	0,00	1106,71	10,62	0,11
20	100	1530,43 <sup>a</sup>	<b>1530,43</b>	98,14	1535,12	104,41	1530,52	88,02	<b>1530,43</b>	0,00	1534,23	10,88	0,25

<sup>a</sup>: Ótimo provado; <sup>b</sup>: Tempo total de 10 execuções; <sup>c</sup>: Média de 30 execuções; <sup>d</sup>: Média de 10 execuções; <sup>1</sup>: Pentium IV 2,6 GHz (2266 Mflop/s);

<sup>2</sup>: Pentium IV M 1,8 GHz (1564 Mflop/s); <sup>3</sup>: Intel i7 2,93 GHz (5839 Mflop/s).

Tabela 4.58: Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-V ([Taillard, 1999])

Método	Mel. Sol.			Média <sup>1</sup>	
	Gap	BKS	BKS	Gap	Tempo
	(%)	encontradas	melhoradas	(%)	escalado(s)
CG [Choi & Tcha, 2007]	0,00	11	0	0,12	21,05
SMA-D1 [Prins, 2009b]	0,04	7	0	–	8,46 <sup>a</sup>
ILS-RVND [Penna <i>et al.</i> , 2013a]	0,00 (0,00) <sup>a</sup>	11 (7) <sup>a</sup>	0	0,17 (0,26) <sup>a</sup>	30,38 (43,54) <sup>a</sup>
HHURVFH	0,00 (0,00) <sup>a</sup>	12 (8) <sup>a</sup>	0	0,12 (0,09) <sup>a</sup>	3,33 (4,29) <sup>a</sup>

<sup>1</sup>: Média de 5 execuções para [Choi & Tcha, 2007] e [Prins, 2009b] e de 10 execuções HHURVFH; <sup>a</sup>: valores nas instâncias 13-20

- ILS-RVND: [Penna *et al.*, 2013a, PSOU13].

Nesse conjunto de 12 instâncias, todos os problemas possuem o ótimo provado. Pela Tabela 4.57 observa-se que o HHURVFH foi capaz de encontrar todas as soluções da literatura, com um desvio da solução média em relação à melhor solução da literatura de 0,12% com menor esforço computacional (Tabela 4.58). O algoritmo CG de [Choi & Tcha, 2007] teve o mesmo desvio, porém encontrou 11 das 12 soluções conhecidas.

Os resultados nas instâncias de [Brandão, 2011] são descritos nas Tabelas 4.59 e 4.60. Neste conjunto de 5 problemas, contendo entre 100 e 199 clientes, o HHURVFH conseguiu melhorar o valor de duas soluções e igualar ao valor das outras três soluções, quando comparadas ao algoritmo TSA de [Brandão, 2011] (B11). O desvio da solução média foi de 0,15% e o tempo computacional médio de 40,71 segundos.

Tabela 4.59: Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-V [Brandão, 2011]

Inst.	$n$	BKS	TSA		HHURVFH				
			B11		Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
			Mel.	Tempo <sup>1</sup> (s)					
N1	150	2220,01	<b>2220,01</b>	–	<b>2212,77</b>	-0,33	<b>2219,66</b>	39,60	-0,02
N2	199	2827,76	<b>2827,76</b>	–	<b>2823,75</b>	-0,14	2844,96	106,97	0,61
N3	120	2234,57	<b>2234,57</b>	–	<b>2234,57</b>	0,00	2234,85	19,27	0,01
N4	100	1822,78	<b>1822,78</b>	–	<b>1822,78</b>	0,00	1823,07	8,38	0,02
N5	134	2016,79	<b>2016,79</b>	–	<b>2016,79</b>	0,00	2019,26	29,35	0,12

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções; <sup>1</sup>: Pentium IV 2,6 GHz (2266 Mflop/s)

Tabela 4.60: Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVDFH-V (Instâncias de [Brandão, 2011])

Método	Mel. Sol.			Média <sup>1</sup>	
	Gap (%)	BKS encontradas	BKS melhoradas	Gap (%)	Tempo escalado(s)
TSA [Brandão, 2011]	0,00	5	0	–	–
HHURVFH	-0,09	3	2	0,15	40,71

<sup>1</sup>: Média de 10 execuções para HHURVFH.

### 4.3.3 Resultados do HHURVFH para o PRVFHF

Na literatura são encontradas duas variantes para o PRVFHF, a primeira considera os custos fixos e variáveis e a outra leva em consideração somente os custos variáveis. As Seções 4.3.3.1 e 4.3.3.2 apresentam os resultados para estas variantes.

#### 4.3.3.1 PRVFHF-FV

Dois conjuntos de instâncias são utilizadas para avaliar o comportamento do HHURVFH aplicado ao PRVFHF-FV. O primeiro consiste de oito problemas e foi proposto por [Taillard, 1999] e o segundo apresentado em [Duhamel *et al.*, 2011] com 96 problemas.

Nas Tabelas 4.61 e 4.62 os resultados obtidos no primeiro conjunto de instâncias são comparados com os seguintes algoritmos:

- MAMP: [Li *et al.*, 2010, LTA10];
- ILS-RVND: [Penna *et al.*, 2013a, PSOU13].

É possível observar que o HHURVFH conseguiu encontrar a melhor solução conhecida em sete dos problemas e ainda melhorar uma solução contendo 100 clientes. Tanto o desvio médio das soluções, quanto o tempo computacional gasto para resolvê-las, foi bem inferior aos demais algoritmos.

Tabela 4.61: Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV [Taillard, 1999]

Inst.	<i>n</i>	BKS	MAMP		ILS-RVND		HHURVFH				
			LTA10 <sup>1</sup>		PSOU13 <sup>2</sup>						
			Mel.	Tempo <sup>a</sup>	Mel.	Tempo <sup>b</sup>	Mel.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>
			Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
13	50	3185,09 <sup>a</sup>	<b>3185,09</b>	110	<b>3185,09</b>	19,84	<b>3185,09</b>	0,00	3186,32	1,99	0,04
14	50	10107,53 <sup>a</sup>	<b>10107,53</b>	34	<b>10107,53</b>	11,28	<b>10107,53</b>	0,00	10110,61	1,29	0,03
15	50	3065,29 <sup>a</sup>	<b>3065,29</b>	46	<b>3065,29</b>	12,48	<b>3065,29</b>	0,00	<b>3065,29</b>	1,77	0,00
16	50	3265,41 <sup>a</sup>	<b>3265,41</b>	99	<b>3265,41</b>	12,22	<b>3265,41</b>	0,00	3273,15	1,67	0,24
17	75	2076,96 <sup>a</sup>	<b>2076,96</b>	148	<b>2076,96</b>	29,59	<b>2076,96</b>	0,00	2081,55	5,95	0,22
18	75	3743,58 <sup>a</sup>	<b>3743,58</b>	119	<b>3743,58</b>	36,38	<b>3743,58</b>	0,00	3758,83	16,47	0,41
19	100	10420,34	<b>10420,34</b>	287	<b>10420,34</b>	73,66	<b>10420,34</b>	0,00	10421,05	15,80	0,01
20	100	4788,49	4832,17	200	<b>4788,49</b>	68,46	<b>4761,26</b>	-0,57	4822,16	16,87	0,55

<sup>a</sup>: Ótimo provado; <sup>a</sup>: Média de 10 execuções; <sup>b</sup>: Média de 30 execuções; <sup>1</sup>: Intel 2,2 GHz (1917 Mflop/s); <sup>2</sup>: Intel i7 2,93 GHz (5839 Mflop/s)

As instâncias propostas em [Duhamel *et al.*, 2011] foram adotadas em dois trabalhos [Duhamel *et al.*, 2011, Duhamel *et al.*, 2013]. Porém, no segundo trabalho é apresentada uma versão paralela do algoritmo GRASPxEELS, descrito no primeiro trabalho. Como



Tabela 4.62: Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV (Instâncias de [Taillard, 1999])

Método	Mel. Sol.			Média <sup>1</sup>	
	Gap (%)	BKS encontradas	BKS melhoradas	Gap (%)	Tempo escalado(s)
MAMP [Li <i>et al.</i> , 2010]	0,11	7	0	0,22	43,25
ILS-RVND [Penna <i>et al.</i> , 2013a]	0,00	7	0	0,29	32,89
HHURVFH	-0,07	7	1	0,17	7,73

<sup>1</sup>: Média de 10 execuções para [Li *et al.*, 2010] e HHURVFH e de 30 execuções para [Penna *et al.*, 2013a]

mais de uma versão sequencial foi apresentada, para um comparação mais justa com o HHURVFH foi utilizada em cada subconjunto de instâncias a versão sequencial do GRASPxEELS de melhor desempenho. No entanto, a coluna BKS, apresenta os melhores resultados obtidos por todas as versões do algoritmo GRASPxEELS, sequenciais ou paralelos.

Pelas Tabelas 4.63 – 4.66 é fácil observar que o HHURVFH obteve um resultado superior em todos os quatro subconjuntos. Nesse conjunto de 96 problemas-teste, o HHURVFH conseguiu melhorar a solução de 56 problemas e igualar a solução de outros 22 problemas, tendo uma qualidade inferior em 18 problemas. O desvio médio das soluções variou de 0,18 a 0,52%. O tempo computacional médio foi de 39,90 segundos nos problemas menores, envolvendo até 100 clientes, e de 484,76s nos problemas com mais de 200 clientes.

#### 4.3.3.2 PRVFHF-V

Três conjuntos de instâncias foram utilizadas para verificar o desempenho do HHURVFH no PRVFHF-V. O primeiro, composto de oito problemas, foi proposto em [Taillard, 1999], contendo entre 50 e 100 clientes. O segundo, proposto por [Brandão, 2011], possui cinco problemas com 100 a 199 clientes. Por fim, o conjunto proposto por [Li *et al.*, 2007] envolvem problemas de dimensões mais elevadas, de 200 a 360 clientes.

As Tabelas 4.67 e 4.68 apresentam os resultados para o primeiro conjunto de instâncias e os resultados obtidos pelo HHURVFH são comparados com aqueles referentes aos algoritmos:

- HRTR: [Li *et al.*, 2007, LGW07];
- SMA-D2: [Prins, 2009b, P09];
- ILS-RVND: [Penna *et al.*, 2013a, PSOU13].

Tabela 4.63: Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV (conj1 [Duhamel *et al.*, 2011])

Inst.	$n$	BKS	GRASP <sub>x</sub> ELS		HHURVFH				
			Duhamel et al.		Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
			Mel. Sol.	Tempo (s)					
HVRP_01_DLP	92	9210,14	<b>9210,14</b>	52,29	<b>9210,14</b>	0,00	9213,71	89,69	0,04
HVRP_08_DLP	84	4591,75	4598,49	304,85	<b>4591,75</b>	0,00	4595,65	32,52	0,08
HVRP_10_DLP	69	2107,55	<b>2107,55</b>	24,83	<b>2107,55</b>	0,00	2107,83	38,36	0,01
HVRP_11_DLP	95	3367,41	3370,47	264,61	<b>3367,41</b>	0,00	3373,77	57,70	0,19
HVRP_36_DLP	85	5684,61	5759,34	104,39	5684,62	0,00	5836,84	112,77	2,68
HVRP_39_DLP	77	2923,72	2934,55	182,11	<b>2921,40</b>	-0,08	2932,75	53,22	0,31
HVRP_43_DLP	86	8737,02	8764,75	219,91	<b>8713,97</b>	-0,26	8746,38	75,33	0,11
HVRP_52_DLP	59	4027,27	4029,42	39,97	<b>4027,27</b>	0,00	4030,44	16,08	0,08
HVRP_55_DLP	56	10244,34	10247,86	190,76	<b>10244,34</b>	0,00	10250,98	13,23	0,06
HVRP_70_DLP	78	6685,24	6689,61	120,60	<b>6684,56</b>	-0,01	6701,51	29,38	0,24
HVRP_75_DLP	20	452,85	<b>452,85</b>	0,02	<b>452,85</b>	0,00	<b>452,85</b>	1,15	0,00
HVRP_82_DLP	79	4766,74	4774,26	144,51	<b>4766,74</b>	0,00	4771,33	36,22	0,10
HVRP_92_DLP	35	564,39	<b>564,39</b>	20,63	<b>564,39</b>	0,00	564,65	4,52	0,05
HVRP_93_DLP	39	1036,99	<b>1036,99</b>	27,39	<b>1036,99</b>	0,00	1038,34	6,98	0,13
HVRP_94_DLP	46	1378,25	1378,66	15,68	<b>1378,25</b>	0,00	<b>1378,25</b>	31,37	0,00
Média				114,17		-0,02		39,90	0,27

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções

Tabela 4.64: Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV (conj2 [Duhamel *et al.*, 2011])

Inst.	$n$	BKS	GRASP <sub>x</sub> ELS		HHURVFH				
			Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>
			Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
HVRP_03_DLP	124	10738,28	11320,58	512,1	<b>10713,86</b>	-0,23	<b>10727,94</b>	91,57	-0,10
HVRP_05_DLP	116	10903,63	10963,62	488,63	<b>10876,48</b>	-0,25	<b>10897,93</b>	26,59	-0,05
HVRP_06_DLP	121	11692,85	11792,94	367,91	<b>11688,64</b>	-0,04	11734,52	43,64	0,36
HVRP_07_DLP	108	8095,88	8130,50	306,09	<b>8089,46</b>	-0,08	8144,80	27,47	0,60
HVRP_12_DLP	112	3543,99	<b>3543,99</b>	71,46	<b>3543,99</b>	0,00	3547,92	57,60	0,11
HVRP_13_DLP	119	6696,43	6713,14	303,37	<b>6696,43</b>	0,00	6703,23	50,97	0,10
HVRP_16_DLP	129	4156,97	4161,61	180,91	<b>4156,97</b>	0,00	4164,03	68,70	0,17
HVRP_17_DLP	105	5362,83	5370,05	172,82	<b>5362,83</b>	0,00	5367,76	42,09	0,09
HVRP_2A_DLP	113	7793,16	7885,93	298,92	<b>7793,16</b>	0,00	7796,54	43,38	0,04
HVRP_2B_DLP	107	8464,69	8537,31	303,14	<b>8462,56</b>	-0,03	8499,95	54,40	0,42
HVRP_21_DLP	126	5141,49	5154,38	330,23	<b>5139,84</b>	-0,03	5166,11	47,20	0,48
HVRP_25_DLP	143	7206,64	7228,54	518,28	7209,29	0,04	7230,50	123,79	0,33
HVRP_26_DLP	126	6446,31	6481,93	350,71	<b>6433,21</b>	-0,20	6461,05	149,06	0,23
HVRP_28_DLP	141	5531,06	5542,76	343,06	<b>5530,55</b>	-0,01	5542,80	101,82	0,21
HVRP_30_DLP	112	6313,39	6321,69	201,39	6315,70	0,04	6342,42	82,91	0,46
HVRP_31_DLP	131	4091,52	4103,88	308,39	<b>4091,52</b>	0,00	4112,64	102,25	0,52
HVRP_34_DLP	136	5758,089	5800,12	405,62	<b>5750,21</b>	-0,14	5791,15	66,63	0,57
HVRP_40_DLP	132	11123,56	11172,98	614,92	<b>11118,57</b>	-0,04	11171,17	90,62	0,43
HVRP_41_DLP	135	7616,17	7679,32	325,8	<b>7597,27</b>	-0,25	7672,27	68,18	0,74
HVRP_47_DLP	111	16206,14	16222,94	333,85	<b>16156,12</b>	-0,31	16247,77	41,18	0,26
HVRP_48_DLP	111	21318,04	21413,92	371,3	<b>21309,94</b>	-0,04	21391,58	45,75	0,34
HVRP_51_DLP	129	7721,47	7780,88	315,6	<b>7721,47</b>	0,00	7787,85	58,47	0,86
HVRP_53_DLP	115	6434,83	6470,49	418,17	<b>6434,83</b>	0,00	6454,77	36,09	0,31
HVRP_60_DLP	137	17037,39	17067,85	444,32	<b>17036,59</b>	0,00	17055,35	73,38	0,11
HVRP_61_DLP	111	7295,67	7300,10	108,21	<b>7292,03</b>	-0,05	7302,40	37,38	0,09
HVRP_66_DLP	150	12830,82	13319,73	442,89	<b>12783,94</b>	-0,37	12922,52	113,74	0,71
HVRP_68_DLP	125	8976,53	9135,23	269,63	<b>8970,63</b>	-0,07	9123,03	67,86	1,63
HVRP_73_DLP	137	10195,33	10243,66	598,34	<b>10195,33</b>	0,00	10195,36	73,57	0,00
HVRP_74_DLP	125	11586,87	11732,54	246,66	<b>11586,58</b>	0,00	11591,23	82,46	0,04
HVRP_79_DLP	147	7259,54	7314,89	473,69	7265,58	0,08	7300,14	123,16	0,56
HVRP_81_DLP	106	10700,47	10715,28	83,71	<b>10694,68</b>	-0,05	10702,23	58,93	0,02
HVRP_83_DLP	124	10019,15	10019,83	332,47	10020,07	0,01	10048,17	72,48	0,29
HVRP_84_DLP	105	7227,88	7269,55	206,41	<b>7227,88</b>	0,00	7237,93	54,37	0,14
HVRP_85_DLP	146	8779,76	8874,31	382,98	8781,34	0,02	8822,32	92,42	0,48
HVRP_87_DLP	108	3753,87	3753,87	104,11	<b>3753,87</b>	0,00	3756,97	31,41	0,08
HVRP_88_DLP	127	12402,85	12443,41	632,22	<b>12388,23</b>	-0,12	12405,80	46,52	0,02
HVRP_89_DLP	134	7106,84	7135,36	245,63	<b>7091,99</b>	-0,21	7106,92	77,69	0,00
HVRP_90_DLP	102	2346,13	2360,83	15,36	2346,43	0,01	2356,31	47,78	0,43
Média				327,09		-0,06		67,72	0,32

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções

Tabela 4.65: Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV (conj3 [Duhamel *et al.*, 2011])

Inst.	$n$	BKS	GRASPxEELS		HHURVFH				
			Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>
			Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
HVRP_02_DLP	181	11678,44	<b>11678,44</b>	689,81	<b>11675,26</b>	-0,03	11695,78	187,92	0,15
HVRP_04_DLP	183	10808,31	11030,42	667,11	<b>10748,17</b>	-0,56	<b>10775,93</b>	171,66	-0,30
HVRP_09_DLP	167	7619,19	7654,45	319,39	<b>7603,38</b>	-0,21	7630,55	232,55	0,15
HVRP_14_DLP	176	5644,92	5676,98	361,72	5657,62	0,22	5697,17	357,30	0,93
HVRP_15_DLP	188	8236,4	8367,71	905,21	8252,81	0,20	8297,27	158,91	0,74
HVRP_24_DLP	163	9101,47	9186,30	443,1	9133,60	0,35	9205,41	162,60	1,14
HVRP_29_DLP	164	9143,69	9176,51	122,02	<b>9142,86</b>	-0,01	9149,12	232,18	0,06
HVRP_33_DLP	189	9421,01	9563,18	606,39	<b>9410,99</b>	-0,11	9471,26	344,96	0,53
HVRP_35_DLP	168	9574,71	9817,94	811,07	<b>9555,92</b>	-0,20	9585,91	144,06	0,12
HVRP_37_DLP	161	6858,23	6963,61	571,37	<b>6850,77</b>	-0,11	6875,28	245,33	0,25
HVRP_42_DLP	178	10902,84	11118,66	966,84	<b>10817,90</b>	-0,78	10995,75	246,34	0,85
HVRP_44_DLP	172	12197,46	12351,49	744,39	12252,20	0,45	12338,60	163,73	1,16
HVRP_45_DLP	170	10484,23	10546,69	415,02	<b>10476,25</b>	-0,08	10614,48	147,07	1,24
HVRP_50_DLP	187	12374,04	12538,63	365,46	<b>12370,94</b>	-0,03	12430,18	374,43	0,45
HVRP_54_DLP	172	10393,23	10426,98	565,12	<b>10351,97</b>	-0,40	10435,58	203,19	0,41
HVRP_56_DLP	153	31090,71	31292,64	339,08	<b>31030,19</b>	-0,19	31144,98	260,09	0,17
HVRP_57_DLP	163	44818,18	45112,39	471,94	<b>44781,64</b>	-0,08	44899,36	250,64	0,18
HVRP_59_DLP	193	14282,59	14367,47	476,61	14304,46	0,15	14357,81	312,23	0,53
HVRP_63_DLP	174	19951,76	20513,10	253,1	20022,94	0,36	20281,49	213,10	1,89
HVRP_64_DLP	161	17157,37	17157,37	70,38	<b>17135,16</b>	-0,13	17157,79	106,02	0,00
HVRP_67_DLP	172	10937,67	11090,66	506,65	<b>10884,91</b>	-0,48	10945,00	275,36	0,07
HVRP_69_DLP	152	9162,78	9241,75	205,32	<b>9147,54</b>	-0,17	9190,46	117,84	0,30
HVRP_71_DLP	186	9870,22	9936,35	389,13	<b>9834,40</b>	-0,36	9915,73	108,20	0,46
HVRP_72_DLP	186	5905,58	5948,99	458,28	<b>5903,81</b>	-0,03	5949,29	225,19	0,74
HVRP_76_DLP	152	12018,26	12086,57	426,51	<b>11994,40</b>	-0,20	12040,78	138,37	0,19
HVRP_77_DLP	190	6930,44	7004,97	278,69	<b>6916,01</b>	-0,21	6974,86	271,78	0,64
HVRP_78_DLP	190	7035,01	7066,17	439,7	7057,27	0,32	7129,37	524,00	1,34
HVRP_80_DLP	171	6816,89	6864,75	410,38	6823,22	0,09	6846,14	212,33	0,43
HVRP_86_DLP	153	9030,68	9085,66	440,02	<b>9027,84</b>	-0,03	9048,94	252,05	0,20
HVRP_91_DLP	196	6377,48	6419,23	672,65	6388,93	0,18	6408,64	405,28	0,49
HVRP_95_DLP	183	6181,6	6237,61	206,09	<b>6175,62</b>	-0,10	6232,75	554,497	0,83
Média				470,92		-0,07		245,13	0,52

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções

Tabela 4.66: Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-FV (conj4 [Duhamel *et al.*, 2011])

Inst.	$n$	BKS	GRASPxELS		HHURVFH				
			Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>
			Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
HVRP_18_DLP	256	9702,75	9797,61	1216,10	<b>9659,75</b>	-0,44	<b>9693,81</b>	895,32	-0,09
HVRP_19_DLP	224	11702,77	11805,34	1009,87	<b>11686,39</b>	-0,14	11745,69	274,81	0,37
HVRP_22_DLP	239	13068,03	13162,90	835,87	13096,11	0,21	13143,13	765,16	0,57
HVRP_23_DLP	203	7750,27	7809,20	802,30	7775,95	0,33	7799,66	390,91	0,64
HVRP_27_DLP	220	8469,19	8520,74	995,85	<b>8424,87</b>	-0,52	<b>8444,97</b>	375,33	-0,29
HVRP_32_DLP	244	9417,62	9537,48	1131,44	<b>9382,60</b>	-0,37	9436,70	511,89	0,20
HVRP_38_DLP	205	11242,95	11439,58	421,50	<b>11194,68</b>	-0,43	11254,27	531,13	0,10
HVRP_46_DLP	250	24674,26	24805,27	1475,05	<b>24566,23</b>	-0,44	24698,60	495,57	0,10
HVRP_49_DLP	246	16377,69	16417,30	990,34	<b>16181,17</b>	-1,20	<b>16322,51</b>	650,74	-0,34
HVRP_58_DLP	220	23397,76	23530,10	1028,25	<b>23370,42</b>	-0,12	23641,18	294,93	1,04
HVRP_62_DLP	225	23149,61	23434,56	828,76	<b>23010,35</b>	-0,60	<b>23097,54</b>	342,94	-0,22
HVRP_65_DLP	223	13053,8	13077,63	635,64	<b>13043,54</b>	-0,08	13063,89	288,39	0,08
Média				947,58		-0,32		484,76	0,18

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções

O HHURVFH conseguiu, para essas instâncias, encontrar todos os ótimos conhecidos, assim como os algoritmos HRTR e ILS-RVND, porém com um esforço computacional bem inferior, de apenas 4,03 segundos.

Tabela 4.67: Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Taillard, 1999]

Inst.	$n$	BKS	HRTR		SMA-D2		ILS-RVND		HHURVFH				
			LGW07 <sup>1</sup>		P09 <sup>2</sup>		PSOU13 <sup>3</sup>		Mel.	Gap	Sol. <sup>d</sup>	Tempo <sup>d</sup>	Gap <sup>d</sup>
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Tempo <sup>c</sup>					
			Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
13	50	1517,84 <sup>a</sup>	<b>1517,84</b>	358	<b>1517,84</b>	33,2	<b>1517,84</b>	19,29	<b>1517,84</b>	0,00	<b>1517,84</b>	1,33	0,00
14	50	607,53 <sup>a</sup>	<b>607,53</b>	141	<b>607,53</b>	37,6	<b>607,53</b>	11,20	<b>607,53</b>	0,00	608,74	1,09	0,20
15	50	1015,29 <sup>a</sup>	<b>1015,29</b>	166	<b>1015,29</b>	6,6	<b>1015,29</b>	12,56	<b>1015,29</b>	0,00	<b>1015,29</b>	2,13	0,00
16	50	1144,94 <sup>a</sup>	<b>1144,94</b>	188	<b>1144,94</b>	7,5	<b>1144,94</b>	12,29	<b>1144,94</b>	0,00	1145,23	1,41	0,03
17	75	1061,96 <sup>a</sup>	<b>1061,96</b>	216	1065,85	81,5	<b>1061,96</b>	29,92	<b>1061,96</b>	0,00	1064,67	4,22	0,26
18	75	1823,58 <sup>a</sup>	<b>1823,58</b>	366	<b>1823,58</b>	190,6	<b>1823,58</b>	38,34	<b>1823,58</b>	0,00	1831,48	4,06	0,43
19	100	1117,51	1120,34	404	1120,34	177,8	1120,34	67,72	1120,34	0,25	1121,11	9,12	0,32
20	100	1534,17 <sup>a</sup>	<b>1534,17</b>	447	<b>1534,17</b>	223,3	<b>1534,17</b>	63,77	<b>1534,17</b>	0,00	1536,89	8,89	0,18

<sup>a</sup>: Ótimo provado; <sup>b</sup>: Tempo médio de 5 execuções; <sup>c</sup>: Média de 30 execuções; <sup>d</sup>: Média de 10 execuções;<sup>1</sup>: AMD Athlon 1,0 GHz (1168 Mflop/s); <sup>2</sup>: Pentium IV M 1,8 GHz (1564 Mflop/s); <sup>3</sup>: Intel i7 2,93 GHz (5839 Mflop/s).

Para as instâncias propostas por [Brandão, 2011] os resultados do HHURVFH foram comparados com os valores obtidos no trabalho citado, sendo apresentados nas Tabelas 4.69 e 4.70. Por estas tabelas é possível verificar que se conseguiu obter três novas soluções e igualar as outras duas. O desvio das soluções médias em relação as melhores soluções

Tabela 4.68: Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Taillard, 1999]

Método	Mel. Sol.			Média <sup>1</sup>	
	Gap (%)	BKS encontradas	BKS melhoradas	Gap (%)	Tempo escalado(s)
HRTR [Li <i>et al.</i> , 2007]	0,03	7	0	–	57,16 <sup>2</sup>
SMA-D2 [Prins, 2009b]	0,08	6	0	–	25,38 <sup>2</sup>
ILS-RVND [Penna <i>et al.</i> , 2013a]	0,03	7	0	0,22	31,89
HHURVFH	0,03	7	0	0,18	4,03

<sup>1</sup>: Média de 10 execuções para HHURVFH; <sup>2</sup>: Melhor Resultado

conhecidas, nas 10 execuções do HHURVFH, foi de -0,15%, ou seja, melhores que as soluções até então existentes.

Tabela 4.69: Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Brandão, 2011]

			TSA		HHURVFH				
			Brandão						
Inst.	<i>n</i>	BKS	Mel. Sol.	Tempo <sup>1</sup> (s)	Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
N1	150	2243,76	<b>2243,76</b>	–	<b>2234,13</b>	-0,43	<b>2241,91</b>	39,10	-0,08
N2	199	2874,13	<b>2874,13</b>	–	<b>2859,82</b>	-0,50	2881,54	102,25	0,26
N3	120	2386,90	<b>2386,90</b>	–	<b>2378,99</b>	-0,33	<b>2381,97</b>	21,89	-0,21
N4	100	1839,22	<b>1839,22</b>	–	<b>1839,22</b>	0,00	<b>1839,22</b>	10,24	0,00
N5	134	2062,48	<b>2062,48</b>	–	<b>2047,81</b>	-0,71	<b>2047,81</b>	37,78	-0,71

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções; <sup>1</sup>: Pentium IV 2,6 GHz (2266 Mflop/s)

No último conjunto de instâncias para o PRVFHF-V, os valores das soluções obtidas pelo HHURVFH foram comparados com os obtidos em:

- HRTR: [Li *et al.*, 2007, LGW07];
- TSA: [Brandão, 2011, B11].

Os resultados são apresentados nas Tabelas 4.71 e 4.72. Para esse conjunto de problemas-teste o HHURVFH não foi tão efetivo como nos demais. Mesmo tendo conseguido obter uma nova solução, os desvios obtidos pelas melhores soluções e pelas soluções médias, quando comparadas com as soluções da literatura, foram de 0,45% e 1,76%, respectivamente. Estes valores são um pouco superior aos valores dos demais algoritmos.

Tabela 4.70: Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Brandão, 2011]

Método	Mel. Sol.			Média <sup>1</sup>	
	Gap (%)	BKS encontradas	BKS melhoradas	Gap (%)	Tempo escalado(s)
TSA [Brandão, 2011]	0,00	5	0	–	–
HHURVFH	-0,39	1	4	-0,15	42,25

<sup>1</sup>: Média de 10 execuções para HHURVFH.Tabela 4.71: Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Li *et al.*, 2007]

Inst.	<i>n</i>	BKS	HRTR		TSA		HHURVFH				
			LGW07		B11		Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>b</sup>	Tempo <sup>b</sup> (s)	Gap <sup>b</sup> (%)
			Mel. Sol.	Tempo <sup>1</sup> (s)	Mel. Sol.	Tempo <sup>2</sup> (s)					
H1	200	12050,08	12067,65	687,82	<b>12050,08</b>	1395	<b>12050,08</b>	0,00	12061,45	99,38	0,09
H2	240	10208,32 <sup>a</sup>	10234,40	995,27	10226,17	3650	<b>10207,48</b>	-0,01	10358,93	282,37	1,48
H3	280	16223,39 <sup>a</sup>	16231,80	1437,56	16230,21	2822	16233,05	0,06	16393,90	364,01	1,05
H4	320	17458,65	17576,10	2256,35	<b>17458,65</b>	8734	17595,86	0,79	17856,26	741,72	2,33
H5	360	23166,56 <sup>a</sup>	–	–	23220,72	13321	23368,14	0,87	24018,75	1267,57	3,68

<sup>a</sup>: Obtido por [Brandão, 2011] com uma calibração diferente para o TSA; <sup>b</sup>: Média de 10 execuções;<sup>1</sup>: AMD Athlon 1,0 GHz (1168 Mflop/s); <sup>2</sup>: Pentium IV 2,6 GHz (2266 Mflop/s)Tabela 4.72: Resumo dos Resultados do HHURVFH para o PRVFHF-V [Li *et al.*, 2007]

Método	Mel. Sol.			Média <sup>1</sup>	
	Gap (%)	BKS encontradas	BKS melhoradas	Gap (%)	Tempo escalado(s)
HRTR [Li <i>et al.</i> , 2007]	0,31	0	0	–	346,22
TSA [Brandão, 2011]	0,09	2	0	–	1246,28
HHURVFH	0,34	1	1	1,73	551,01

<sup>1</sup>: Média de 10 execuções para HHURVFH.

### 4.3.4 Resultados do HHURVFH para o PRVFHA

Conforme mencionado na Seção 4.2.3, não foi possível obter os problemas-teste gerados em [Li *et al.*, 2012]. Portanto, o HHURVFH foi testado, adaptando-se as instâncias de [Taillard, 1999] para o problema. Os resultados alcançados são apresentados na Tabela 4.73. É possível verificar que os resultados obtidos pelo HHURVFH foram semelhantes aos alcançados pelo HURVFH. Para esta variante o HHURVFH não conseguiu melhorar as soluções encontradas pelo HURVFH.

Tabela 4.73: Resultados do HHURVFH para o PRVFHA

Inst.	$n$	BKS	HHURVFH				
			Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
13	50	2588,65	<b>2588,65</b>	0,00	2589,09	4,26	0,02
14	50	9961,81	<b>9961,81</b>	0,00	9968,21	3,74	0,06
15	50	2731,46	<b>2731,46</b>	0,00	2731,78	30,39	0,01
16	50	2929,78	<b>2929,78</b>	0,00	2962,68	29,06	1,12
17	75	1792,20	<b>1792,20</b>	0,00	1796,87	14,39	0,26
18	75	3228,14	<b>3228,14</b>	0,00	3236,72	31,99	0,27
19	100	10179,70	<b>10179,70</b>	0,00	10188,56	44,94	0,09
20	100	4344,55	<b>4344,55</b>	0,00	4351,39	42,39	0,16
Média				0,00		25,15	0,25

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções

### 4.3.5 Resultados do HHURVFH para o PRVFHMD

Para os testes computacionais no PRVFHMD foram utilizados 23 problemas-teste, contendo entre 50 e 360 clientes, apresentados em [Salhi & Sari, 1997]. Os resultados obtidos são comparados com o algoritmo dos autores e apresentados na Tabela 4.74. Nesse conjunto de problemas, 12 deles possuem tempo limite para a rota e são descritos na coluna *tl* da tabela.

O HHURVFH conseguiu obter um resultado bem superior a da heurística CL, apresentada por [Salhi & Sari, 1997], conseguindo melhorar a solução de 22 dos 23 problemas e igualar a um. As soluções médias das 10 execuções do HHURVFH, foram quase que sua totalidade melhor que as soluções da literatura.



Tabela 4.74: Resultados do HHURVFH para o PRVFHMD

Inst.	<i>n</i>	<i>t</i>	<i>m</i>	<i>tl</i>	BKS	CL		HHURVFH				
						SS97		Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
						Mel.	Tempo (min)					
p01	50	5	4	–	1526,7	1526,7	0,1	<b>1477,73</b>	-3,21	<b>1500,80</b>	4,31	-1,70
p02	50	5	4	–	992,8	992,8	0,1	<b>957,73</b>	-3,53	<b>969,14</b>	4,12	-2,38
p03	75	5	5	–	1611,1	1611,1	0,2	<b>1569,67</b>	-2,57	<b>1588,09</b>	9,82	-1,43
p04	100	5	2	–	2361,9	2361,9	0,6	<b>2293,36</b>	-2,90	<b>2343,52</b>	25,41	-0,78
p05	100	5	2	–	1498,4	1498,4	2,0	<b>1453,64</b>	-2,99	<b>1477,57</b>	16,65	-1,39
p06	100	5	3	–	2277,5	2277,5	0,5	<b>2211,81</b>	-2,88	<b>2250,19</b>	21,24	-1,20
p07	100	5	4	–	2297,1	2297,1	0,6	<b>2211,68</b>	-3,72	<b>2245,80</b>	23,61	-2,23
p08	249	5	2	310	6718,6	6718,6	27,1	<b>6513,32</b>	-3,06	<b>6638,49</b>	163,55	-1,19
p09	249	5	3	311	6211,4	6211,4	13,6	<b>6055,67</b>	-2,51	<b>6174,08</b>	170,17	-0,60
p10	249	5	4	312	6018,7	6018,7	7,2	<b>5909,52</b>	-1,81	<b>5967,84</b>	174,26	-0,84
p11	249	5	5	313	6030,8	6030,8	7,4	<b>5856,11</b>	-2,90	<b>5922,11</b>	182,76	-1,80
p12	80	5	2	–	2108,2	2108,2	0,5	<b>2072,18</b>	-1,71	<b>2075,22</b>	6,96	-1,56
p13	80	5	2	200	2126,8	2126,8	0,5	<b>2096,39</b>	-1,43	<b>2096,63</b>	3,48	-1,42
p14	80	5	2	180	2160,1	2160,1	0,4	<b>2160,12</b>	0,00	2171,70	2,89	0,54
p15	160	5	4	–	4116,2	4116,2	2,3	<b>3979,13</b>	-3,33	<b>3996,50</b>	51,01	-2,91
p16	160	5	4	200	4178,9	4178,9	2,1	<b>4119,76</b>	-1,42	<b>4127,95</b>	23,46	-1,22
p17	160	5	4	180	4344,1	4344,1	1,2	<b>4327,29</b>	-0,39	<b>4330,36</b>	20,07	-0,32
p18	240	5	6	–	6217,0	6217,0	4,2	<b>5912,95</b>	-4,89	<b>5922,68</b>	166,19	-4,73
p19	240	5	6	200	6233,6	6233,6	3,8	<b>6136,94</b>	-1,55	<b>6165,23</b>	66,60	-1,10
p20	240	5	6	180	6493,1	6493,1	2,0	<b>6476,15</b>	-0,26	<b>6490,21</b>	56,60	-0,04
p21	360	5	9	–	9184,6	9184,6	13,4	<b>8733,96</b>	-4,91	<b>8760,60</b>	513,06	-4,62
p22	360	5	9	200	9332,0	9332,0	8,7	<b>9189,32</b>	-1,53	<b>9217,04</b>	210,11	-1,23
p23	360	5	9	180	9706,6	9706,6	4,9	<b>9678,75</b>	-0,29	9732,10	178,21	0,26
									-2,34		91,07	-1,47

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções

### 4.3.6 Resultados do HHURVFH para o PRVFHFB

Para o PRVFHFB os testes computacionais foram realizados nas instâncias propostas em [Tütüncü, 2010] e comparados com dois algoritmos propostos pelo autor no seu trabalho:

- GRAMPS: [Tütüncü, 2010];
- ADVISER: [Tütüncü, 2010].

A Tabela 4.75 descreve os resultados das comparações. Pela tabela, observa-se que o HHURVFH conseguiu melhorar todas as soluções, onde o algoritmo encontrou soluções viáveis (veja explicação na Seção 4.2.5). O desvio médio das melhores soluções foi de -10,41% e entre as soluções médias foi de -9,76%, com um tempo computacional médio de apenas 3,26 segundos. Conforme já mencionado na Seção 4.2.5, em alguns problemas dessa variante a demanda dos clientes ultrapassa a soma da capacidade dos veículos. Assim, nessas instâncias, cujas células na tabela contém um traço (–), os comparações não puderam ser efetuadas.

Tabela 4.75: Resultados do HHURVFH para o PRVFHFB

					GRAMPS		ADVISER		HHURVFH					
					Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>	
Inst.	n	L	B	BKS	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)	
1	50	25	25	1056,44	1111,67	—	<b>1056,44</b>	—	<u>874,60</u>	-17,21	<u>874,76</u>	0,89	-17,20	
2	50	34	16	982,86	1067,28	—	<b>982,86</b>	—	<u>911,20</u>	-7,29	<u>913,30</u>	0,81	-7,08	
3	50	40	10	998,22	1124,14	—	<b>998,22</b>	—	—	—	—	—	—	
4	50	25	25	1070,06	1094,08	—	<b>1070,06</b>	—	<u>1050,60</u>	-1,82	<u>1051,11</u>	0,93	-1,77	
5	50	34	16	1127,97	1135,21	—	<b>1127,97</b>	—	<u>1051,30</u>	-6,80	<u>1052,00</u>	0,83	-6,74	
6	50	40	10	1183,36	1200,58	—	<b>1183,36</b>	—	—	—	—	—	—	
7	75	37	38	1190,63	<b>1190,63</b>	—	<b>1190,63</b>	—	<u>1073,90</u>	-9,80	<u>1096,80</u>	3,13	-7,88	
8	75	50	25	1182,66	1211,28	—	<b>1182,66</b>	—	—	—	—	—	—	
9	75	60	15	1203,09	1222,66	—	<b>1203,09</b>	—	<u>1003,20</u>	-16,61	<u>1013,97</u>	2,35	-15,72	
10	75	37	38	1781,50	1845,75	—	<b>1781,50</b>	—	<u>1553,00</u>	-12,83	<u>1557,28</u>	2,74	-12,59	
11	75	50	25	1941,74	2035,39	—	<b>1941,74</b>	—	<u>1659,80</u>	-14,52	<u>1667,85</u>	3,19	-14,11	
12	75	60	15	1917,54	1945,35	—	<b>1917,54</b>	—	—	—	—	—	—	
13	100	50	50	1227,81	1228,24	—	<b>1227,81</b>	—	<u>1181,70</u>	-3,76	<u>1195,00</u>	7,98	-2,67	
14	100	67	33	1109,02	1136,87	—	<b>1109,02</b>	—	—	—	—	—	—	
15	100	80	20	1216,65	1228,56	—	<b>1216,65</b>	—	<u>1114,90</u>	-8,36	<u>1135,00</u>	6,27	-6,71	
16	100	50	50	1555,35	1629,47	—	<b>1555,35</b>	—	<u>1314,50</u>	-15,49	<u>1323,97</u>	6,71	-14,88	
Média					3,31		0,00			-10,41		3,26	-9,76	

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções

### 4.3.7 Resultados do HHURVFH para o PRVDFHB

Esta variante foi proposta por [Salhi *et al.*, 2013b], que também propuseram um conjunto de instâncias para o problema. Os resultados obtidos pelo HHURVFH no PRVDFHB são comparados com os resultados obtidos pelo algoritmo denominado *Framework-2* de [Salhi *et al.*, 2013b] e estão descritos na Tabela 4.76.

Este conjunto de instâncias é composto de 36 problemas, nele o HHURVFH conseguiu melhorar a solução de 22 problemas e igualar ao resultado de 9 dos 12 problemas em que o ótimo é conhecido. Nos três problemas onde o ótimo é conhecido e o HHURVFH não alcançou o ótimo, o desvio obtido foi de no máximo 0,01%. Em dois problemas a diferença pode ser devido a erros de precisão nas operações em ponto flutuante.

Os valores médios das soluções do HHURVFH obtidos em 10 execuções, são melhores que o algoritmo desenvolvido em [Salhi *et al.*, 2013b] e possuem um desvio de -0,77%, em relação à melhor solução conhecida. O tempo computacional médio obtido nos testes também foi bastante inferior, sendo de apenas 5,06 segundos.

Tabela 4.76: Resultados do HHURVFH para o PRVDFHB

					Framework-2		HHURVFH					
					Salhi et al.							
					Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>	
Inst.	n	LH	BH	BKS	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)	
HWS1	20	10	10	720,57 <sup>a</sup>	726,48	0,61	<b>720,57</b>	0,00	<b>720,57</b>	0,12	0,00	
HWS2	20	13	7	818,12 <sup>a</sup>	<b>818,12</b>	1,09	<b>818,12</b>	0,00	<b>818,12</b>	0,14	0,00	
HWS3	20	16	4	848,23 <sup>a</sup>	848,59	1,64	848,32	0,01	848,32	0,10	0,01	
HWS4	20	10	10	4342,48 <sup>a</sup>	4350,65	0,91	<b>4342,48</b>	0,00	<b>4342,48</b>	0,12	0,00	
HWS5	20	13	7	5357,98 <sup>a</sup>	5366,39	2,75	5357,99	0,00	5361,47	0,12	0,07	
HWS6	20	16	4	5421,65 <sup>a</sup>	5875,23	3,44	<b>5421,65</b>	0,00	5560,13	0,14	2,55	
HWS7	20	10	10	729,50 <sup>a</sup>	767,93	0,58	<b>729,50</b>	0,00	<b>729,50</b>	0,14	0,00	
HWS8	20	13	7	838,11 <sup>a</sup>	872,97	1,39	<b>838,11</b>	0,00	838,20	0,16	0,01	
HWS9	20	16	4	890,76 <sup>a</sup>	903,18	2,09	<b>890,76</b>	0,00	<b>890,76</b>	0,13	0,00	
HWS10	20	10	10	4349,12 <sup>a</sup>	4365,44	0,88	4349,13	0,00	4349,13	0,12	0,00	
HWS11	20	13	7	5363,58 <sup>a</sup>	5414,50	2,72	<b>5363,58</b>	0,00	5380,38	0,15	0,31	
HWS12	20	16	4	5497,98 <sup>a</sup>	5928,78	4,94	<b>5497,98</b>	0,00	5751,82	0,15	4,62	
HWS13	50	25	25	1625,70	<b>1625,70</b>	17,88	<u>1590,47</u>	-2,17	<u>1593,28</u>	1,67	-1,99	
HWS14	50	33	17	1811,63	<b>1811,63</b>	26,19	<u>1771,53</u>	-2,21	<u>1778,19</u>	1,37	-1,85	
HWS15	50	40	10	2018,93	<b>2018,93</b>	38,42	<u>1999,05</u>	-0,98	<u>2004,69</u>	1,21	-0,71	
HWS16	50	25	25	5561,67	<b>5561,67</b>	330,34	<u>5551,19</u>	-0,19	<u>5551,34</u>	1,53	-0,19	
HWS17	50	33	17	6570,39	<b>6570,39</b>	996,55	<u>6547,93</u>	-0,34	<u>6547,93</u>	2,29	-0,34	
HWS18	50	40	10	7599,08	<b>7599,08</b>	1120,50	<u>7120,52</u>	-6,30	<u>7523,17</u>	2,86	-1,00	
HWS19	50	25	25	1704,41	<b>1704,41</b>	39,81	<u>1616,21</u>	-5,17	<u>1627,49</u>	1,46	-4,51	
HWS20	50	33	17	2037,23	<b>2037,23</b>	84,95	<u>2015,67</u>	-1,06	<u>2018,79</u>	2,32	-0,91	
HWS21	50	40	10	2340,09	<b>2340,09</b>	103,52	<u>2295,57</u>	-1,90	<u>2304,64</u>	2,67	-1,51	
HWS22	50	25	25	1774,71	<b>1774,71</b>	18,41	<u>1717,60</u>	-3,22	<u>1722,60</u>	1,79	-2,94	
HWS23	50	33	17	2166,52	<b>2166,52</b>	64,77	<u>2096,10</u>	-3,25	<u>2127,37</u>	1,93	-1,81	
HWS24	50	40	10	2430,88	<b>2430,88</b>	49,72	<u>2401,04</u>	-1,23	<u>2407,88</u>	1,39	-0,95	
HWS25	75	37	38	1332,02	<b>1332,02</b>	1006,28	<u>1285,86</u>	-3,47	<u>1292,21</u>	5,66	-2,99	
HWS26	75	50	25	1421,04	<b>1421,04</b>	1779,88	<u>1399,36</u>	-1,53	<u>1401,82</u>	5,19	-1,35	
HWS27	75	60	15	1534,65	<b>1534,65</b>	1996,59	<u>1513,10</u>	-1,40	<u>1524,69</u>	4,60	-0,65	
HWS28	75	37	38	1617,85	<b>1617,85</b>	1351,92	<u>1572,38</u>	-2,81	<u>1574,08</u>	5,24	-2,71	
HWS29	75	50	25	1799,76	<b>1799,76</b>	1513,30	<u>1760,95</u>	-2,16	<u>1761,04</u>	4,45	-2,15	
HWS30	75	60	15	1990,46	<b>1990,46</b>	2662,15	<u>1950,99</u>	-1,98	<u>1951,30</u>	3,80	-1,97	
HWS31	100	50	50	4943,29	5201,81	4257,41	4963,08	0,40	4966,57	12,66	0,47	
HWS32	100	66	34	6035,96	-	-	<u>5993,30</u>	-0,71	<u>5993,91</u>	36,35	-0,70	
HWS33	100	80	20	7601,09	-	-	<u>7097,81</u>	-6,62	<u>7330,43</u>	32,22	-3,56	
HWS34	100	50	50	2465,41	2646,52	2871,74	2494,95	1,20	2522,53	17,35	2,32	
HWS35	100	66	34	2971,98	<b>2971,98</b>	651,80	<u>2927,20</u>	-1,51	<u>2931,90</u>	15,01	-1,35	
HWS36	100	80	20	3533,90	<b>3533,90</b>	1729,30	<u>3450,73</u>	-2,35	<u>3458,24</u>	15,40	-2,14	
Média						668,66		-1,42		5,06	-0,77	

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções

### 4.3.8 Resultados do HHURVFH para o PRVSD

O PRVSD é uma variante bastante estudada na literatura. No entanto, para efeito de comparação dos resultados obtidos pelo HHURVFH, foram usados os algoritmos que apresentam os melhores resultados até então:

- ALNS 50k: [Pisinger & Røpke, 2007, PR07] ;
- ITS: [Cordeau & Maischberger, 2012, CM12].

Tabela 4.77: Resultados do HHURVFH para o PRVSD (Instâncias velhas)

Inst.	<i>n</i>	<i>t</i>	BKS	ALNS 50k		ITS		HHURVFH				
				PR07		CM12		Mel.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>
				Mel.	Tempo	Mel.	Tempo					
				Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
p01	55	3	640,32	<b>640,32</b>	0,41	<b>640,32</b>	–	<b>640,32</b>	0,00	640,53	1,00	0,03
p02	52	2	598,10	<b>598,10</b>	0,12	<b>598,10</b>	–	<b>598,10</b>	0,00	<b>598,10</b>	0,93	0,00
p03	80	3	954,32	957,04	0,64	<b>954,32</b>	–	<b>954,32</b>	0,00	956,37	4,26	0,22
p04	76	2	854,43	<b>854,43</b>	0,21	<b>854,43</b>	–	<b>854,43</b>	0,00	855,30	3,03	0,10
p05	103	3	1003,57	<b>1003,57</b>	0,55	<b>1003,57</b>	–	<b>1003,57</b>	0,00	1008,67	11,02	0,51
p06	104	2	1028,52	<b>1028,52</b>	0,40	<b>1028,52</b>	–	<b>1028,52</b>	0,00	1036,96	7,85	0,82
p07	27	3	391,30	<b>391,30</b>	0,00	<b>391,30</b>	–	<b>391,30</b>	0,00	<b>391,30</b>	0,11	0,00
p08	54	3	664,46	<b>664,46</b>	0,00	<b>664,46</b>	–	<b>664,46</b>	0,00	<b>664,46</b>	0,69	0,00
p09	81	3	948,23	<b>948,23</b>	1,38	<b>948,23</b>	–	<b>948,23</b>	0,00	<b>948,23</b>	4,19	0,00
p10	108	3	1218,75	<b>1218,75</b>	0,54	<b>1218,75</b>	–	<b>1218,75</b>	0,00	1231,41	11,21	1,04
p11	135	3	1448,17	1463,33	0,86	<b>1448,17</b>	–	1458,15	0,69	1490,19	43,47	2,90
p12	162	3	1665,55	1678,40	0,67	<b>1665,55</b>	–	1683,35	1,07	1724,72	48,08	3,55
p13	54	3	1194,18	<b>1194,18</b>	0,06	<b>1194,18</b>	–	<b>1194,18</b>	0,00	1196,12	0,93	0,16
p14	108	3	1959,96	1960,62	0,01	<b>1959,96</b>	–	<b>1959,96</b>	0,00	1960,90	7,59	0,05
p15	162	3	2685,09	<b>2685,09</b>	0,61	<b>2685,09</b>	–	<b>2685,09</b>	0,00	2701,85	33,21	0,62
p16	216	3	3393,55	3396,36	0,45	<b>3393,55</b>	–	3393,86	0,01	3431,81	83,85	1,13
p17	270	3	4066,15	4085,61	0,72	<b>4066,15</b>	–	4078,19	0,30	4147,14	260,77	1,99
p18	324	3	4751,27	4755,50	0,84	<b>4751,27</b>	–	4768,23	0,36	4910,04	505,80	3,34
p19	104	3	843,15	846,07	0,29	<b>843,15</b>	–	<b>843,15</b>	0,00	848,59	8,32	0,64
p20	156	3	1030,78	<b>1030,78</b>	1,10	<b>1030,78</b>	–	<b>1030,78</b>	0,00	1044,11	24,30	1,29
p21	209	3	1263,71	1271,75	0,89	<b>1263,71</b>	–	<b>1260,01</b>	-0,29	1278,05	61,59	1,13
p22	122	3	1008,71	<b>1008,71</b>	0,01	<b>1008,71</b>	–	<b>1008,71</b>	0,00	1009,09	14,02	0,04
p23	102	3	803,29	<b>803,29</b>	0,46	<b>803,29</b>	–	<b>803,29</b>	0,00	805,30	5,62	0,25
Média									0,09		87,84	0,86

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções

As instâncias utilizadas nos testes são descritas no trabalho de [Cordeau *et al.*, 2001] e são divididas em dois grupos. O primeiro denominado instâncias velhas não apresentam

tempo limite para rota, enquanto que os problemas do conjunto denominado instâncias novas possuem um limite de tempo máximo para as rotas.

A Tabela 4.77 apresentam os resultados nas instâncias velhas. Neste conjunto de 23 problemas o HHURVFH conseguiu encontrar 17 das melhores soluções conhecidas e ainda melhorar uma solução. O desvio médio das melhores soluções obtidas em relação as melhores soluções conhecidas foi de 0,09%.

Os resultados nas instâncias novas são descritos na Tabela 4.78. Neste conjunto de instâncias o resultado obtido pelo HHURVFH foi inferior aos resultados dos demais algoritmos, conseguindo igualar ao valor da solução de um problema e obtendo valores piores nos demais. O desvio médio das melhores soluções alcançadas foi de 0,75%. O que contribuiu para este valor foram, principalmente, os problemas pr11 e pr12 que possuem 1008 e 720 clientes, respectivamente. Nesses dois problemas o desvio foi de até 3,08%.

Tabela 4.78: Resultados do HHURVFH para o PRVSD (Instâncias novas)

				ALNS 50k		ITS		HHURVFH				
				PR07		CM12						
				Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>
Inst.	<i>n</i>	<i>t</i>	BKS	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
pr01	48	4	1380,77	<b>1380,77</b>	0,95	<b>1380,77</b>	–	<b>1380,77</b>	0,00	1408,22	0,62	1,99
pr02	96	4	2303,89	2311,54	0,82	<b>2303,89</b>	–	2307,16	0,14	2340,35	3,77	1,58
pr03	144	4	2575,36	2602,13	0,68	<b>2575,36</b>	–	2580,98	0,22	2601,34	15,89	1,01
pr04	192	4	3449,84	3474,01	0,45	<b>3449,84</b>	–	3458,07	0,24	3531,19	42,36	2,36
pr05	240	4	4377,35	4416,38	1,11	<b>4377,35</b>	–	4379,41	0,05	4481,48	77,01	2,38
pr06	288	4	4422,02	4444,52	0,47	<b>4422,02</b>	–	4451,34	0,66	4531,44	141,38	2,47
pr07	72	6	1889,82	<b>1889,82</b>	1,41	<b>1889,82</b>	–	1898,56	0,46	2023,44	1,86	7,07
pr08	144	6	2971,01	2977,50	1,05	<b>2971,01</b>	–	2973,26	0,08	3057,03	17,43	2,90
pr09	216	6	3536,20	<b>3536,20</b>	0,88	<b>3536,20</b>	–	3559,69	0,66	3624,11	64,06	2,49
pr10	288	6	4639,62	4648,76	0,57	<b>4639,62</b>	–	4663,38	0,51	4743,69	160,19	2,24
pr11	1008	4	12719,65	<b>12719,65</b>	0,72	12845,60	–	13091,91	2,93	13305,68	6775,12	4,61
pr12	720	6	9388,07	<b>9388,07</b>	0,53	9392,84	–	9677,36	3,08	9760,43	2634,29	3,97
Média									0,75		827,00	2,92

<sup>a</sup>: Média de 10 execuções

### 4.3.9 Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT

Conforme mencionado anteriormente o PRVDFHJT é um das variantes mais estudadas entre os PRVHF. Para facilitar a comparação dos resultados obtidos pelo HHURVFH, os algoritmos que possuem os melhores resultados foram selecionados, para os dois diferentes objetivos encontrados na literatura: (i) minimizar a duração da rota, ou seja, o tempo entre a partida do depósito e o retorno; (ii) minimizar a distância percorrida. Para os dois objetivos foram utilizadas as instâncias propostas por [Liu & Shen, 1999].

As Tabelas 4.79 – 4.81 apresentam os resultados para o objetivo (i) e os resultados obtidos são comparados com os algoritmos:

- SA: [Bräysy *et al.*, 2008, BDHMG08];
- PMA: [Repoussis & Tarantilis, 2010, RT10].

De acordo com os tabelas, o HHURVFH obteve um desempenho superior aos demais algoritmos tendo um médio das melhores soluções obtivas variando entre -0.15 e -0.09% e o desvio máximo em relação as soluções médias das 10 execuções do algoritmo foi de 0,36%. O tempo computacional gasto pelo algoritmo também foi inferior ao trabalho de [Bräysy *et al.*, 2008].

Para o objetivo (ii), os resultados encontrados pelo HHURVFH são apresentados nas Tabelas 4.82 – 4.84, onde são comparados com seguintes trabalhos:

- SA: [Bräysy *et al.*, 2008, BDHMG08];
- TA+GLS: [Bräysy *et al.*, 2009, BPDRT09]

O desempenho do HHURVFH no PRVDFHJT com o objetivo (ii) foi superior ao desempenho alcançado com o primeiro objetivo, chegando a um desvio obtido pelas melhores soluções de -1,02%, utilizando os veículos da frota B (Tabela 4.83). Com todas as três tipos de frota as soluções médias obtidas em 10 execuções foram, na média, melhores que as soluções da literatura, variando de -0,75 a -0,08%.

Tabela 4.79: Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota A)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		RT10		HHURVFH				
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
R101a	100	4536,40	4631,31	643,12	<b>4536,40</b>	—	4608,62	1,59	4616,92	62,56	1,77
R102a	100	4348,92	4401,30	858,04	<b>4348,92</b>	—	4368,70	0,45	4380,77	76,74	0,73
R103a	100	4119,04	4182,16	1031,34	<b>4119,04</b>	—	4144,96	0,63	4152,64	77,66	0,82
R104a	100	3981,28	<b>3981,28</b>	1339,93	3986,35	—	<b>3967,07</b>	-0,36	<b>3972,46</b>	71,20	-0,22
R105a	100	4229,67	4236,84	737,57	<b>4229,67</b>	—	<b>4204,87</b>	-0,59	<b>4222,45</b>	76,06	-0,17
R106a	100	4118,48	<b>4118,48</b>	970,66	4130,82	—	<b>4113,02</b>	-0,13	4126,11	83,81	0,19
R107a	100	4031,16	4035,96	1081,48	<b>4031,16</b>	—	<b>4009,92</b>	-0,53	<b>4017,07</b>	74,80	-0,35
R108a	100	3962,20	3970,26	1507,55	<b>3962,20</b>	—	<b>3938,48</b>	-0,60	<b>3947,03</b>	69,74	-0,38
R109a	100	4052,21	4060,17	897,02	<b>4052,21</b>	—	<b>4030,70</b>	-0,53	<b>4035,79</b>	78,58	-0,41
R110a	100	3995,18	<b>3995,18</b>	1017,43	3999,09	—	<b>3963,80</b>	-0,79	3973,92	75,62	-0,53
R111a	100	4016,19	4017,81	1099,68	<b>4016,19</b>	—	<b>3984,92</b>	-0,78	<b>3999,81</b>	83,57	-0,41
R112a	100	3947,30	<b>3947,30</b>	1218,13	3954,65	—	<b>3922,03</b>	-0,64	<b>3928,34</b>	67,77	-0,48
C101a	100	7226,51	<b>7226,51</b>	705,33	<b>7226,51</b>	—	<b>7226,51</b>	0,00	7231,05	83,95	0,06
C102a	100	7119,35	<b>7119,35</b>	958,06	7137,79	—	<b>7119,35</b>	0,00	7119,35	90,42	0,00
C103a	100	7107,01	<b>7107,01</b>	1269,01	7141,03	—	<b>7102,86</b>	-0,06	<b>7103,02</b>	86,13	-0,06
C104a	100	7081,50	<b>7081,50</b>	223,5	7086,70	—	7081,51	0,00	7081,51	73,36	0,00
C105a	100	7169,08	7199,36	741,5	<b>7169,08</b>	—	7196,06	0,38	7196,39	98,76	0,38
C106a	100	7157,13	7180,03	816,51	<b>7157,13</b>	—	7176,68	0,27	7180,15	98,72	0,32
C107a	100	7135,38	7149,17	890,25	<b>7135,38</b>	—	7144,49	0,13	7144,53	97,32	0,13
C108a	100	7113,57	7115,81	1007,53	7113,57	—	<b>7111,23</b>	-0,03	<b>7111,23</b>	87,48	-0,03
C109a	100	7092,49	7094,65	1261,05	<b>7092,49</b>	—	<b>7091,66</b>	-0,01	<b>7091,66</b>	82,51	-0,01
RC101a	100	5237,19	5253,97	602,77	<b>5237,19</b>	—	<b>5217,90</b>	-0,37	<b>5229,74</b>	60,78	-0,14
RC102a	100	5053,48	5059,58	649,66	5053,62	—	<b>5033,34</b>	-0,40	<b>5048,48</b>	65,84	-0,10
RC103a	100	4868,94	<b>4868,94</b>	661,31	4885,58	—	<b>4849,69</b>	-0,40	<b>4864,10</b>	66,36	-0,10
RC104a	100	4761,28	4762,85	802,62	<b>4761,28</b>	—	<b>4746,31</b>	-0,31	<b>4749,12</b>	54,79	-0,26
RC105a	100	5110,86	5119,80	612,66	<b>5110,86</b>	—	<b>5107,06</b>	-0,07	5116,34	69,04	0,11
RC106a	100	4960,78	<b>4960,78</b>	634,58	4966,27	—	<b>4928,60</b>	-0,65	<b>4946,41</b>	65,98	-0,29
RC107a	100	4819,91	4828,17	698,04	<b>4819,91</b>	—	<b>4799,99</b>	-0,41	<b>4809,81</b>	59,55	-0,21
RC108a	100	4734,15	<b>4734,15</b>	699,25	4749,44	—	<b>4716,23</b>	-0,38	<b>4727,38</b>	49,86	-0,14
R201a	100	3753,42	3922,00	291,78	<b>3753,42</b>	—	3787,55	0,91	3838,10	265,18	2,26
R202a	100	3551,12	3610,38	416,98	<b>3551,12</b>	—	<b>3540,59</b>	-0,30	3562,54	296,59	0,32
R203a	100	3334,08	3350,18	661	3336,60	—	<b>3316,17</b>	-0,54	<b>3318,93</b>	288,84	-0,45
R204a	100	3103,84	3390,14	1288,83	<b>3103,84</b>	—	<b>3077,75</b>	-0,84	<b>3080,94</b>	209,54	-0,74
R205a	100	3367,90	3465,81	437,57	<b>3367,90</b>	—	<b>3343,87</b>	-0,71	<b>3362,88</b>	217,03	-0,15
R206a	100	3264,70	3268,36	732,75	<b>3264,70</b>	—	<b>3242,40</b>	-0,68	<b>3259,19</b>	226,03	-0,17
R207a	100	3158,69	3231,26	122,8	<b>3158,69</b>	—	<b>3148,54</b>	-0,32	<b>3158,42</b>	210,45	-0,01
R208a	100	3056,45	3063,10	1575,85	<b>3056,45</b>	—	<b>3017,12</b>	-1,29	<b>3021,98</b>	181,73	-1,13
R209a	100	3191,63	3192,95	408,94	3194,74	—	<b>3184,81</b>	-0,21	<b>3191,05</b>	174,30	-0,02
R210a	100	3325,28	3375,38	542,75	<b>3325,28</b>	—	<b>3294,44</b>	-0,93	<b>3302,38</b>	219,78	-0,69
R211a	100	3042,48	<b>3042,48</b>	738,59	3053,08	—	<b>3019,93</b>	-0,74	<b>3022,14</b>	155,30	-0,67
C201a	100	5820,78	5891,45	273,39	5820,78	—	5878,54	0,99	5897,33	272,09	1,32
C202a	100	5779,59	5850,26	354,87	5783,76	—	<b>5776,88</b>	-0,05	<b>5776,88</b>	242,04	-0,05
C203a	100	5736,94	5741,90	607,5	5736,94	—	5741,12	0,07	5742,71	196,11	0,10
C204a	100	5691,51	<b>5691,51</b>	999,57	5718,49	—	<b>5680,46</b>	-0,19	<b>5680,46</b>	180,73	-0,19
C205a	100	5747,67	5786,71	286,5	<b>5747,67</b>	—	5781,15	0,58	5789,29	254,67	0,72
C206a	100	5738,09	5795,15	312,76	<b>5738,09</b>	—	5767,70	0,52	5771,59	213,11	0,58
C207a	100	5721,16	5743,52	453,15	<b>5721,16</b>	—	5731,44	0,18	5732,97	203,22	0,21
C208a	100	5732,95	5884,20	435,09	<b>5732,95</b>	—	<b>5725,03</b>	-0,14	<b>5727,22</b>	171,01	-0,10
RC201a	100	4701,88	4740,21	1060,19	<b>4701,88</b>	—	4737,59	0,76	4747,24	107,41	0,96
RC202a	100	4509,11	4522,36	1083,59	<b>4509,11</b>	—	<b>4487,49</b>	-0,48	<b>4487,60</b>	125,10	-0,48
RC203a	100	4312,52	4312,52	1026,7	4313,42	—	<b>4305,54</b>	-0,16	4315,52	137,39	0,07
RC204a	100	4141,04	<b>4141,04</b>	1424,48	4157,32	—	<b>4138,76</b>	-0,06	4143,55	123,81	0,06
RC205a	100	4585,20	4652,57	1067,91	<b>4585,20</b>	—	4615,40	0,66	4634,25	125,16	1,07
RC206a	100	4416,95	4431,64	967,28	4427,73	—	<b>4405,16</b>	-0,27	4420,53	116,34	0,08
RC207a	100	4310,11	<b>4310,11</b>	134,8	4313,07	—	<b>4298,57</b>	-0,27	<b>4303,11</b>	123,14	-0,16
RC208a	100	4091,92	<b>4091,92</b>	824,19	4103,31	—	<b>4075,04</b>	-0,41	<b>4075,96</b>	112,59	-0,39
Média				788,67				-0,15		131,03	0,05

<sup>a</sup>: média de 10 execuções



Tabela 4.80: Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota B)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		RT10		HHURVFH				
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>
			Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
R101b	100	2421,19	2486,76	603,43	<b>2421,19</b>	–	2486,77	2,71	2494,10	54,59	3,01
R102b	100	2209,50	2227,48	698,14	<b>2209,50</b>	–	2222,15	0,57	2226,88	59,11	0,79
R103b	100	1938,93	<b>1938,93</b>	691,77	1953,50	–	<b>1937,42</b>	-0,08	1943,00	65,34	0,21
R104b	100	1713,36	1714,73	748,64	1713,36	–	<b>1700,87</b>	-0,73	1713,28	64,91	0,00
R105b	100	2027,98	2027,98	620,73	2030,83	–	<b>2017,56</b>	-0,51	<b>2024,55</b>	62,85	-0,17
R106b	100	1919,02	1919,03	691,38	<b>1919,02</b>	–	<b>1917,14</b>	-0,10	1919,06	70,43	0,00
R107b	100	1780,52	1789,58	659,61	<b>1780,52</b>	–	<b>1776,38</b>	-0,23	1789,19	66,17	0,49
R108b	100	1649,24	<b>1649,24</b>	682,57	1665,78	–	1655,11	0,36	1666,66	62,72	1,06
R109b	100	1828,63	<b>1828,63</b>	697,90	1840,54	–	<b>1826,80</b>	-0,10	1830,49	64,65	0,10
R110b	100	1774,46	<b>1774,46</b>	741,36	1788,18	–	<b>1773,95</b>	-0,03	1779,08	76,23	0,26
R111b	100	1769,71	<b>1769,71</b>	692,17	1772,51	–	<b>1765,43</b>	-0,24	1774,43	77,31	0,27
R112b	100	1667,00	1669,78	723,03	<b>1667,00</b>	–	<b>1661,97</b>	-0,30	1672,61	58,08	0,34
C101b	100	2417,52	<b>2417,52</b>	493,51	<b>2417,52</b>	–	<b>2417,52</b>	0,00	<b>2417,52</b>	50,16	0,00
C102b	100	2350,54	2350,55	636,75	<b>2350,54</b>	–	<b>2350,54</b>	0,00	2350,54	70,56	0,00
C103b	100	2347,99	2353,64	776,11	2347,99	–	<b>2345,31</b>	-0,11	<b>2345,31</b>	72,54	-0,11
C104b	100	2325,78	2328,62	130,50	<b>2325,78</b>	–	2327,84	0,09	2327,98	77,14	0,09
C105b	100	2373,53	<b>2373,53</b>	549,28	2375,04	–	<b>2373,53</b>	0,00	2377,74	67,68	0,18
C106b	100	2381,14	2404,56	535,98	<b>2381,14</b>	–	2386,03	0,21	2390,56	66,59	0,40
C107b	100	2357,52	2370,01	64,50	2357,67	–	2364,21	0,28	2366,44	72,71	0,38
C108b	100	2346,38	<b>2346,38</b>	687,65	<b>2346,38</b>	–	<b>2346,38</b>	0,00	2347,66	68,35	0,05
C109b	100	2336,29	2339,89	725,84	<b>2336,29</b>	–	<b>2336,29</b>	0,00	<b>2336,29</b>	90,44	0,00
RC101b	100	2462,60	2462,60	537,90	2464,66	–	<b>2456,10</b>	-0,26	2463,85	61,82	0,05
RC102b	100	2263,45	<b>2263,45</b>	564,36	2272,68	–	<b>2259,25</b>	-0,19	2267,13	61,31	0,16
RC103b	100	2035,62	2035,62	500,42	2041,24	–	<b>2030,05</b>	-0,27	<b>2033,73</b>	63,29	-0,09
RC104b	100	1905,06	<b>1905,06</b>	533,06	1916,85	–	<b>1901,04</b>	-0,21	1923,40	61,79	0,96
RC105b	100	2308,59	<b>2308,59</b>	562,33	2325,99	–	2329,14	0,89	2332,74	60,53	1,05
RC106b	100	2149,56	<b>2149,56</b>	531,52	2160,45	–	<b>2140,94</b>	-0,40	2151,26	64,45	0,08
RC107b	100	2000,77	<b>2000,77</b>	529,29	2003,26	–	<b>1989,34</b>	-0,57	<b>1998,37</b>	60,63	-0,12
RC108b	100	1906,69	1910,83	50,40	1908,72	–	<b>1898,96</b>	-0,41	1908,89	54,64	0,12
R201b	100	1953,42	2002,53	315,63	<b>1953,42</b>	–	1980,60	1,39	1989,18	217,75	1,83
R202b	100	1751,12	1790,38	426,50	<b>1751,12</b>	–	<b>1743,82</b>	-0,42	1775,69	258,74	1,40
R203b	100	1535,08	1541,19	671,04	1536,60	–	<b>1515,23</b>	-1,29	<b>1518,66</b>	254,01	-1,07
R204b	100	1284,33	1284,33	818,69	1303,84	–	<b>1275,95</b>	-0,65	<b>1279,16</b>	190,43	-0,40
R205b	100	1560,07	1563,62	340,28	1560,07	–	<b>1542,47</b>	-1,13	<b>1566,91</b>	196,58	0,44
R206b	100	1464,53	1464,53	642,34	1464,70	–	<b>1453,71</b>	-0,74	1465,98	193,67	0,10
R207b	100	1358,69	1380,41	753,77	1358,69	–	<b>1347,19</b>	-0,85	1363,95	191,66	0,39
R208b	100	1244,74	1244,74	1060,49	1256,45	–	<b>1217,12</b>	-2,22	<b>1220,92</b>	168,08	-1,91
R209b	100	1394,74	1431,37	409,48	1394,74	–	<b>1384,81</b>	-0,71	<b>1392,86</b>	170,63	-0,13
R210b	100	1516,66	1516,66	447,06	1525,28	–	<b>1492,12</b>	-1,62	<b>1507,17</b>	205,78	-0,63
R211b	100	1253,08	1255,06	645,18	1253,08	–	<b>1219,93</b>	-2,65	<b>1226,01</b>	152,18	-2,16
C201b	100	1816,14	1820,64	265,25	<b>1816,14</b>	–	1820,64	0,25	1820,64	194,23	0,25
C202b	100	1768,51	1795,40	319,17	<b>1768,51</b>	–	<b>1768,51</b>	0,00	1778,44	173,71	0,56
C203b	100	1733,63	<b>1733,63</b>	495,83	1734,82	–	<b>1733,63</b>	0,00	<b>1733,63</b>	159,40	0,00
C204b	100	1708,69	1708,69	805,22	1716,18	–	<b>1680,46</b>	-1,65	<b>1680,46</b>	164,82	-1,65
C205b	100	1747,68	1782,74	219,45	<b>1747,68</b>	–	1778,30	1,75	1784,42	193,49	2,10
C206b	100	1756,01	1772,87	341,49	<b>1756,01</b>	–	1767,70	0,67	1776,92	178,08	1,19
C207b	100	1729,39	1729,49	463,39	<b>1729,39</b>	–	1729,49	0,01	1733,41	167,76	0,23
C208b	100	1723,20	1724,20	412,43	<b>1723,20</b>	–	1724,20	0,06	1724,20	167,91	0,06
RC201b	100	2230,54	2343,79	484,74	<b>2230,54</b>	–	2331,14	4,51	2345,62	124,50	5,16
RC202b	100	2002,62	2091,53	517,27	2022,15	–	2057,66	2,75	2078,10	144,73	3,77
RC203b	100	1841,26	1852,74	636,29	1841,26	–	<b>1830,44</b>	-0,59	1850,18	165,10	0,48
RC204b	100	1565,31	1565,31	907,20	1575,18	–	<b>1555,75</b>	-0,61	<b>1560,82</b>	146,18	-0,29
RC205b	100	2166,62	2195,75	476,09	<b>2166,62</b>	–	2174,74	0,37	2196,93	144,16	1,40
RC206b	100	1887,23	1923,56	483,45	1893,13	–	<b>1883,65</b>	-0,19	1893,31	137,08	0,32
RC207b	100	1743,23	1745,85	51,70	1743,23	–	<b>1717,95</b>	-1,45	<b>1733,55</b>	145,40	-0,56
RC208b	100	1488,19	1488,19	582,83	1526,78	–	<b>1483,20</b>	-0,34	<b>1487,17</b>	141,23	-0,07
Média				547,36				-0,09		118,83	0,36

<sup>a</sup>: média de 10 execuções

Tabela 4.81: Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar duração, frota C)

			BDHMG08		RT10		HHURVFH				
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>
Inst.	n	BKS	Sol.	(s)	Sol.	(s)	Sol.	(%)		(s)	(%)
R101c	100	2134,90	2199,78	561,04	<b>2134,90</b>	–	2199,79	3,04	2200,87	54,19	3,09
R102c	100	1913,37	1925,55	711,58	<b>1913,37</b>	–	1925,56	0,64	1927,82	62,85	0,76
R103c	100	1609,94	<b>1609,94</b>	674,31	1631,47	–	1615,38	0,34	1619,49	67,40	0,59
R104c	100	1370,84	<b>1370,84</b>	621,75	1377,81	–	<b>1363,26</b>	-0,55	1373,84	66,13	0,22
R105c	100	1722,05	<b>1722,05</b>	620,04	1729,57	–	<b>1722,05</b>	0,00	1724,62	62,42	0,15
R106c	100	1602,87	<b>1602,87</b>	657,92	1607,96	–	<b>1599,04</b>	-0,24	1605,26	69,50	0,15
R107c	100	1452,52	1456,02	648,14	<b>1452,52</b>	–	<b>1442,97</b>	-0,66	1458,92	70,03	0,44
R108c	100	1330,28	1336,28	631,49	<b>1330,28</b>	–	<b>1317,43</b>	-0,97	1333,87	62,38	0,27
R109c	100	1507,77	<b>1507,77</b>	651,05	1519,37	–	<b>1506,59</b>	-0,08	1511,26	68,29	0,23
R110c	100	1446,41	<b>1446,41</b>	646,13	1457,43	–	<b>1443,33</b>	-0,21	1457,89	76,92	0,79
R111c	100	1443,34	1447,88	654,11	<b>1443,34</b>	–	<b>1433,94</b>	-0,65	1446,79	71,60	0,24
R112c	100	1335,41	<b>1335,41</b>	638,08	1339,44	–	<b>1332,30</b>	-0,23	1348,10	64,85	0,95
C101c	100	1628,31	<b>1628,31</b>	452,26	1628,94	–	1628,94	0,04	1628,94	49,98	0,04
C102c	100	1610,96	<b>1610,96</b>	524,03	<b>1610,96</b>	–	<b>1610,96</b>	0,00	<b>1610,96</b>	63,04	0,00
C103c	100	1607,14	1619,68	569,83	<b>1607,14</b>	–	<b>1607,14</b>	0,00	<b>1607,14</b>	61,19	0,00
C104c	100	1598,50	1613,96	689,09	<b>1598,50</b>	–	1599,90	0,09	1599,90	62,97	0,09
C105c	100	1628,38	<b>1628,38</b>	463,49	1628,94	–	1628,94	0,03	1628,94	61,15	0,03
C106c	100	1628,94	<b>1628,94</b>	494,57	<b>1628,94</b>	–	<b>1628,94</b>	0,00	<b>1628,94</b>	56,94	0,00
C107c	100	1628,38	<b>1628,38</b>	490,64	1628,94	–	1628,94	0,03	1628,94	59,20	0,03
C108c	100	1622,89	<b>1622,89</b>	536,95	<b>1622,89</b>	–	<b>1622,89</b>	0,00	1627,13	58,86	0,26
C109c	100	1614,99	<b>1614,99</b>	621,21	<b>1614,99</b>	–	<b>1614,99</b>	0,00	1615,95	64,59	0,06
RC101c	100	2084,48	<b>2084,48</b>	510,68	2089,37	–	<b>2082,95</b>	-0,07	2086,57	60,68	0,10
RC102c	100	1895,92	<b>1895,92</b>	532,98	1906,68	–	<b>1895,56</b>	-0,02	1901,70	63,18	0,31
RC103c	100	1660,62	<b>1660,62</b>	537,59	1666,24	–	<b>1650,30</b>	-0,62	1666,02	62,18	0,33
RC104c	100	1537,09	<b>1537,09</b>	503,57	1540,13	–	<b>1526,04</b>	-0,72	1551,14	62,96	0,91
RC105c	100	1953,99	1957,52	546,24	<b>1953,99</b>	–	1957,14	0,16	1958,54	59,19	0,23
RC106c	100	1776,08	<b>1776,08</b>	522,49	1787,69	–	<b>1776,08</b>	0,00	1779,00	64,65	0,16
RC107c	100	1614,04	<b>1614,04</b>	508,38	1622,90	–	<b>1611,78</b>	-0,14	1621,73	59,76	0,48
RC108c	100	1531,69	1535,14	47,90	<b>1531,69</b>	–	<b>1523,96</b>	-0,50	<b>1526,00</b>	57,50	-0,37
R201c	100	1728,42	1729,92	285,14	<b>1728,42</b>	–	<b>1716,02</b>	-0,72	<b>1720,65</b>	200,64	-0,45
R202c	100	1527,92	1537,35	388,01	<b>1527,92</b>	–	<b>1525,53</b>	-0,16	1538,45	234,26	0,69
R203c	100	1308,70	<b>1308,70</b>	487,80	1311,60	–	<b>1295,77</b>	-0,99	<b>1299,05</b>	265,29	-0,74
R204c	100	1062,46	<b>1062,46</b>	84,60	1085,71	–	<b>1053,23</b>	-0,87	<b>1057,23</b>	191,71	-0,49
R205c	100	1311,84	<b>1311,84</b>	376,14	1335,07	–	<b>1309,27</b>	-0,20	1317,49	183,91	0,43
R206c	100	1239,70	1251,51	506,00	<b>1239,70</b>	–	<b>1223,07</b>	-1,34	<b>1234,31</b>	180,06	-0,43
R207c	100	1139,61	1149,23	75,30	<b>1139,61</b>	–	<b>1128,29</b>	-0,99	<b>1138,74</b>	200,02	-0,08
R208c	100	1009,26	<b>1009,26</b>	1030,88	1022,11	–	<b>994,34</b>	-1,48	<b>1001,43</b>	182,91	-0,78
R209c	100	1171,41	1178,45	356,59	<b>1171,41</b>	–	<b>1163,35</b>	-0,69	<b>1170,17</b>	170,64	-0,11
R210c	100	1281,08	1289,35	60,40	<b>1281,08</b>	–	<b>1267,42</b>	-1,07	<b>1273,52</b>	201,05	-0,59
R211c	100	1013,84	<b>1013,84</b>	503,53	1028,08	–	<b>994,93</b>	-1,87	<b>1000,99</b>	156,78	-1,27
C201c	100	1269,41	<b>1269,41</b>	294,06	<b>1269,41</b>	–	<b>1269,41</b>	0,00	1277,27	176,97	0,62
C202c	100	1242,66	<b>1242,66</b>	385,70	1244,54	–	<b>1239,54</b>	-0,25	<b>1242,29</b>	165,61	-0,03
C203c	100	1193,63	<b>1193,63</b>	545,41	1203,42	–	<b>1193,63</b>	0,00	<b>1193,63</b>	148,25	0,00
C204c	100	1176,52	<b>1176,52</b>	699,99	1188,18	–	<b>1176,52</b>	0,00	<b>1176,52</b>	161,86	0,00
C205c	100	1239,60	1245,62	257,63	<b>1239,60</b>	–	<b>1245,62</b>	0,49	1246,11	180,04	0,53
C206c	100	1229,23	1245,05	218,46	<b>1229,23</b>	–	1238,30	0,74	1241,36	163,15	0,99
C207c	100	1213,07	1215,42	364,41	<b>1213,07</b>	–	<b>1209,49</b>	-0,30	1214,57	158,96	0,12
C208c	100	1204,20	<b>1204,20</b>	511,73	1205,18	–	<b>1204,20</b>	0,00	<b>1204,20</b>	158,52	0,00
RC201c	100	1915,42	2004,53	482,50	<b>1915,42</b>	–	1996,79	4,25	2010,99	127,73	4,99
RC202c	100	1677,62	1766,52	447,38	<b>1677,62</b>	–	1732,66	3,28	1753,28	150,22	4,51
RC203c	100	1504,35	1517,98	533,34	<b>1504,35</b>	–	<b>1499,54</b>	-0,32	1515,94	168,38	0,77
RC204c	100	1238,66	<b>1238,66</b>	921,41	1241,45	–	<b>1220,75</b>	-1,45	<b>1229,53</b>	146,27	-0,74
RC205c	100	1822,07	1854,22	430,21	<b>1822,07</b>	–	1844,74	1,24	1866,61	161,43	2,44
RC206c	100	1586,61	1590,22	51,50	<b>1586,61</b>	–	<b>1558,08</b>	-1,80	<b>1572,54</b>	138,66	-0,89
RC207c	100	1396,16	<b>1396,16</b>	423,11	1406,26	–	<b>1388,98</b>	-0,51	1397,03	153,97	0,06
RC208c	100	1145,84	<b>1145,84</b>	483,81	1175,23	–	<b>1140,10</b>	-0,50	1148,27	143,06	0,21
Média				490,58				-0,12		115,98	0,36

<sup>a</sup>: média de 10 execuções

Tabela 4.82: Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota A)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		BPDR09		HHURVFH				
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
R101a	100	4342,72	4349,80	194,11	<b>4342,72</b>	3,36	<b>4314,38</b>	-0,65	<b>4326,11</b>	120,48	-0,38
R102a	100	4182,47	4196,46	252,59	4189,21	4,17	<b>4166,28</b>	-0,39	<b>4181,25</b>	124,45	-0,03
R103a	100	4051,62	4052,85	279,28	<b>4051,62</b>	3,81	<b>4024,14</b>	-0,68	<b>4038,85</b>	134,79	-0,32
R104a	100	3972,65	3973,48	384,38	<b>3972,65</b>	4,01	<b>3936,55</b>	-0,91	<b>3948,00</b>	113,83	-0,62
R105a	100	4152,50	4161,72	228,27	<b>4152,50</b>	3,64	<b>4122,50</b>	-0,72	<b>4133,06</b>	131,61	-0,47
R106a	100	4085,07	4095,20	281,88	4085,30	3,70	<b>4050,17</b>	-0,85	<b>4059,07</b>	127,47	-0,64
R107a	100	3996,74	4006,61	308,63	<b>3996,74</b>	3,94	<b>3977,01</b>	-0,49	<b>3989,23</b>	125,99	-0,19
R108a	100	3949,50	3961,38	416,03	<b>3949,50</b>	3,78	<b>3928,12</b>	-0,54	<b>3935,45</b>	108,28	-0,36
R109a	100	4035,89	4048,29	281,28	<b>4035,89</b>	3,84	<b>4016,03</b>	-0,49	<b>4023,46</b>	128,00	-0,31
R110a	100	3991,63	3997,88	322,82	<b>3991,63</b>	3,81	<b>3961,68</b>	-0,75	<b>3965,89</b>	114,65	-0,64
R111a	100	4008,88	4011,63	316,33	4009,61	3,89	<b>3971,90</b>	-0,92	<b>3989,84</b>	127,58	-0,48
R112a	100	3954,19	3962,73	395,40	<b>3954,19</b>	3,87	<b>3917,88</b>	-0,92	<b>3927,20</b>	105,96	-0,68
C101a	100	7097,13	7098,04	220,22	7097,93	3,09	<b>7093,45</b>	-0,05	<b>7093,59</b>	167,56	-0,05
C102a	100	7085,47	7086,11	308,50	<b>7085,47</b>	3,66	<b>7080,17</b>	-0,07	<b>7080,17</b>	134,68	-0,07
C103a	100	7080,35	<b>7080,35</b>	406,47	7080,41	3,67	<b>7079,21</b>	-0,02	<b>7079,21</b>	119,00	-0,02
C104a	100	7075,06	7076,90	586,88	<b>7075,06</b>	3,45	<b>7075,06</b>	0,00	<b>7075,06</b>	101,36	0,00
C105a	100	7095,13	7096,19	248,87	7096,22	3,15	<b>7093,45</b>	-0,02	<b>7093,60</b>	154,47	-0,02
C106a	100	7086,91	<b>7086,91</b>	270,98	7088,35	3,63	<b>7083,87</b>	-0,04	<b>7083,87</b>	140,25	-0,04
C107a	100	7084,92	<b>7084,92</b>	326,38	7090,91	3,17	<b>7084,61</b>	0,00	<b>7084,61</b>	142,94	0,00
C108a	100	7081,18	7082,49	345,11	<b>7081,18</b>	3,72	<b>7079,66</b>	-0,02	<b>7079,66</b>	124,35	-0,02
C109a	100	7077,68	7078,13	464,60	<b>7077,68</b>	3,94	<b>7077,30</b>	-0,01	<b>7077,30</b>	107,98	-0,01
RC101a	100	5168,23	5180,74	180,31	<b>5168,23</b>	2,99	<b>5150,86</b>	-0,34	<b>5160,03</b>	121,21	-0,16
RC102a	100	5025,22	5029,59	194,63	<b>5025,22</b>	3,59	<b>4974,82</b>	-1,00	<b>4999,64</b>	122,10	-0,51
RC103a	100	4888,53	4895,57	191,99	<b>4888,53</b>	3,56	<b>4804,61</b>	-1,72	<b>4837,40</b>	122,75	-1,05
RC104a	100	4747,38	4760,56	211,76	<b>4747,38</b>	3,49	<b>4721,44</b>	-0,55	<b>4734,77</b>	94,74	-0,27
RC105a	100	5060,37	<b>5060,37</b>	182,90	5068,54	3,17	<b>5036,50</b>	-0,47	<b>5047,72</b>	119,73	-0,25
RC106a	100	4972,11	4997,86	206,34	<b>4972,11</b>	3,41	<b>4921,13</b>	-1,03	<b>4941,27</b>	118,48	-0,62
RC107a	100	4861,04	4865,76	175,71	<b>4861,04</b>	3,53	<b>4787,59</b>	-1,51	<b>4807,65</b>	107,49	-1,10
RC108a	100	4753,12	4765,37	212,41	<b>4753,12</b>	3,45	<b>4711,31</b>	-0,88	<b>4726,02</b>	86,50	-0,57
R201a	100	3484,95	<b>3484,95</b>	105,84	3530,24	3,32	<b>3446,78</b>	-1,10	<b>3452,08</b>	320,01	-0,94
R202a	100	3335,61	3335,74	139,37	<b>3335,61</b>	3,16	<b>3308,16</b>	-0,82	<b>3313,28</b>	342,72	-0,67
R203a	100	3162,84	3173,95	180,17	3164,03	2,32	<b>3141,09</b>	-0,69	<b>3143,21</b>	321,32	-0,62
R204a	100	3029,83	3065,15	288,27	<b>3029,83</b>	2,79	<b>3018,14</b>	-0,39	<b>3019,95</b>	296,69	-0,33
R205a	100	3252,43	3277,69	118,94	3261,19	4,12	<b>3218,97</b>	-1,03	<b>3228,75</b>	305,08	-0,73
R206a	100	3165,85	3173,30	194,88	<b>3165,85</b>	3,01	<b>3147,41</b>	-0,58	<b>3155,39</b>	325,90	-0,33
R207a	100	3100,64	3136,47	237,33	3102,79	2,30	<b>3077,58</b>	-0,74	<b>3082,82</b>	313,42	-0,57
R208a	100	3009,13	3050,00	328,48	<b>3009,13</b>	2,56	<b>2997,24</b>	-0,40	<b>2999,97</b>	282,11	-0,30
R209a	100	3141,17	3155,73	154,47	3155,60	3,03	<b>3122,42</b>	-0,60	<b>3129,93</b>	301,95	-0,36
R210a	100	3206,09	3219,23	169,97	<b>3206,09</b>	2,40	<b>3174,31</b>	-0,99	<b>3181,35</b>	331,93	-0,77
R211a	100	3026,02	3055,04	219,44	<b>3026,02</b>	3,31	<b>3019,93</b>	-0,20	<b>3022,78</b>	285,35	-0,11
C201a	100	5695,02	5701,45	85,10	5700,87	2,61	<b>5695,02</b>	0,00	<b>5695,02</b>	345,40	0,00
C202a	100	5687,07	5689,70	97,82	5689,70	2,70	<b>5685,24</b>	-0,03	<b>5685,24</b>	287,90	-0,03
C203a	100	5681,55	5685,82	132,82	<b>5681,55</b>	2,47	<b>5681,55</b>	0,00	5681,79	271,20	0,00
C204a	100	5677,66	5690,30	253,04	5677,69	2,18	<b>5677,66</b>	0,00	5677,88	281,35	0,00
C205a	100	5691,70	<b>5691,70</b>	87,42	<b>5691,70</b>	2,63	<b>5691,36</b>	-0,01	<b>5691,36</b>	300,58	-0,01
C206a	100	5691,70	<b>5691,70</b>	85,86	<b>5691,70</b>	2,32	<b>5689,32</b>	-0,04	<b>5689,32</b>	270,71	-0,04
C207a	100	5689,82	<b>5689,82</b>	103,78	5692,36	2,21	<b>5687,35</b>	-0,04	<b>5687,35</b>	294,10	-0,04
C208a	100	5686,50	<b>5686,50</b>	120,80	5689,59	2,93	<b>5686,50</b>	0,00	<b>5686,50</b>	265,14	0,00
RC201a	100	4398,21	4407,68	328,66	4404,07	3,41	<b>4374,09</b>	-0,55	<b>4380,07</b>	193,35	-0,41
RC202a	100	4266,96	4277,67	344,08	<b>4266,96</b>	3,30	<b>4244,63</b>	-0,52	<b>4246,90</b>	203,69	-0,47
RC203a	100	4185,70	4204,85	317,52	4189,94	3,24	<b>4170,17</b>	-0,37	<b>4177,62</b>	196,96	-0,19
RC204a	100	4098,34	4109,86	257,21	<b>4098,34</b>	3,22	<b>4087,11</b>	-0,27	<b>4094,04</b>	171,97	-0,10
RC205a	100	4304,52	4329,96	305,73	<b>4304,52</b>	3,41	<b>4291,93</b>	-0,29	<b>4294,56</b>	197,21	-0,23
RC206a	100	4272,08	<b>4272,08</b>	298,96	4272,82	3,68	<b>4251,88</b>	-0,47	<b>4257,78</b>	207,92	-0,33
RC207a	100	4213,66	4232,81	281,88	4219,52	3,19	<b>4185,98</b>	-0,66	<b>4188,14</b>	192,60	-0,61
RC208a	100	4082,58	4095,71	235,06	4093,83	3,00	<b>4075,04</b>	-0,18	<b>4077,57</b>	166,98	-0,12
Média				247,64		3,27		-0,48		193,25	-0,32

<sup>a</sup>: média de 10 execuções

Tabela 4.83: Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota B)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		HHURVFH				
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
R101b	100	2226,94	<b>2226,94</b>	180,82	2228,67	0,08	2229,99	67,06	0,14
R102b	100	2071,90	<b>2071,90</b>	211,76	<b>2071,90</b>	0,00	2073,92	71,71	0,10
R103b	100	1857,22	<b>1857,22</b>	223,51	<b>1855,74</b>	-0,08	1858,24	72,87	0,05
R104b	100	1707,31	<b>1707,31</b>	239,07	<b>1685,49</b>	-1,28	<b>1691,53</b>	65,13	-0,92
R105b	100	1995,07	<b>1995,07</b>	181,83	<b>1991,65</b>	-0,17	<b>1993,08</b>	69,28	-0,10
R106b	100	1903,95	<b>1903,95</b>	226,48	<b>1890,09</b>	-0,73	<b>1898,06</b>	73,73	-0,31
R107b	100	1766,18	<b>1766,18</b>	198,66	<b>1758,29</b>	-0,45	1767,25	73,00	0,06
R108b	100	1666,89	<b>1666,89</b>	233,19	<b>1650,83</b>	-0,96	1667,24	67,40	0,02
R109b	100	1833,54	<b>1833,54</b>	214,86	<b>1824,82</b>	-0,48	<b>1828,64</b>	72,82	-0,27
R110b	100	1781,15	<b>1781,15</b>	221,16	<b>1769,23</b>	-0,67	<b>1774,97</b>	78,45	-0,35
R111b	100	1768,74	<b>1768,74</b>	215,01	<b>1751,18</b>	-0,99	<b>1763,82</b>	80,49	-0,28
R112b	100	1675,76	<b>1675,76</b>	216,08	<b>1668,77</b>	-0,42	<b>1674,81</b>	67,97	-0,06
C101b	100	2340,98	<b>2340,98</b>	168,97	<b>2340,15</b>	-0,04	2342,43	70,09	0,06
C102b	100	2326,53	<b>2326,53</b>	288,35	<b>2325,70</b>	-0,04	<b>2325,70</b>	73,58	-0,04
C103b	100	2325,61	<b>2325,61</b>	389,17	<b>2324,60</b>	-0,04	<b>2324,60</b>	80,46	-0,04
C104b	100	2318,04	<b>2318,04</b>	466,85	<b>2318,04</b>	0,00	<b>2318,04</b>	70,17	0,00
C105b	100	2344,64	<b>2344,64</b>	200,81	<b>2340,15</b>	-0,19	<b>2340,28</b>	72,24	-0,19
C106b	100	2345,85	<b>2345,85</b>	238,67	<b>2340,15</b>	-0,24	<b>2340,84</b>	68,22	-0,21
C107b	100	2345,60	<b>2345,60</b>	288,92	<b>2340,15</b>	-0,23	<b>2340,28</b>	70,80	-0,23
C108b	100	2340,17	<b>2340,17</b>	290,94	<b>2338,58</b>	-0,07	<b>2338,58</b>	84,86	-0,07
C109b	100	2328,55	<b>2328,55</b>	434,38	<b>2328,55</b>	0,00	<b>2328,55</b>	80,69	0,00
RC101b	100	2417,16	<b>2417,16</b>	157,47	<b>2412,71</b>	-0,18	<b>2416,42</b>	67,53	-0,03
RC102b	100	2234,47	<b>2234,47</b>	164,17	<b>2213,92</b>	-0,92	<b>2221,66</b>	70,19	-0,57
RC103b	100	2025,74	<b>2025,74</b>	149,49	<b>2016,28</b>	-0,47	<b>2022,06</b>	75,49	-0,18
RC104b	100	1912,65	<b>1912,65</b>	162,91	1917,06	0,23	1921,63	68,03	0,47
RC105b	100	2296,16	<b>2296,16</b>	168,6	<b>2287,51</b>	-0,38	2299,23	65,91	0,13
RC106b	100	2157,84	<b>2157,84</b>	166,05	<b>2139,36</b>	-0,86	<b>2143,93</b>	68,42	-0,64
RC107b	100	2008,02	<b>2008,02</b>	159,43	<b>1989,34</b>	-0,93	<b>1997,33</b>	63,66	-0,53
RC108b	100	1920,91	<b>1920,91</b>	159,99	<b>1898,96</b>	-1,14	<b>1905,85</b>	61,43	-0,78
R201b	100	1687,44	<b>1687,44</b>	117,51	<b>1646,78</b>	-2,41	<b>1658,07</b>	178,63	-1,74
R202b	100	1527,74	<b>1527,74</b>	150,69	<b>1510,25</b>	-1,14	<b>1516,94</b>	196,30	-0,71
R203b	100	1379,15	<b>1379,15</b>	212,3	<b>1341,09</b>	-2,76	<b>1346,55</b>	183,62	-2,36
R204b	100	1243,56	<b>1243,56</b>	261,54	<b>1218,14</b>	-2,04	<b>1222,38</b>	169,45	-1,70
R205b	100	1471,97	<b>1471,97</b>	128,24	<b>1418,97</b>	-3,60	<b>1429,55</b>	176,47	-2,88
R206b	100	1400,84	<b>1400,84</b>	189,34	<b>1349,12</b>	-3,69	<b>1360,02</b>	190,02	-2,91
R207b	100	1333,53	<b>1333,53</b>	205,44	<b>1277,58</b>	-4,20	<b>1282,99</b>	179,80	-3,79
R208b	100	1225,37	<b>1225,37</b>	283,79	<b>1197,24</b>	-2,30	<b>1200,17</b>	167,17	-2,06
R209b	100	1370,30	<b>1370,30</b>	154,04	<b>1322,42</b>	-3,49	<b>1330,11</b>	182,65	-2,93
R210b	100	1418,54	<b>1418,54</b>	155,06	<b>1376,43</b>	-2,97	<b>1383,56</b>	186,87	-2,47
R211b	100	1263,72	<b>1263,72</b>	198,16	<b>1219,93</b>	-3,47	<b>1222,20</b>	169,81	-3,29
C201b	100	1700,87	<b>1700,87</b>	121,17	<b>1695,02</b>	-0,34	<b>1695,02</b>	201,24	-0,34
C202b	100	1687,84	<b>1687,84</b>	136,7	<b>1685,24</b>	-0,15	<b>1685,24</b>	165,84	-0,15
C203b	100	1696,25	<b>1696,25</b>	173,15	<b>1681,55</b>	-0,87	<b>1682,06</b>	160,47	-0,84
C204b	100	1705,94	<b>1705,94</b>	254,33	<b>1677,66</b>	-1,66	<b>1678,07</b>	177,00	-1,63
C205b	100	1711,00	<b>1711,00</b>	100,01	<b>1691,36</b>	-1,15	<b>1691,36</b>	170,75	-1,15
C206b	100	1691,70	<b>1691,70</b>	137,04	<b>1689,32</b>	-0,14	<b>1689,32</b>	165,75	-0,14
C207b	100	1704,88	<b>1704,88</b>	160,85	<b>1687,35</b>	-1,03	<b>1687,35</b>	165,04	-1,03
C208b	100	1689,59	<b>1689,59</b>	161,38	<b>1686,50</b>	-0,18	<b>1686,50</b>	150,51	-0,18
RC201b	100	1965,31	<b>1965,31</b>	194,94	<b>1941,16</b>	-1,23	<b>1944,56</b>	130,87	-1,06
RC202b	100	1771,87	<b>1771,87</b>	217,64	1772,49	0,03	1773,94	138,32	0,12
RC203b	100	1619,55	<b>1619,55</b>	176,06	<b>1604,03</b>	-0,96	1622,55	153,21	0,18
RC204b	100	1501,10	<b>1501,10</b>	275,83	<b>1490,25</b>	-0,72	<b>1492,28</b>	142,89	-0,59
RC205b	100	1853,58	<b>1853,58</b>	211,77	<b>1832,53</b>	-1,14	<b>1836,37</b>	139,21	-0,93
RC206b	100	1761,49	<b>1761,49</b>	185,18	<b>1725,44</b>	-2,05	<b>1736,04</b>	159,45	-1,44
RC207b	100	1666,03	<b>1666,03</b>	201,16	<b>1651,38</b>	-0,88	<b>1655,32</b>	157,31	-0,64
RC208b	100	1494,11	<b>1494,11</b>	197,34	<b>1483,20</b>	-0,73	<b>1486,01</b>	156,95	-0,54
Média				206,75		-1,02		117,63	-0,75

<sup>a</sup>: média de 10 execuções

Tabela 4.84: Resultados do HHURVFH para o PRVDFHJT (minimizar distância, frota C)

Inst.	n	BKS	BDHMG08		BPDRT09		HURVFH			Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>		
R101c	100	1951,20	<b>1951,20</b>	190,72	1951,89	3,58	<b>1951,20</b>	0,00	1951,64	65,13	0,02
R102c	100	1770,40	<b>1770,40</b>	210,73	1778,29	3,49	1778,29	0,45	1782,92	70,67	0,71
R103c	100	1555,26	1558,17	206,26	<b>1555,26</b>	3,45	<b>1552,74</b>	-0,16	<b>1553,06</b>	82,27	-0,14
R104c	100	1361,46	1367,82	197,31	1372,08	3,44	<b>1357,82</b>	-0,27	1366,81	71,84	0,39
R105c	100	1696,67	<b>1696,67</b>	183,83	1698,26	3,59	<b>1694,56</b>	-0,12	<b>1696,65</b>	69,18	0,00
R106c	100	1589,25	<b>1589,25</b>	205,85	1590,11	3,49	<b>1583,17</b>	-0,38	1590,23	78,15	0,06
R107c	100	1435,21	<b>1435,21</b>	197,89	1439,81	3,59	<b>1434,15</b>	-0,07	1446,25	77,03	0,77
R108c	100	1334,68	1334,75	198,3	<b>1334,68</b>	3,30	<b>1319,67</b>	-1,12	<b>1331,46</b>	71,24	-0,24
R109c	100	1507,10	1515,22	198,82	1514,13	3,63	<b>1506,59</b>	-0,03	1511,16	71,68	0,27
R110c	100	1457,42	<b>1457,42</b>	196,51	1461,85	3,62	<b>1446,77</b>	-0,73	<b>1454,57</b>	86,05	-0,20
R111c	100	1435,93	1439,43	177,65	1439,14	3,63	<b>1430,05</b>	-0,41	1442,09	78,70	0,43
R112c	100	1337,68	1358,17	207,96	1343,26	3,51	<b>1336,13</b>	-0,12	1348,50	70,86	0,81
C101c	100	1628,94	<b>1628,94</b>	150,45	<b>1628,94</b>	3,01	<b>1628,94</b>	0,00	<b>1628,94</b>	56,82	0,00
C102c	100	1597,66	<b>1597,66</b>	203,79	<b>1597,66</b>	2,95	<b>1597,66</b>	0,00	1597,84	60,67	0,01
C103c	100	1596,56	<b>1596,56</b>	267,02	<b>1596,56</b>	3,06	<b>1596,56</b>	0,00	<b>1596,56</b>	65,06	0,00
C104c	100	1590,86	1594,06	332,36	1590,86	3,09	<b>1590,76</b>	-0,01	<b>1590,76</b>	62,50	-0,01
C105c	100	1628,94	<b>1628,94</b>	149,89	1628,94	2,97	<b>1628,94</b>	0,00	<b>1628,94</b>	57,33	0,00
C106c	100	1628,94	<b>1628,94</b>	177,64	<b>1628,94</b>	3,01	<b>1628,94</b>	0,00	<b>1628,94</b>	55,11	0,00
C107c	100	1628,94	<b>1628,94</b>	176,55	<b>1628,94</b>	2,96	<b>1628,94</b>	0,00	<b>1628,94</b>	58,33	0,00
C108c	100	1622,75	<b>1622,75</b>	195,84	<b>1622,75</b>	3,13	1628,94	0,38	1628,94	61,59	0,38
C109c	100	1614,99	<b>1614,99</b>	308,09	<b>1614,99</b>	3,28	<b>1614,99</b>	0,00	1616,05	70,56	0,07
RC101c	100	2048,44	<b>2048,44</b>	149,11	2053,55	3,56	<b>2040,61</b>	-0,38	<b>2046,28</b>	63,45	-0,11
RC102c	100	1860,48	<b>1860,48</b>	165,32	1872,49	3,56	<b>1847,92</b>	-0,68	<b>1859,92</b>	70,91	-0,03
RC103c	100	1660,81	<b>1660,81</b>	168,1	1663,08	3,27	<b>1648,52</b>	-0,74	<b>1657,46</b>	77,13	-0,20
RC104c	100	1536,24	<b>1536,24</b>	146,77	1540,61	3,35	<b>1522,04</b>	-0,92	1544,84	67,29	0,56
RC105c	100	1913,09	<b>1913,09</b>	169,6	1929,89	3,78	<b>1913,06</b>	0,00	1926,98	64,25	0,73
RC106c	100	1761,63	1772,05	140,79	1776,52	3,34	1770,95	0,53	1772,43	65,58	0,61
RC107c	100	1615,74	<b>1615,74</b>	150,98	1633,29	3,39	<b>1609,27</b>	-0,40	<b>1615,73</b>	63,29	0,00
RC108c	100	1527,35	<b>1527,35</b>	147,15	1527,87	3,32	<b>1523,96</b>	-0,22	<b>1525,47</b>	60,51	-0,12
R201c	100	1439,76	1441,46	121,2	1466,13	3,29	<b>1421,78</b>	-1,25	<b>1431,20</b>	176,19	-0,59
R202c	100	1288,70	1298,10	151,53	1296,78	3,26	<b>1285,48</b>	-0,25	1293,09	187,72	0,34
R203c	100	1127,28	1145,38	189,05	<b>1127,28</b>	3,45	<b>1116,09</b>	-0,99	<b>1119,58</b>	178,95	-0,68
R204c	100	1000,89	1019,77	254,48	<b>1000,89</b>	3,87	<b>993,14</b>	-0,77	<b>995,54</b>	173,31	-0,53
R205c	100	1222,03	<b>1222,03</b>	143,28	1240,74	3,06	<b>1193,97</b>	-2,30	<b>1207,74</b>	174,27	-1,17
R206c	100	1138,26	<b>1138,26</b>	178,29	1141,13	2,75	<b>1124,28</b>	-1,23	<b>1131,61</b>	178,81	-0,58
R207c	100	1067,97	1086,42	203,68	<b>1067,97</b>	2,84	<b>1055,45</b>	-1,17	<b>1061,29</b>	171,75	-0,63
R208c	100	976,11	<b>976,11</b>	240,79	979,50	3,21	<b>969,90</b>	-0,64	<b>974,31</b>	170,43	-0,18
R209c	100	1123,19	1140,96	151,98	1140,38	3,41	<b>1097,52</b>	-2,29	<b>1106,17</b>	175,56	-1,51
R210c	100	1161,87	<b>1161,87</b>	158,2	1170,29	2,78	<b>1153,58</b>	-0,71	<b>1158,55</b>	186,49	-0,29
R211c	100	1008,54	1015,84	170,52	<b>1008,54</b>	3,28	<b>994,93</b>	-1,35	<b>997,74</b>	167,85	-1,07
C201c	100	1194,33	<b>1194,33</b>	136,25	<b>1194,33</b>	4,10	<b>1194,33</b>	0,00	<b>1194,33</b>	201,61	0,00
C202c	100	1185,24	1189,35	131,78	<b>1185,24</b>	3,10	<b>1185,24</b>	0,00	<b>1185,24</b>	168,50	0,00
C203c	100	1176,25	<b>1176,25</b>	181,91	<b>1176,25</b>	3,33	<b>1176,25</b>	0,00	1176,41	161,78	0,01
C204c	100	1176,55	<b>1176,55</b>	287,46	<b>1176,55</b>	3,51	<b>1175,37</b>	-0,10	<b>1175,37</b>	182,77	-0,10
C205c	100	1190,36	<b>1190,36</b>	115,88	<b>1190,36</b>	3,48	<b>1190,36</b>	0,00	<b>1190,36</b>	176,91	0,00
C206c	100	1188,62	<b>1188,62</b>	151,65	<b>1188,62</b>	3,52	<b>1188,62</b>	0,00	<b>1188,62</b>	162,28	0,00
C207c	100	1184,88	<b>1184,88</b>	138,25	1187,71	2,80	<b>1184,88</b>	0,00	1185,37	159,37	0,04
C208c	100	1186,50	1187,86	156,58	<b>1186,50</b>	2,69	<b>1186,50</b>	0,00	<b>1186,50</b>	156,34	0,00
RC201c	100	1630,53	1632,41	156,09	<b>1630,53</b>	3,42	<b>1623,36</b>	-0,44	<b>1627,62</b>	125,38	-0,18
RC202c	100	1459,84	<b>1459,84</b>	204,61	1461,44	3,23	<b>1447,27</b>	-0,86	<b>1452,60</b>	140,32	-0,50
RC203c	100	1292,92	1295,07	209,55	<b>1292,92</b>	2,96	<b>1274,03</b>	-1,46	<b>1291,12</b>	152,44	-0,14
RC204c	100	1162,91	1171,26	247,25	<b>1162,91</b>	2,98	<b>1159,00</b>	-0,34	<b>1161,80</b>	152,38	-0,10
RC205c	100	1525,28	<b>1525,28</b>	228,08	1532,67	3,00	<b>1513,65</b>	-0,76	<b>1517,83</b>	135,91	-0,49
RC206c	100	1420,89	1425,15	188,29	<b>1420,89</b>	3,98	<b>1400,44</b>	-1,44	<b>1412,04</b>	161,53	-0,62
RC207c	100	1328,29	1332,40	151,66	<b>1328,29</b>	4,11	<b>1317,31</b>	-0,83	<b>1326,52</b>	154,05	-0,13
RC208c	100	1152,92	1155,02	130,59	<b>1152,92</b>	3,27	<b>1140,10</b>	-1,11	<b>1148,45</b>	151,26	-0,39
Média								-0,46		115,31	-0,08

<sup>a</sup>: média de 10 execuções

### 4.3.10 Resultados do HHURVFH para o PRVFHBMJT

No PRVFHBMJT o desempenho do HHURVFH foi bastante expressivo como pode ser observado pelas Tabelas 4.85 – 4.87.

Nos teste foram utilizadas as instâncias de [Belmecheri *et al.*, 2013] e os resultados do HHURVFH foram comparados com os dos dois algoritmos desenvolvidos pelos autores.

O desvio médio das melhores soluções obtidas pelo HHURVFH variou de -30,05%, nas instâncias cujas clientes se encontram agrupados (Tabela 4.85), a -19,37% nos problemas onde os clientes são distribuídos aleatoriamente (Tabela 4.86).

Em todos os problemas apresentados nessas tabelas o número de clientes é igual a 100. Porém, vale ressaltar que no trabalho de [Belmecheri *et al.*, 2013], também foram realizados testes com problemas contendo apenas cinco clientes (quatro clientes como *linehaul* e um como *backhaul*). Este problemas foram utilizados para se obter o valor ótimo das soluções por meio de um resolvidor de PIM e dessa forma comparar os resultados com as heurísticas desenvolvidas. Embora, não sendo aqui listados os valores dessas soluções, o HHURVFH também foi testado nesse conjunto, alcançando, para todos os problemas, o mesmo valor médio de solução descrito pelos autores.

Tabela 4.85: Resultados do HHURVFH para o PRVFHBMJT (instâncias C)

Inst.	n	BKS	ACO		PSO		HHURVFH		Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup>	Gap <sup>a</sup>
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Gap (%)			
C101	100	2560,02	2892,29	–	<b>2560,02</b>	–	<b>1348,34</b>	-47,33	<b>1348,34</b>	79,32	-47,33
C102	100	2615,32	2890,61	–	<b>2615,32</b>	–	<b>1344,72</b>	-48,58	<b>1344,72</b>	77,69	-48,58
C103	100	2405,30	2502,23	–	<b>2405,30</b>	–	<b>1343,33</b>	-44,15	<b>1343,33</b>	72,41	-44,15
C104	100	2204,23	<b>2204,23</b>	–	2333,95	–	<b>1332,78</b>	-39,54	<b>1333,68</b>	78,20	-39,49
C105	100	2055,90	2141,82	–	<b>2055,90</b>	–	<b>1348,10</b>	-34,43	<b>1348,10</b>	80,27	-34,43
C106	100	2298,40	<b>2298,40</b>	–	2366,05	–	<b>1348,34</b>	-41,34	<b>1348,34</b>	91,37	-41,34
C107	100	1992,83	2035,59	–	<b>1992,83</b>	–	<b>1348,10</b>	-32,35	<b>1348,10</b>	82,29	-32,35
C108	100	1938,54	1963,67	–	<b>1938,54</b>	–	<b>1348,10</b>	-30,46	<b>1348,10</b>	76,58	-30,46
C109	100	2048,73	<b>2048,73</b>	–	2234,79	–	<b>1342,30</b>	-34,48	<b>1342,30</b>	60,48	-34,48
C201	100	1298,17	<b>1298,17</b>	–	1420,62	–	<b>1172,71</b>	-9,66	<b>1174,37</b>	99,42	-9,54
C202	100	1438,40	<b>1438,40</b>	–	1590,20	–	<b>1172,71</b>	-18,47	<b>1174,06</b>	99,10	-18,38
C203	100	1564,12	<b>1564,12</b>	–	1823,84	–	<b>1160,29</b>	-25,82	<b>1167,44</b>	105,78	-25,36
C204	100	1727,46	<b>1727,46</b>	–	1856,26	–	<b>1162,24</b>	-32,72	<b>1162,24</b>	119,88	-32,72
C205	100	1354,02	<b>1354,02</b>	–	1504,98	–	<b>1167,88</b>	-13,75	<b>1168,89</b>	103,38	-13,67
C206	100	1444,86	<b>1444,86</b>	–	1528,31	–	<b>1163,11</b>	-19,50	<b>1168,35</b>	97,39	-19,14
C207	100	1376,64	<b>1376,64</b>	–	1391,91	–	<b>1166,22</b>	-15,29	<b>1166,32</b>	91,84	-15,28
C208	100	1515,57	<b>1515,57</b>	–	1626,96	–	<b>1166,78</b>	-23,01	<b>1169,48</b>	96,51	-22,84
Média								-30,05		88,94	-29,97

<sup>a</sup>: média de 10 execuções

Tabela 4.86: Resultados do HHURVFH para o PRVFHBMJT (instâncias R)

Inst.	n	BKS	ACO		PSO		HHURVFH			Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>		
R101	100	2632,13	2854,82	—	<b>2632,13</b>	—	<b>2239,53</b>	-14,92	<b>2247,28</b>	99,69	-14,62
R102	100	2375,41	2671,04	—	<b>2375,41</b>	—	<b>1988,11</b>	-16,30	<b>2000,44</b>	107,87	-15,79
R103	100	2006,80	2124,03	—	<b>2006,80</b>	—	<b>1658,71</b>	-17,35	<b>1680,60</b>	86,95	-16,25
R104	100	1853,21	1863,78	—	<b>1853,21</b>	—	<b>1444,76</b>	-22,04	<b>1461,90</b>	82,12	-21,12
R105	100	2253,42	2379,08	—	<b>2253,42</b>	—	<b>1873,51</b>	-16,86	<b>1881,50</b>	98,75	-16,50
R106	100	2031,19	2063,28	—	<b>2031,19</b>	—	<b>1699,09</b>	-16,35	<b>1714,60</b>	110,12	-15,59
R107	100	1905,43	<b>1905,43</b>	—	1928,90	—	<b>1546,98</b>	-18,81	<b>1567,01</b>	102,49	-17,76
R108	100	1877,52	1918,02	—	<b>1877,52</b>	—	<b>1392,10</b>	-25,85	<b>1416,40</b>	80,96	-24,56
R109	100	2001,56	2133,42	—	<b>2001,56</b>	—	<b>1621,53</b>	-18,99	<b>1641,62</b>	101,90	-17,98
R110	100	1979,53	<b>1979,53</b>	—	1983,98	—	<b>1551,83</b>	-21,61	<b>1576,86</b>	99,14	-20,34
R111	100	1889,19	<b>1889,19</b>	—	1896,70	—	<b>1524,55</b>	-19,30	<b>1551,63</b>	93,69	-17,87
R112	100	1895,77	1936,93	—	<b>1895,77</b>	—	<b>1404,26</b>	-25,93	<b>1423,15</b>	86,35	-24,93
R201	100	1990,47	2012,12	—	<b>1990,47</b>	—	<b>1637,34</b>	-17,74	<b>1661,42</b>	132,41	-16,53
R202	100	1922,72	<b>1922,72</b>	—	1932,74	—	<b>1573,33</b>	-18,17	<b>1596,65</b>	157,32	-16,96
R203	100	1736,20	<b>1736,20</b>	—	1745,37	—	<b>1419,67</b>	-18,23	<b>1430,72</b>	141,93	-17,59
R204	100	1522,50	1584,13	—	<b>1522,50</b>	—	<b>1260,50</b>	-17,21	<b>1275,06</b>	154,38	-16,25
R205	100	1848,66	<b>1848,66</b>	—	1885,75	—	<b>1474,12</b>	-20,26	<b>1505,58</b>	138,98	-18,56
R206	100	1758,78	<b>1758,78</b>	—	1813,48	—	<b>1425,15</b>	-18,97	<b>1444,85</b>	153,72	-17,85
R207	100	1650,12	<b>1650,12</b>	—	1654,84	—	<b>1333,60</b>	-19,18	<b>1353,71</b>	141,27	-17,96
R208	100	1536,68	<b>1536,68</b>	—	1589,42	—	<b>1244,82</b>	-18,99	<b>1256,92</b>	155,73	-18,21
R209	100	1729,58	1777,49	—	<b>1729,58</b>	—	<b>1375,12</b>	-20,49	<b>1415,13</b>	136,16	-18,18
R210	100	1754,44	1793,64	—	<b>1754,44</b>	—	<b>1396,01</b>	-20,43	<b>1430,41</b>	125,22	-18,47
R211	100	1615,85	<b>1615,85</b>	—	1699,39	—	<b>1267,12</b>	-21,58	<b>1282,46</b>	117,58	-20,63
Média								-19,37		117,60	-18,28

<sup>a</sup>: média de 10 execuções

Tabela 4.87: Resultados do HHURVFH para o PRVFHBMJT (instâncias RC)

Inst.	n	BKS	ACO		PSO		HHURVFH			Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup> (%)
			Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Tempo (s)	Mel. Sol.	Gap (%)	Sol. <sup>a</sup>		
RC101	100	2957,49	3348,18	—	<b>2957,49</b>	—	<b>2314,12</b>	-21,75	<b>2329,56</b>	89,90	-21,23
RC102	100	2464,51	2867,89	—	<b>2464,51</b>	—	<b>2069,34</b>	-16,03	<b>2076,25</b>	84,58	-15,75
RC103	100	2426,88	2432,26	—	<b>2426,88</b>	—	<b>1904,09</b>	-21,54	<b>1927,90</b>	91,91	-20,56
RC104	100	2244,58	2400,72	—	<b>2244,58</b>	—	<b>1691,27</b>	-24,65	<b>1708,22</b>	81,14	-23,90
RC105	100	2711,05	3005,21	—	<b>2711,05</b>	—	<b>2155,60</b>	-20,49	<b>2171,73</b>	86,08	-19,89
RC106	100	2495,57	2706,68	—	<b>2495,57</b>	—	<b>1968,21</b>	-21,13	<b>1987,42</b>	90,58	-20,36
RC107	100	2414,86	<b>2414,86</b>	—	2420,42	—	<b>1809,99</b>	-25,05	<b>1825,15</b>	89,60	-24,42
RC108	100	2381,45	2444,32	—	<b>2381,45</b>	—	<b>1670,53</b>	-29,85	<b>1694,15</b>	70,62	-28,86
RC201	100	2401,11	2484,64	—	<b>2401,11</b>	—	<b>1965,54</b>	-18,14	<b>1998,80</b>	111,73	-16,76
RC202	100	2190,48	<b>2190,48</b>	—	2251,39	—	<b>1782,27</b>	-18,64	<b>1800,03</b>	122,01	-17,82
RC203	100	1931,69	<b>1931,69</b>	—	2022,90	—	<b>1600,20</b>	-17,16	<b>1620,29</b>	121,84	-16,12
RC204	100	1750,12	<b>1750,12</b>	—	1827,48	—	<b>1422,68</b>	-18,71	<b>1428,31</b>	136,25	-18,39
RC205	100	2226,16	<b>2226,16</b>	—	2274,91	—	<b>1846,52</b>	-17,05	<b>1869,31</b>	118,44	-16,03
RC206	100	2123,08	2196,88	—	<b>2123,08</b>	—	<b>1779,05</b>	-16,20	<b>1793,24</b>	131,24	-15,54
RC207	100	2054,41	<b>2054,41</b>	—	2084,50	—	<b>1631,16</b>	-20,60	<b>1636,28</b>	114,72	-20,35
RC208	100	1836,63	2012,44	—	<b>1836,63</b>	—	<b>1396,52</b>	-23,96	<b>1406,85</b>	120,99	-23,40
Média								-20,69		103,85	-19,96

<sup>a</sup>: média de 10 execuções

### 4.3.11 Resultados do HHURVFH para o PRVSDJT

Para o PRVSDJT, os resultados alcançados pelo HHURVFH foram comparados com aqueles obtidos em:

- ITS Best: [Cordeau *et al.*, 2004, CLM04];
- ITS1: [Cordeau & Maischberger, 2012, CM12].

A Tabela 4.88 apresenta as comparações entre esses algoritmos e o HHURVFH nas instâncias descritas em [Cordeau & Laporte, 2001]. Neste conjunto de 20 problemas, o HHURVFH foi capaz de obter três novas soluções e igualar a outras sete soluções. O desvio médio das melhores soluções obtidas foi de 0,22%, mostrando-se mais eficiente que os dois algoritmos listados.

Tabela 4.88: Resultados do HHURVFH para o PRVSDJT

Inst.	n	BKS	ITS Best CLM04		ITS1 CM12		HURVFH				
			Mel.	Tempo	Mel.	Tempo	Mel. Sol.	Gap	Sol. <sup>a</sup>	Tempo <sup>a</sup> (s)	Gap <sup>a</sup>
			Sol.	(s)	Sol.	(s)					
p01a	48	1655,42	<b>1655,42</b>	–	<b>1655,42</b>	–	<b>1655,42</b>	0,00	<b>1655,42</b>	6,11	0,00
p02a	96	2904,13	<b>2904,13</b>	–	<b>2904,13</b>	–	<b>2904,13</b>	0,00	2906,01	44,73	0,06
p03a	144	3304,13	3321,44	–	3317,33	–	3304,91	0,02	3317,04	174,19	0,39
p04a	192	4438,97	4509,36	–	4461,13	–	<b>4437,95</b>	-0,02	4488,39	505,35	1,11
p05a	240	5620,56	5777,56	–	5663,32	–	5704,00	1,48	5778,45	842,73	2,81
p06a	288	5670,66	5769,87	–	5698,93	–	<b>5658,17</b>	-0,22	5710,12	1533,77	0,70
p07a	72	2166,88	2167,46	–	<b>2166,88</b>	–	<b>2166,88</b>	0,00	<b>2166,88</b>	21,51	0,00
p08a	144	3874,32	3904,84	–	3880,58	–	<b>3873,45</b>	-0,02	3893,01	170,40	0,48
p09a	216	4801,47	4875,62	–	4818,32	–	4812,31	0,23	4839,47	400,82	0,79
p10a	288	5868,03	5969,50	–	5908,53	–	5901,86	0,58	5938,39	1080,10	1,20
p01b	48	1429,35	<b>1429,35</b>	–	<b>1429,35</b>	–	<b>1429,35</b>	0,00	<b>1429,35</b>	5,53	0,00
p02b	96	2479,56	2494,53	–	<b>2479,56</b>	–	<b>2479,56</b>	0,00	2481,20	50,61	0,07
p03b	144	2775,61	2798,46	–	2781,22	–	2776,45	0,03	2786,42	166,65	0,39
p04b	192	3655,48	3711,96	–	3674,53	–	3658,71	0,09	3716,93	517,82	1,68
p05b	240	4613,09	4672,41	–	4613,58	–	4613,45	0,01	4671,35	1092,07	1,26
p06b	288	4752,04	4873,08	–	4788,39	–	4780,56	0,60	4828,04	1382,78	1,60
p07b	72	1837,94	<b>1837,94</b>	–	<b>1837,94</b>	–	<b>1837,94</b>	0,00	<b>1837,94</b>	23,17	0,00
p08b	144	3144,91	3170,46	–	3149,77	–	<b>3144,91</b>	0,00	3153,64	148,85	0,28
p09b	216	3894,64	3985,52	–	3937,53	–	3928,16	0,86	3959,96	357,19	1,68
p10b	288	4967,59	5147,68	–	4996,72	–	5007,57	0,80	5070,12	955,07	2,06
Média								0,22		473,97	0,83

<sup>a</sup>: média de 10 execuções



## 4.4 Resumo dos Resultados

Nesta seção é apresentada uma síntese dos resultados obtidos pelo HURVFH e pelo HHURVFH descritos nas Seções 4.2 e 4.3.

Para cada variante abordada foram selecionados até dois trabalhos, sendo estes, os que apresentaram os melhores resultados em relação à qualidade das soluções obtidas. Esta síntese é detalhada na Tabela 4.89, onde a coluna **Variante** indica a variante tratada, **Instância** e ***n*** representam, respectivamente, o nome do conjunto de problemas-teste e o número mínimo e máximo de clientes nos problemas. Em seguida, para cada trabalho apresentado são descritos a referência dos trabalhos na coluna **Autores**, as porcentagens do desvio médio em relação a melhor solução e da solução média nas colunas **Gap Mel.** e **Gap Med.**, o tempo computacional gasto pelo algoritmo, em segundos, é mostrado na coluna **Tempo**, o número de soluções da literatura encontradas ou melhoradas e o total de problemas na instância em **Sol./Tot.** e por fim a máquina utilizada nos testes na coluna **CPU**. Os trabalhos com os melhores resultados, para cada variante, são marcados em negrito nas linhas.

Na Tabela 4.89 são listados 19 conjuntos de problemas-teste para 15 variantes da classe de PRVFs, levando-se em consideração que o PRVDFHJT possui dois objetivos diferentes. Os resultados obtidos pelos algoritmos desenvolvidos são comparados com 19 trabalhos distintos, que possuem os melhores resultados individuais. Observa-se pela tabela que os algoritmos HURVFH e HHURVFH possuem um comportamento bem superior aos demais trabalhos. Nas variantes tratadas, o HURVFH conseguiu os melhores resultados em cinco variantes. Já o HHURVFH conseguiu obter os melhores resultados em 16 dos 18 trabalhos onde foi aplicado. Entre os 19 conjuntos de problemas-teste os algoritmos propostos apresentam os melhores resultados em 17 deles. Nestes 17 conjuntos o melhor desempenho do HHURVFH foi no PRVFHMBJT, aperfeiçoando as melhores soluções em média 30,05%. O pior resultado foi no PRVSDJT com um desvio médio de apenas 0,22% sobre as melhores soluções.

Em apenas duas variantes os algoritmos desenvolvidos não conseguiram os melhores resultados, no PRVFHF-V e no PRVSD. Nessa primeira variante, utilizando-se as instâncias de [Li *et al.*, 2007], os algoritmo TSA proposto por [Brandão, 2011] foi o que obteve o maior sucesso, com um desvio em relação as melhores soluções da literatura de 0,09% contra 0,34% do HHURVFH, apesar deste ter alcançado uma nova melhor solução. No PRVSD, o algoritmo apresentado em [Pisinger & Røpke, 2007] teve resultado melhor, com

um desvio de 0,24%, enquanto que o desvio do HHURVFH foi de 0,42%.

Em relação aos desvios médios, o HURVFH teve um desvio máximo de 1,53% no PRVFHF-V (instâncias de [Li *et al.*, 2007]) e o HHURVFH de 1,73% no PRVSD.

Devido ao fato de cada algoritmo ser executado em máquinas distintas, o tempo computacional não foi comparado, porém vale ressaltar que em valores absolutos, os algoritmos desenvolvidos, em geral, possuem um tempo computacional bastante razoável, sendo o HHURVFH bem mais rápido que o HURVFH, como pode ser visto pela tabela.

Tabela 4.89: Resumo dos Resultados

Variante	Instância	$n$	Autores	Melhores Trabalhos da Literatura				
				Gap Mel.	Gap Med.	Tempo (s)	Sol./Tot.	CPU (GHz)
PRVDFH-FV	[Taillard, 1999]	[20 - 100]	[Prins, 2009b]	0,02	—	6,86	7/12	P4 1,8
			[Imran <i>et al.</i> , 2009]	0,04	—	117,92	8/12	PM 1,7
			<b>HURVFH</b>	<b>0,00</b>	0,09	24,64	11/12	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>0,00</b>	0,01	7,56	12/12	I7 2,93
PRVDFH-F	[Taillard, 1999]	[20 - 100]	[Imran <i>et al.</i> , 2009]	0,05	—	126,60	9/12	PM 1,7
			[Liu <i>et al.</i> , 2009]	0,01	0,19	107,96	10/12	P4 3,0
			HURVFH	0,01	0,23	30,48	11/12	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-0,01</b>	0,11	9,09	12/12	I7 2,93
PRVDFH-V	[Taillard, 1999]	[20 - 100]	[Choi & Tcha, 2007]	<b>0,00</b>	0,12	21,05	11/12	P4 2,6
			[Imran <i>et al.</i> , 2009]	0,02	—	134,32	7/8	PM 1,7
			<b>HURVFH</b>	<b>0,00</b>	0,17	30,38	11/12	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>0,00</b>	0,12	3,33	12/12	I7 2,93
PRVDFH-V	[Brandão, 2011]	[100 - 199]	[Brandão, 2011]	0,00	—	—	5/5	P4 2,6
			HURVFH	0,39	0,90	423,68	0/5	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-0,09</b>	0,15	40,71	5/5	I7 2,93
PRVFHF-FV	[Taillard, 1999]	[50 - 100]	[Li <i>et al.</i> , 2010]	0,11	0,22	43,25	7/8	P 2,2
			HURVFH	-0,05	0,24	32,89	8/8	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-0,07</b>	0,17	7,73	8/8	I7 2,93
PRVFHF-FV	[Duhamel <i>et al.</i> , 2011]	[20 - 256]	[Duhamel <i>et al.</i> , 2011]	0,86	—	468,57	7/96	P 2,2
			HURVFH	-0,06	0,23	1684,68	53/96	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-0,12</b>	0,33	464,94	78/96	I7 2,93
PRVFHF-V	[Taillard, 1999]	[50 - 100]	[Li <i>et al.</i> , 2007]	<b>0,03</b>	—	57,16	7/8	Ath 1,0
			[Prins, 2009b]	0,08	—	25,38	6/8	P4 1,8
			<b>HURVFH</b>	<b>0,03</b>	0,22	31,89	7/8	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>0,03</b>	0,18	4,03	7/8	I7 2,93
PRVFHF-V	[Brandão, 2011]	[100 - 199]	[Brandão, 2011]	0,00	—	—	5/5	P4 2,6
			HURVFH	-0,21	0,03	404,30	5/5	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-0,39</b>	-0,15	42,25	5/5	I7 2,93
PRVFHF-V	[Li <i>et al.</i> , 2007]	[200 - 360]	[Li <i>et al.</i> , 2007]	0,28	—	346,22	0/5	Ath 1,0
			[Brandão, 2011]	<b>0,09</b>	—	1246,28	2/5	P4 2,6
			HURVFH	0,82	1,53	2856,46	1/5	I7 2,93
			HHURVFH	0,34	1,73	551,01	2/5	I7 2,93
PRVFHA	[Taillard, 1999]	[50 - 100]	<b>HURVFH</b>	<b>0,00</b>	0,24	13,91	8/8	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>0,00</b>	0,25	25,15	8/8	I7 2,93
PRVFHMD	[Salhi & Sari, 1997]	[50 - 360]	[Salhi & Sari, 1997]	0,00	—	269,74	23/23	VAX4000
			HURVFH	-0,87	0,00	1036,36	17/23	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-2,34</b>	-1,47	91,07	23/23	I7 2,93
PRVFHFB	[Tütüncü, 2010]	[50 - 100]	[Tütüncü, 2010]	0,00	—	—	16/16	P4 2,66
			HURVFH	-10,02	-9,63	388,18	11/11	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-10,41</b>	-9,76	3,26	11/11	I7 2,93
PRVDFHB	[Salhi <i>et al.</i> , 2013b]	[50 - 100]	[Salhi <i>et al.</i> , 2013b]	1,24	—	668,66	21/36	P4 3,0
			HURVFH	-1,18	-0,76	8,88	31/36	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-1,42</b>	-0,77	5,06	31/36	I7 2,93
PRVSD	[Cordeau & Laporte, 2001]	[27 - 1008]	[Pisinger & Røpke, 2007]	<b>0,24</b>	—	186,82	19/35	P4 3
			[Cordeau & Maischberger, 2012]	0,26	—	—	20/35	X7 2,93
			HURVFH	0,70	1,05	1424,20	16/35	I7 2,93
			HHURVFH	0,42	1,89	457,42	19/35	I7 2,93
PRVFHED	[Golden <i>et al.</i> , 1984]	[20 - 100]	[Ozfirat & Ozkarahan, 2010]	0,00	—	259,42	12/12	P4 3
			<b>HURVFH</b>	<b>-1,80</b>	-1,53	278,44	12/12	I7 2,93
			HHURVFH	—	—	—	—	I7 2,93
PRVDFHJT	[Liu & Shen, 1999] Min. Duração	[100]	[Bräysy <i>et al.</i> , 2008]	0,60	—	608,87	74/168	Ath 1,0
			[Repoussis & Tarantilis, 2010]	0,23	—	—	92/168	P4 3,4
			HURVFH	0,12	0,25	586,38	84/168	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-0,12</b>	0,26	121,94	125/168	I7 2,93
PRVDFHJT	[Liu & Shen, 1999] Min. Distância	[100]	[Bräysy <i>et al.</i> , 2008]	0,17	—	213,07	99/168	Ath 1,0
			[Bräysy <i>et al.</i> , 2009]	0,17	—	3,30	60/112	Duo 2,4
			HURVFH	-0,34	0,03	265,03	125/168	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-0,48</b>	-0,39	142,06	163/168	I7 2,93
PRVFHBMJT	[Belmecheri <i>et al.</i> , 2013]	[100]	[Belmecheri <i>et al.</i> , 2013]	2,29	—	—	29/56	—
			HURVFH	-23,37	-22,74	103,46	56/56	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>-30,05</b>	-29,97	88,05	56/56	I7 2,93
PRVSDJT	[Cordeau & Laporte, 2001]	[48 - 288]	[Cordeau <i>et al.</i> , 2004]	1,22	—	—	1/20	P4 2
			[Cordeau & Maischberger, 2012]	0,34	—	—	1/20	X7 2,93
			HURVFH	0,28	0,68	545,20	6/20	I7 2,93
			<b>HHURVFH</b>	<b>0,22</b>	0,83	473,97	10/20	I7 2,93

# Capítulo 5

## Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho foram apresentados dois algoritmos heurísticos para resolver uma classe de problemas de roteamento de veículos com frota heterogênea (PRVFH). O primeiro, chamado HURVFH, é um algoritmo *multi-start* baseado na meta-heurística *Iterated Local Search* que faz uso do método *Variable Neighborhood Descent*, com uma ordem aleatória de vizinhanças. O segundo algoritmo é uma heurística híbrida unificada, denominado HHURVFH, que incorpora um mecanismo de memória ao HURVFH, por meio um modelo de Particionamento de Conjuntos. Este modelo é resolvido pelo resolvedor matemático CPLEX. Em ambas as versões foram utilizadas estruturas de vizinhanças clássicas da literatura, além de uma nova estrutura de vizinhança composta que trabalha fazendo a alocação do veículo à rota durante a avaliação do movimento. Os algoritmos desenvolvidos possuem uma estrutura extremamente simples e requerem poucos parâmetros para o seu funcionamento.

Os desempenhos dos algoritmos foram avaliados por meio de testes computacionais em 1388 problemas-teste. Deste total, 700 problemas foram resolvidos pelo HURVFH e 688 pelo HHURVFH. Os resultados computacionais puderam mostrar sua eficiência, especialmente em termos de qualidade das soluções finais produzidas, assim como de sua flexibilidade em resolver diversas variantes do PRVFH.

De acordo com os resultados obtidos, os algoritmos propostos detêm os melhores resultados em 75,94% das instâncias, sendo que em 55,69% delas, o algoritmo foi capaz de apresentar novos melhores resultados. Quando analisados individualmente, é possível observar com clareza a contribuição do uso da memória no algoritmo, pois o HURVFH obteve 66,71% dos melhores resultados, enquanto que o HHURVFH alcançou 85,32%, sendo deste total 63,23% de novas melhores soluções. Este desempenho notável merece destaque, uma vez que os melhores resultados da literatura estão distribuídos entre vários

algoritmos de diversos autores e não concentrados em um único algoritmo.

Embora os algoritmos desenvolvidos tenham obtido um bom desempenho computacional, algumas técnicas ainda merecem uma melhor atenção e podem ser melhor exploradas em futuros trabalhos. Por exemplo, as Estruturas de Vizinhos Compostas (EVC), necessitam incorporar técnicas para reduzir o tempo computacional gasto na sua avaliação. Além disso, testes mais profundos dessas estruturas em outras variantes do problema também devem ser considerados.

O algoritmo também apresenta um número de parâmetros pequeno, porém fixos. Um estudo interessante pode ser feito em cima de ajuste automático dos parâmetros, de tal modo que eles se adequem as características de cada problema automaticamente.

Por fim, pode-se utilizar o algoritmo desenvolvido para gerar soluções de boa qualidade, que podem servir como um método heurístico de se gerar boas colunas, explorando assim, o método exato de Geração de Colunas.

# Referências

- [Ahmadi & Osman, 2005] Ahmadi, S. & Osman, I. H. Greedy random adaptive memory programming search for the capacitated clustering problem. *European Journal of Operational Research*, 162(1), 30 – 44. Logistics: From Theory to Application, (2005).
- [Baker & Carreto, 2003] Baker, B. M. & Carreto, C. A. A visual interactive approach to vehicle routing. *Computers & Operations Research*, 30(3), 321 – 337, (2003).
- [Baldacci *et al.*, 2008] Baldacci, R., Battarra, M., & Vigo, D. *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, (2008), chapter Routing a Heterogeneous Fleet of Vehicles, (pp. 11–35). Springer.
- [Baldacci *et al.*, 2009] Baldacci, R., Battarra, M., & Vigo, D. Valid inequalities for the fleet size and mix vehicle routing problem with fixed costs. *Networks*, 54(4), 178–189, (2009).
- [Baldacci & Mingozzi, 2009] Baldacci, R. & Mingozzi, A. A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems. *Mathematical Programming*, 120, 347–380, (2009).
- [Beasley, 1983] Beasley, J. Route-first cluster-second methods for vehicle routing. *Omega*, 11, 403–408, (1983).
- [Belfiore & Fávero, 2007] Belfiore, P. & Fávero, L. Scatter search for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *Central European Journal of Operations Research*, 15, 351–368. 10.1007/s10100-007-0036-9, (2007).
- [Belfiore & Yoshizaki, 2009] Belfiore, P. & Yoshizaki, H. T. Y. Scatter search for a real-life heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows and split deliveries in Brazil. *European Journal of Operational Research*, 199, 750–758, (2009).
- [Belmecheri *et al.*, 2013] Belmecheri, F., Prins, C., Yalaoui, F., & Amodeo, L. Particle swarm optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls, and time windows. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 24(4), 775 – 789, (2013).
- [Bettinelli *et al.*, 2011] Bettinelli, A., Ceselli, A., & Righini, G. A branch-and-cut-and-price algorithm for the multi-depot heterogeneous vehicle routing problem with time windows. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 19(5), 723 – 740, (2011).
- [Bianchi *et al.*, 2006] Bianchi, L., Birattari, M., Chiarandini, M., Manfrin, M., Mastrolilli, M., Paquete, L., Rossi-Doria, O., & Schiavinotto, T. Hybrid metaheuristics for the vehicle routing problem with stochastic demands. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 5(1), 91–110, (2006).

- [Brandão, 2009] Brandão, J. A deterministic tabu search algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 195, 716–728, (2009).
- [Brandão, 2011] Brandão, J. A tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 38, 140–151, (2011).
- [Bräysy *et al.*, 2008] Bräysy, O., Dullaert, W., Hasle, G., Mester, D., & Gendreau, M. An effective multirestart deterministic annealing metaheuristic for the fleet size and mix vehicle-routing problem with time windows. *Transportation Science*, 42(3), 371–386, (2008).
- [Bräysy & Gendreau, 2005a] Bräysy, O. & Gendreau, M. Vehicle routing problem with time windows, part i: Route construction and local search algorithms. *Transportation Science*, 39(1), 104 – 118, (2005a).
- [Bräysy & Gendreau, 2005b] Bräysy, O. & Gendreau, M. Vehicle routing problem with time windows, part ii: Metaheuristics. *Transportation Science*, 39(1), 119 – 139, (2005b).
- [Bräysy *et al.*, 2009] Bräysy, O., Porkka, P. P., Dullaert, W., Repoussis, P. P., & Taranitis, C. D. A well-scalable metaheuristic for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *Expert Syst. with Appl.*, 36, 8460–8475, (2009).
- [Casco *et al.*, 1988] Casco, D. O., Golden, B. L., & Wasil, E. A. *Vehicle Routing: Methods and Studies*, (1988), chapter Vehicle routing with backhauls: Models, algorithms, and case studies, (pp. 127–147). North-Holland: Amsterdam.
- [Chao *et al.*, 1999] Chao, I.-M., Golden, B., & Wasil, E. A computational study of a new heuristic for the site-dependent vehicle routing problem. *INFOR*, 37, 319–36, (1999).
- [Chao & Liou, 2005] Chao, I.-M. & Liou, T.-S., (2005). A new tabu search heuristic for the site-dependent vehicle routing problem. In B. Golden, S. Raghavan, E. Wasil, R. Sharda, & S. VoB (Eds.), *The Next Wave in Computing, Optimization, and Decision Technologies*, volume 29 of *Operations Research/Computer Science Interfaces Series* (pp. 107–119). Springer US.
- [Chen *et al.*, 2010] Chen, P., kuan Huang, H., & Dong, X.-Y. Iterated variable neighborhood descent algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *Expert Systems with Applications*, 37(2), 1620–1627, (2010).
- [Cheung & Hang, 2003] Cheung, R. & Hang, D. Multi-attribute label matching algorithms for vehicle routing problems with time windows and backhauls. *IIE Transactions*, 35, 191 – 205, (2003).
- [Choi & Tcha, 2007] Choi, E. & Tcha, D.-W. A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 34, 2080–2095, (2007).
- [Clarke & Wright, 1964] Clarke, G. & Wright, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, 12, 568–581, (1964).

- [Cordeau *et al.*, 2002a] Cordeau, J.-E., Desaulniers, G., Desrosiers, J., Solomon, M. M., & Soumis, F. *The Vehicle Routing Problem*, (2002a), chapter VRP with Time Windows, (pp. 157–194). Society for Industrial and Applied Mathematics: Philadelphia, PA.
- [Cordeau *et al.*, 2002b] Cordeau, J.-F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J.-Y., & Semet, F. A guide to vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 53, 512–522, (2002b).
- [Cordeau & Laporte, 2001] Cordeau, J.-F. & Laporte, G. A tabu search algorithm for the site dependent vehicle routing problem with time windows. *INFOR*, 39, 292 – 8, (2001).
- [Cordeau & Laporte, 2005] Cordeau, J.-F. & Laporte, G. *Metaheuristic Optimization via Memory and Evolution: Tabu Search and Scatter Search*, (2005), chapter New heuristics for the Vehicle Routing Problem, (pp. 145–163). Kluwer: Boston.
- [Cordeau *et al.*, 2001] Cordeau, J.-F., Laporte, G., & Mercier, A. A unified tabu search heuristic for vehicle routing problems with time windows. *Journal of the Operational Research Society*, 52, 928–936, (2001).
- [Cordeau *et al.*, 2004] Cordeau, J. F., Laporte, G., & Mercier, A. Improved tabu search algorithm for the handling of route duration constraints in vehicle routing problems with time windows. *The Journal of the Operational Research Society*, 55(5), 542 – 546, (2004).
- [Cordeau *et al.*, 2007] Cordeau, J.-F., Laporte, G., Savelsbergh, M. W. P., & Vigo, D. *Transportation, Handbooks in Operations Research and Management Science*, (2007), volume 14, chapter Vehicle Routing, (pp. 367–428). Elsevier: Amsterdam.
- [Cordeau & Maischberger, 2012] Cordeau, J.-F. & Maischberger, M. A parallel iterated tabu search heuristic for vehicle routing problems. *Computers & Operations Research*, 39(9), 2033 – 2050, (2012).
- [Dantzig & Ramser, 1959] Dantzig, G. B. & Ramser, J. H. The truck dispatching problem. *Management Science*, 6, 80–91, (1959).
- [De la Cruz *et al.*, 2011] De la Cruz, J., Paternina-Arboleda, C., Cantillo, V., & Montoya-Torres, J. A two-phormone trail ant colony system-tabu search approach for the heterogeneous vehicle routing problem with time windows and multiple products. *Journal of Heuristics*, (pp. 1–20). To appear (doi: 10.1007/s10732-011-9184-0), (2011).
- [Dell’Amico *et al.*, 2007] Dell’Amico, M., Monaci, M., Pagani, C., & Vigo, D. Heuristic approaches for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *Transportation Science*, 41(4), 516–526, (2007).
- [Desrosiers *et al.*, 1995] Desrosiers, J., Dumas, Y., Solomon, M. M., & Soumis, F. *Handbooks in Operations Research and Management Science 8: Network Routing*, (1995), chapter Time constrained routing and scheduling, (pp. 35–139). Elsevier.
- [Dondo & Cerdá, 2007] Dondo, R. & Cerdá, J. A cluster-based optimization approach for the multi-depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 176(3), 1478 – 1507, (2007).



- [Dongarra, 2010] Dongarra, J. J., (2010). *Performance of various computers using standard linear equations software*. Technical Report CS-89-85, Computer Science Department, University of Tennessee.
- [Dueck, 1993] Dueck, G. New optimization heuristics: The great deluge algorithm and the record-to-record travel. *Journal of Computational Physics*, 104(1), 86–92, (1993).
- [Duhamel *et al.*, 2013] Duhamel, C., Gouinaud, C., Lacomme, P., & Prodhon, C., (2013). A multi-thread GRASP<sub>x</sub>ELS for the heterogeneous capacitated vehicle routing problem. In E.-G. Talbi (Ed.), *Hybrid Metaheuristics*, volume 434 of *Studies in Computational Intelligence* (pp. 237–269). Springer Berlin Heidelberg.
- [Duhamel *et al.*, 2010] Duhamel, C., Lacomme, P., & C., P., (2010). *A GRASP<sub>x</sub>ELS with depth first search split procedure for the HVRP*. Technical Report LIMOS/RR-10-08, LIMOS.
- [Duhamel *et al.*, 2011] Duhamel, C., Lacomme, P., & Prodhon, C. Efficient frameworks for greedy split and new depth first search split procedures for routing problems. *Computers & Operations Research*, 38(4), 723 – 739, (2011).
- [Dullaert *et al.*, 2002] Dullaert, W., Janssens, G. K., Sörensen, K., & Vernimmen, B. New heuristics for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *The Journal of the Operational Research Society*, 53(11), 1232–1238, (2002).
- [El-Sherbeny, 2010] El-Sherbeny, N. A. Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods. *Journal of King Saud University - Science*, 22(3), 123 – 131, (2010).
- [Feo & Resende, 1995] Feo, T. A. & Resende, M. G. C. Greedy randomized adaptive search procedures. *J. of Global Optim.*, 6, 109–133, (1995).
- [Gencer *et al.*, 2006] Gencer, C., Top, I., & Aydogan, E. A new intuitional algorithm for solving heterogeneous fixed fleet routing problems: passenger pickup algorithm. *Appl. Math. and Computation*, 181, 1552 – 1567, (2006).
- [Gendreau *et al.*, 1999] Gendreau, M., Laporte, G., Musaraganyi, C., & Taillard, E. D. A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 26, 1153 – 1173, (1999).
- [Gendreau *et al.*, 2008] Gendreau, M., Potvin, J.-Y., Bräysy, O., Hasle, G., & Løkketangen, A. *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, (2008), chapter Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem and Its Extensions: A Categorized Bibliography, (pp. 143 – 169). Springer.
- [Gillett & Miller, 1974] Gillett, B. E. & Miller, L. R. A heuristic for the vehicle-dispatch problem. *Operations Research*, 21, 340–349, (1974).
- [Glover, 1996] Glover, F., (1996). Tabu search and adaptive memory programming - advances, applications and challenges. In R. S. Barr, R. V. Helgason, & J. L. Kennington (Eds.), *Computing Tools for Modeling, Optimization and Simulation: Interfaces in Computer Science and Operations Research* (pp. 1–75). Kluwer Academic Publishers.

- [Glover *et al.*, 2003] Glover, F., Laguna, M., & Marti, R. *Handbook of Metaheuristics*, (2003), chapter Scatter Search and Path Relinking: Advances and Applications, (pp. 1–36). Kluwer Academic Publishers.
- [Golden *et al.*, 2008] Golden, B., Raghavan, S., & Wasil, E., (2008). *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. New York: Springer.
- [Golden & Assad, 1986] Golden, B. L. & Assad, A. A. Perspectives on vehicle routing: Exciting new developments. *Operations Research*, 34, 803–809, (1986).
- [Golden & Assad, 1988] Golden, B. L. & Assad, A. A., (1988). *Vehicle Routing: Methods and Studies*. Amsterdam: North-Holland.
- [Golden *et al.*, 1984] Golden, B. L., Assad, A. A., Levy, L., & Gheysens, F. G. The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 11, 49–66, (1984).
- [Golden *et al.*, 2002] Golden, B. L., Assad, A. A., & Wasil, E. A. *The Vehicle Routing Problem*, (2002), chapter Routing Vehicles in the Real World: Applications in the Solid Waste, Beverage, Food, Dairy, and Newspaper Industries, (pp. 245–286). Society for Industrial and Applied Mathematics: Philadelphia, PA.
- [Gould, 1969] Gould, J. The size and composition of a road transport fleet. *Operational Research Quarterly*, 20(1), 81–92, (1969).
- [Hansen *et al.*, 2010] Hansen, P., Mladenović, N., & Moreno Pérez, J. Variable neighbourhood search: methods and applications. *Annals of Operations Research*, 175, 367–407, (2010).
- [Hashimoto *et al.*, 2008] Hashimoto, H., Yagiura, M., & Ibaraki, T. An iterated local search algorithm for the time-dependent vehicle routing problem with time windows. *Discrete Optimization*, 5(2), 434 – 456, (2008).
- [Henderson *et al.*, 2003] Henderson, D., Jacobson, S. H., & Johnson, A. W. *Handbook of Metaheuristics*, (2003), chapter The Theory and Practice of Simulated Annealing, (pp. 287–320). Kluwer Academic Publishers.
- [Hoff *et al.*, 2010] Hoff, A., Andersson, H., Christiansen, M., Hasle, G., & Løkketangen, A. Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing. *Computers & Operations Research*, 37, 2041–2061, (2010).
- [Holland, 1975] Holland, J. H., (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press.
- [Ibaraki *et al.*, 2008] Ibaraki, T., Imahori, S., Nonobe, K., Sobue, K., Uno, T., & Yagiura, M. An iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with convex time penalty functions. *Discrete Applied Mathematics*, 156(11), 2050–2069, (2008).
- [Imran *et al.*, 2009] Imran, A., Salhi, S., & Wassen, N. A. A variable neighborhood-based heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 197, 509–518, (2009).

- [Irnich, 2008a] Irnich, S. Resource extension functions: properties, inversion, and generalization to segments. *OR Spectrum*, 30(1), 113 – 148, (2008a).
- [Irnich, 2008b] Irnich, S. A unified modeling and solution framework for vehicle routing and local search-based metaheuristics. *INFORMS Journal on Computing*, 20, 270 – 287, (2008b).
- [Kindervater & Savelsbergh, 1997] Kindervater, G. A. P. & Savelsbergh, M. W. P., (1997). Vehicle routing: handling edge exchanges. In E. H. L. Aarts & J. K. Lenstra (Eds.), *Local search in combinatorial optimization* (pp. 337 – 360). Princeton University Press.
- [Kramer *et al.*, 2012] Kramer, R. H. F. R., Subramanian, A., & Penna, P. H. V., (2012). Problema de roteamento de veículos assimétrico com frota heterogênea limitada: Um estudo de caso em uma indústria de bebidas. In *Anais XVI CLAIO/XLIV SBPO – Congresso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa*.
- [Kubiak, 2007] Kubiak, M. *Metaheuristics – Progress in Complex Systems Optimization*, (2007), chapter Distance measures and fitness-distance analysis for the capacitated vehicle routing problem, (pp. 345–364). Operations Research/Computer Science Interfaces Series. Springer.
- [Laporte, 2009] Laporte, G. Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 43(4), 408–416, (2009).
- [Laporte *et al.*, 1986] Laporte, G., Mercure, H., & Nobert, Y. An exact algorithm for the asymmetrical capacitated vehicle routing problem. *Networks*, 16, 33–46, (1986).
- [Laporte & Semet, 2002] Laporte, G. & Semet, F. *The Vehicle Routing Problem*, (2002), chapter Classical heuristics for the Capacitated VRP, (pp. 109–128). Monographs on Discrete Mathematics and Applications. SIAM: Philadelphia.
- [Lee *et al.*, 2008] Lee, Y., Kim, J., Kang, K., & Kim, K. A heuristic for vehicle fleet mix problem using tabu search and set partitioning. *Journal of the Operational Research Society*, 59, 833–841, (2008).
- [Lenstra & Rinnooy-Kan, 1981] Lenstra, J. K. & Rinnooy-Kan, A. H. G. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11, 221–227, (1981).
- [Li *et al.*, 2007] Li, F., Golden, B., & Wasil, E. A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 34, 2734 – 2742, (2007).
- [Li *et al.*, 2012] Li, X., Leung, S. C., & Tian, P. A multistart adaptive memory-based tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem. *Expert Systems with Applications*, 39, 365–374, (2012).
- [Li *et al.*, 2010] Li, X., Tian, P., & Aneja, Y. An adaptive memory programming metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 46(6), 1111 – 1127, (2010).

- [Lima *et al.*, 2004] Lima, C. M. R. R., Goldbarg, M. C., & Goldbarg, E. F. G. A memetic algorithm for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 18, 171–176, (2004).
- [Liu & Shen, 1999] Liu, F.-H. & Shen, S.-Y. The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *The Journal of the Operational Research Society*, 50(7), 721–732, (1999).
- [Liu *et al.*, 2009] Liu, S., Huang, W., & Ma, H. An effective genetic algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problems. *Transportation Research Part E*, 45, 434–445, (2009).
- [Lourenço *et al.*, 2010] Lourenço, H. R., Martin, O. C., & Stützle, T., (2010). Iterated local search: Framework and applications. In M. Gendreau & J.-Y. Potvin (Eds.), *Handbook of Metaheuristics*, volume 146 of *International Series in Operations Research & Management Science* (pp. 363–397). Springer US.
- [Marmion *et al.*, 2010a] Marmion, M.-E., Humeau, J., Jourdan, L., & Dhaenens, C., (2010a). Comparison of neighborhoods for the hff-avrp. In *International Conference on Computer Systems and Applications (AICCSA)* (pp. 1–7).
- [Marmion *et al.*, 2010b] Marmion, M.-E., Jourdan, L., & Dhaenens, C., (2010b). *A new distance measure based on the exchange operator for the HFF-AVRP*. Technical Report 7263, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique – INRIA.
- [Martí *et al.*, 2010] Martí, R., Moreno-Vega, J., & Duarte, A., (2010). Advanced multi-start methods. In M. Gendreau & J.-Y. Potvin (Eds.), *Handbook of Metaheuristics*, volume 146 of *International Series in Operations Research & Management Science* (pp. 265 – 281). Springer US.
- [McGinnis, 1983] McGinnis, L. F. Implementation and testing of a primal-dual algorithm for the assignment problem. *Operations Research*, 31(2), 277 – 291, (1983).
- [Moscato & Cotta, 2003] Moscato, P. & Cotta, C. *Handbook of Metaheuristics*, (2003), chapter A Gentle Introduction to Memetic Algorithm., (pp. 105–144). Kluwer Academic Publishers.
- [Nag *et al.*, 1988] Nag, B., Golden, B., & Assad, A. *Vehicle routing: methods and studies*, (1988), chapter Vehicle routing with site dependencies, (pp. 149–59). Elsevier.
- [Nagata *et al.*, 2010] Nagata, Y., Bräysy, O., & Dullaert, W. A penalty-based edge assembly memetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 37(4), 724 – 737, (2010).
- [Ochi *et al.*, 1998a] Ochi, L., Vianna, D., Drummond, L. M. A., & Victor, A. An evolutionary hybrid metaheuristic for solving the vehicle routing problem with heterogeneous fleet. *Lecture Notes in Computer Science*, 1391, 187–195, (1998a).
- [Ochi *et al.*, 1998b] Ochi, L., Vianna, D., Drummond, L. M. A., & Victor, A. A parallel evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with heterogeneous fleet. *Future Generation Computer Systems*, 14, 285–292, (1998b).

- [Oliveira *et al.*, 2012] Oliveira, M., Souza, M. J. F., Souza, S. R., Coelho, D., & Penna, P. H. V., (2012). Uma análise da aplicação de estratégias evolutivas para o problema de roteamento de veículos com backhauls. In *Anais do Congresso Brasileiro de Automática – CBA*.
- [Oliveira *et al.*, 2013] Oliveira, M., Souza, S. R., Souza, M. J. F., Coelho, D., & Penna, P. H. V., (2013). Metaheurísticas GRASP e VNS aplicada ao problema de roteamento de veículos com backhauls e frota heterogênea fixa. In SOBRAPO (Ed.), *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- [Or, 1976] Or, I., (1976). *Traveling salesman-type combinatoral problems and their relation to the logistics of blood banking*. Phd thesis, Northwestern University, USA.
- [Osman, 1993] Osman, I. H. Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem. *Annals of Operations Research*, 41(1-4), 421–451, (1993).
- [Ozfirat & Ozkaran, 2010] Ozfirat, P. M. & Ozkaran, I. A constraint programming heuristic for a heterogeneous vehicle routing problem with split deliveries. *Applied Artificial Intelligence*, 24(4), 277–294, (2010).
- [Paraskevopoulos *et al.*, 2008] Paraskevopoulos, D., Repoussis, P., Tarantilis, C., Ioannou, G., & Prastacos, G. A reactive variable neighborhood tabu search for the heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows. *Journal of Heuristics*, 14, 425–455, (2008).
- [Penna *et al.*, 2012] Penna, P. H. V., Subramanian, A., & Ochi, L., (2012). An iterated local search heuristic for open vehicle routing problems. In *Anais XVI CLAIO/XLIV SBPO – Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa/ Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional* (pp. 1 – 11). Rio de Janeiro – Brasil.
- [Penna *et al.*, 2013a] Penna, P. H. V., Subramanian, A., & Ochi, L. S. An iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Journal of Heuristics*, 19(2), 201–232, (2013a).
- [Penna *et al.*, 2011] Penna, P. H. V., Subramanian, A., Uchoa, E., & Ochi, L. S., (2011). A hybrid algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. In I. International Institute for Innovation & Entrepreneurship-I4e2 (Eds.), *International Conference on Industrial Engineering and Systems Management* (pp. 1214 – 1223).
- [Penna *et al.*, 2013b] Penna, P. H. V., Vidal, T., Ochi, L., & Prins, C., (2013b). New compound neighborhood structures for heterogeneous fixed fleet vehicle routing problems. In SOBRAPO (Ed.), *XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – SBPO* (pp. 1 – 1). Natal, Brasil. To appear.
- [Pessoa *et al.*, 2008] Pessoa, A., de Aragão, M. P., & Uchoa, E. *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, (2008), chapter Robust Branch-and-Cut-and-Price Algorithm. for Vehicle Routing Problems, (pp. 297–325). Springer.
- [Pessoa *et al.*, 2009] Pessoa, A., Uchoa, E., & de Aragão, M. P. A robust branch-cut-and-price algorithm for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Networks*, 54(4), 167–177, (2009).

- [Pisinger & Røpke, 2007] Pisinger, D. & Røpke, S. A general heuristic for vehicle routing problems. *Computers & Operations Research*, 34(8), 2403–2435, (2007).
- [Prins, 2002] Prins, C. Efficient heuristics for the heterogeneous fleet multitrip vrp with application to a large-scale real case. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 1, 135–150, (2002).
- [Prins, 2009a] Prins, C. *Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem*, (2009a), volume 161 of *Studies in Computational Intelligence*, chapter A GRASP x Evolutionary Local Search Hybrid for the Vehicle Routing Problem, (pp. 35–53). Springer.
- [Prins, 2009b] Prins, C. Two memetic algorithms for heterogeneous fleet vehicle routing problems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 22(6), 916–928, (2009b).
- [Renaud & Boctor, 2002] Renaud, J. & Boctor, F. A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 140, 618–628, (2002).
- [Repoussis & Tarantilis, 2010] Repoussis, P. & Tarantilis, C. Solving the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows via adaptive memory programming. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 18(5), 695 – 712, (2010).
- [Røpke & Pisinger, 2006] Røpke, S. & Pisinger, D. A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 171(3), 750–775, (2006).
- [Russell & Norvig, 2009] Russell, S. J. & Norvig, P., (2009). *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Prentice Hall.
- [Sadouni, 2006] Sadouni, K. Heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows and nonlinearly penalized delays. *Journal of Applied Sciences*, 6(9), 1969–1973, (2006).
- [Salhi *et al.*, 2013a] Salhi, S., Imran, A., & Wassan, N. A. The multi-depot vehicle routing problem with heterogeneous vehicle fleet: Formulation and a variable neighborhood search implementation. *Computers & Operations Research*, (0), 1 – 11. To appear, (2013a).
- [Salhi & Rand, 1993] Salhi, S. & Rand, G. K. Incorporating vehicle routing into the vehicle fleet composition problem. *European Journal of Operational Research*, 66, 313–330, (1993).
- [Salhi & Sari, 1997] Salhi, S. & Sari, M. A multi-level composite heuristic for the multi-depot vehicle fleet mix problem. *European Journal of Operational Research*, 103(1), 95 – 112, (1997).
- [Salhi *et al.*, 2013b] Salhi, S., Wassan, N., & Hajarati, M. The fleet size and mix vehicle routing problem with backhauls: Formulation and set partitioning-based heuristics. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 56(0), 22 – 35, (2013b).

- [Schiavinotto & Stützle, 2007] Schiavinotto, T. & Stützle, T. A review of metrics on permutations for search landscape analysis. *Computers & Operations Research*, 34(10), 3143 – 3153, (2007).
- [Schrage, 1981] Schrage, L. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks*, 11, 229–232, (1981).
- [Shaw, 1998] Shaw, P. Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems. *Proceedings of the CP-98, Fourth international conference on principles and practice of constraint programming, Lecture Notes in Computer Science*, 1520, 417–431, (1998).
- [Silva & Ochi, 2012] Silva, M. & Ochi, L., (2012). Uma heurística baseada em iterated local search para o problema de roteamento de veículos com entregas fracionárias. In *Anais XVI CLAIO/XLIV SBPO – Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa/ Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional* (pp. 1 – 12). Rio de Janeiro – Brasil.
- [Solomon, 1987] Solomon, M. M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research*, 35(2), 254 – 265, (1987).
- [Solomon & Desrosiers, 1988] Solomon, M. M. & Desrosiers, J. Time window constrained routing and scheduling problems. *Transportation Science*, 22, 1–13, (1988).
- [Souza *et al.*, 2010] Souza, M., Coelho, I., Ribas, S., Santos, H., & Merschmann, L. A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem. *European Journal of Operational Research*, 207(2), 1041–1051, (2010).
- [Subramanian, 2012] Subramanian, A., (2012). *Heuristic, Exact and Hybrid Approaches for Vehicle Routing Problems*. PhD thesis, Universidade Federal Fluminense, Niterói – RJ.
- [Subramanian *et al.*, 2010] Subramanian, A., Drummond, L., Bentes, C., Ochi, L., & Farias, R. A parallel heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Computers & Operations Research*, 37(11), 1899 – 1911, (2010).
- [Subramanian *et al.*, 2013] Subramanian, A., Penna, P. H. V., Ochi, L. S., & Souza, M. J. F. *Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional*, (2013), chapter Um Algoritmo Heurístico Baseado em Iterated Local Search para Problemas de Roteamento de Veículos, (pp. 167 – 191). Omnipax.
- [Subramanian *et al.*, 2012] Subramanian, A., Penna, P. H. V., Uchoa, E., & Ochi, L. S. A hybrid algorithm for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 221, 285 – 295, (2012).
- [Taillard *et al.*, 1997] Taillard, E., Badeau, P., Gendreau, M., Guertin, F., & JY, P. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows. *Transportation Science*, 31, 170–186, (1997).
- [Taillard *et al.*, 2001] Taillard, E., Gambardella, L., Gendreau, M., & Potvin, J. Adaptive memory programming: A unified view of metaheuristics. *European Journal of Operational Research*, 135, 1–16, (2001).

- [Taillard, 1991] Taillard, E. D. Robust taboo search for the quadratic assignment problem. *Parallel Computing*, 17, 433–445, (1991).
- [Taillard, 1999] Taillard, E. D. A heuristic column generation method for heterogeneous fleet. *RAIRO (Recherche opérationnelle)*, 33, 1–14, (1999).
- [Tarantilis & Kiranoudis, 2001] Tarantilis, C. D. & Kiranoudis, C. T. A meta-heuristic algorithm for the efficient distribution of perishable foods. *Journal of Food Engineering*, 50, 1–9, (2001).
- [Tarantilis & Kiranoudis, 2007] Tarantilis, C. D. & Kiranoudis, C. T. A flexible adaptive memory-based algorithm for real-life transportation operations: Two case studies from dairy and construction sector. *European Journal of Operational Research*, 179, 806–822, (2007).
- [Tarantilis *et al.*, 2003] Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T., & Vassiliadis, V. S. A list based threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 54, 65–71, (2003).
- [Tarantilis *et al.*, 2004] Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T., & Vassiliadis, V. S. A threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 152, 148–158, (2004).
- [Tavakkoli-Moghaddam *et al.*, 2007] Tavakkoli-Moghaddam, R., Safaei, N., Kah, M., & Rabbani, M. A new capacitated vehicle routing problem with split service for minimizing fleet cost by simulated annealing. *Journal of the Franklin Institute*, 344(5), 406–425. Modeling, Simulation and Applied Optimization Part II, (2007).
- [Tillman, 1969] Tillman, F. A. The multiple terminal delivery problem with probabilistic demands. *Transportation Science*, 3(3), 192–204, (1969).
- [Toth & Vigo, 1999] Toth, P. & Vigo, D. A heuristic algorithm for the symmetric and asymmetric vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 113, 528 – 543, (1999).
- [Toth & Vigo, 2002] Toth, P. & Vigo, D., (2002). *The Vehicle Routing Problem*. Monographs on Discrete Mathematics and Applications. Philadelphia: SIAM.
- [Tütüncü, 2010] Tütüncü, G. Y. An interactive gramps algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem with and without backhauls. *European Journal of Operational Research*, 201, 593–600, (2010).
- [Tütüncü *et al.*, 2009] Tütüncü, G. Y., Carreto, C. A., & Baker, B. M. A visual interactive approach to classical and mixed vehicle routing problems with backhauls. *Omega*, 37(1), 138–154, (2009).
- [Vidal, 2012] Vidal, T., (2012). *Approches générales de résolution pour les problèmes multi-attributs de tournées de véhicules et confection d’horaires*. PhD thesis, Université de Montréal & Université de Technologie de Troyes (co-tutelle).
- [Vidal *et al.*, 2012] Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M., Lahrichi, N., & Rei, W. A hybrid genetic algorithm for multidepot and periodic vehicle routing problems. *Operations Research*, 60(3), 611 – 624, (2012).



- [Vidal *et al.*, 2013a] Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M., & Prins, C. Heuristics for multi-attribute vehicle routing problems: A survey and synthesis. *European Journal of Operational Research*, 231(1), 1 – 21. To appear, (2013a).
- [Vidal *et al.*, 2013b] Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M., & Prins, C. A hybrid genetic algorithm with adaptive diversity management for a large class of vehicle routing problems with time-windows. *Computers & Operations Research*, 40(1), 475 – 489, (2013b).
- [Vidal *et al.*, 2013c] Vidal, T., Maculan, N., Ochi, L., & Penna, P. H. V., (2013c). Large neighborhood with implicit customer selection for prize-collecting vehicle routing and team- orienteering problems. In SOBRAPO (Ed.), *XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – SBPO* (pp. 1 – 12). Natal, Brasil. To appear.
- [Yaman, 2006] Yaman, H. Formulations and valid inequalities for the heterogeneous vehicle routing problem. *Mathematical Programming*, 106, 365 – 390, (2006).
- [Yepes & Medina, 2006] Yepes, V. & Medina, J. Economic heuristic optimization for heterogeneous fleet VRPHESTW. *Journal of Transportation Engineering*, 132(4), 303–311, (2006).
- [Yousefikhoshbakht *et al.*, 2013] Yousefikhoshbakht, M., Didehvar, F., & Rahmati, F. Solving the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem by a combined metaheuristic algorithm. *International Journal of Production Research*, 0(0), 1 – 11. To appear, (2013).

## APÊNDICE A - Publicações

Lista-se a seguir os trabalhos de nossa autoria oriundos desta pesquisa publicados em periódicos e conferências nacionais e internacionais.

### A.1 Periódicos Internacionais

1. Penna, P. H. V., Subramanian, A., & Ochi, L. S. An iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Journal of Heuristics*, 19(2), 201–232, (2013a)
2. Subramanian, A., Penna, P. H. V., Uchoa, E., & Ochi, L. S. A hybrid algorithm for the heterogenous fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 221, 285 – 295, (2012)
3. Vidal, T., Maculan, N., Ochi, L.S., Penna, P.H.V. Large neighborhoods with implicit customer selection for prize-collecting vehicle routing and team-orienteeing problems. *Transportation Science*, (Em fase de submissão)

### A.2 Capítulos de Livros Nacionais

1. Subramanian, A., Penna, P. H. V., Ochi, L. S., & Souza, M. J. F. *Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional*, (2013), chapter Um Algoritmo Heurístico Baseado em Iterated Local Search para Problemas de Roteamento de Veículos, (pp. 167 – 191). Omnipax

### A.3 Anais de Congressos Internacionais – Trabalhos Completos

1. Penna, P. H. V., Subramanian, A., Uchoa, E., & Ochi, L. S., (2011). A hybrid algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. In I. International

- Institute for Innovation & Entrepreneurship-I4e2 (Eds.), *International Conference on Industrial Engineering and Systems Management* (pp. 1214 – 1223)
2. Penna, P. H. V., Subramanian, A., & Ochi, L., (2012). An iterated local search heuristic for open vehicle routing problems. In *Anais XVI CLAIO/XLIV SBPO – Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa/ Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional* (pp. 1 – 11). Rio de Janeiro – Brasil
  3. Kramer, R. H. F. R., Subramanian, A., & Penna, P. H. V., (2012). Problema de roteamento de veículos assimétrico com frota heterogênea limitada: Um estudo de caso em uma indústria de bebidas. In *Anais XVI CLAIO/XLIV SBPO – Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa*

## A.4 Anais de Congressos Nacionais – Trabalhos Completos

1. Oliveira, M., Souza, M. J. F., Souza, S. R., Coelho, D., & Penna, P. H. V., (2012). Uma análise da aplicação de estratégias evolutivas para o problema de roteamento de veículos com backhauls. In *Anais do Congresso Brasileiro de Automática – CBA*
2. Oliveira, M., Souza, S. R., Souza, M. J. F., Coelho, D., & Penna, P. H. V., (2013). Metaheurísticas GRASP e VNS aplicada ao problema de roteamento de veículos com backhauls e frota heterogênea fixa. In SOBRAPO (Ed.), *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*
3. Penna, P. H. V., Vidal, T., Ochi, L., & Prins, C., (2013b). New compound neighborhood structures for heterogeneous fixed fleet vehicle routing problems. In SOBRAPO (Ed.), *XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – SBPO* (pp. 1 – 1). Natal, Brasil. To appear
4. Vidal, T., Maculan, N., Ochi, L., & Penna, P. H. V., (2013c). Large neighborhood with implicit customer selection for prize-collecting vehicle routing and team- orienteering problems. In SOBRAPO (Ed.), *XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – SBPO* (pp. 1 – 12). Natal, Brasil. To appear