UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

ANDREI MANTESSO COIMBRA

IDENTIFICAÇÃO DE CRITICALIDADES DE RAMOS, MEDIDAS E UNIDADES DE MEDIÇÃO NA ESTIMAÇÃO DE ESTADO

> Niterói 2019

### ANDREI MANTESSO COIMBRA

## IDENTIFICAÇÃO DE CRITICALIDADES DE RAMOS, MEDIDAS E UNIDADES DE MEDIÇÃO NA ESTIMAÇÃO DE ESTADO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Computação da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre. Área de Concentração: COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA E SISTEMAS DE POTÊNCIA.

Orientador: Prof. Dr. Júlio Cesar Stacchini de Souza Prof. Dr. Milton Brown Do Coutto Filho

> Niterói 2019

Ficha catalográfica automática - SDC/BEE Gerada com informações fornecidas pelo autor



Bibliotecária responsável: Fabiana Menezes Santos da Silva - CRB7/5274

### ANDREI MANTESSO COIMBRA

## IDENTIFICAÇÃO DE CRITICALIDADES DE RAMOS, MEDIDAS E UNIDADES DE MEDIÇÃO NA ESTIMAÇÃO DE ESTADO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Computação da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre. Área de Concentração: COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA E SISTEMAS DE POTÊNCIA.

Aprovada em 28 de março de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Julio Cesar Stacchini de Souza - Orientador Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Milton Brown Do Coutto Filho - Orientador

Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Fabio Protti

Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Djalma Mosqueira Falcão Universidade Federal do Rio de Janeiro

> Niterói 2019

Ao meu pai, meu grande amigo. À minha mãe, cuja sabedoria me inspira. Ao meu irmão que tanto amo. À Luana, minha amável esposa. À minha avó Margarida, em memória.

### AGRADECIMENTOS

Primeiramente, eu agradeço a Deus por ter me proporcionado fazer este mestrado e por ter me dados forças para superar todas as dificuldades que encontrei até chegar aqui.

Aos meus pais, que me ensinaram a importância de estudar e me incentivaram a encarar essa jornada.

Aos meus orientadores, pela disposição e fundamental colaboração com o desenvolvimento do trabalho em todo este tempo e pela compreensão durante as cirurgias que realizei nesse período.

Aos meus amigos professores do Instituto Federal de Mato Grosso, na cidade de Pontes e Lacerda – MT: Jullian, Ângelo e Letícia, por todo o suporte.

Ao Erisvaldo, amigo da área de TI do IFMT, que me forneceu meios de trabalhar a pesquisa.

Aos amigos Zildomar e Sauria Varanda, pelo carinho e apoio.

A Tereza Pazos, pela amizade.

E em especial, agradeço à minha esposa Luana, por todo o suporte e por ter me acompanhado durante toda essa trajetória.

### **RESUMO**

A estimação de estado tem um papel crucial para o sucesso de funções avançadas de análise e controle presentes em Sistemas de Gerenciamento de Energia, sendo responsável por prover em tempo real uma base de dados consistente, livre de erros que possam comprometer o processo de tomada de decisões e colocar o sistema em risco. A presença de k-tuplas críticas de medidas, unidades de medição e ramos pode impor dificuldades para a identificação de certos erros envolvendo as medidas coletadas, bem como a topologia da rede e seus parâmetros. Os efeitos negativos de criticalidades de ramos sobre o processo de depuração de dados têm sido descritos na literatura, como também métodos para a detecção e identificação de tuplas críticas de baixa cardinalidade. A maioria deles se destina a identificar criticalidades que envolvem apenas medidas e apresentam cardinalidades não superior a três. A identificação de tais criticalidades permite avaliar a vulnerabilidade da função estimação de estado com relação ao risco de se perder a observabilidade e das rotinas de depuração de erros falharem, no caso da indisponibilidade ou contaminação de uma única medida. Entretanto, a perda ou contaminação de um grupo de medidas, por exemplo, envolvendo muitas medidas de uma dada unidade de medição, pode severamente afetar a observabilidade do sistema e a capacidade de depuração de erros. A mesma coisa pode ocorrer no caso da indisponibilidade de uma unidade de medição ou de alterações topológicas. Logo, a identificação de criticalidades de mais alta cardinalidade, envolvendo não apenas medidas, mas também unidades de medição e ramos da rede, é importante para permitir uma avaliação mais precisa das vulnerabilidades da estimação de estado. No entanto, a identificação de criticalidades de alta cardinalidade é tida como uma tarefa complexa e onerosa computacionalmente, principalmente devido à natureza combinatória deste problema. Nesse sentido, esta Dissertação apresenta uma metodologia simples, eficiente e eficaz para a identificação de criticalidades de ramos, unidades de medição e medidas. O algoritmo proposto é construído tendo como base as propriedades relacionadas às citadas criticalidades. Resultados de testes realizados com os sistemas-teste IEEE 14 e IEEE 30 barras são apresentados e demonstram a efetividade da abordagem proposta.

Palavras-chave: Estimação de Estado; Observabilidade; Depuração de Dados; Operação de Sistemas de Potência.

### ABSTRACT

State estimation plays a crucial role for the success of advanced tools employed for power systems analysis and control in Energy Management Systems. It is responsible for providing a consistent real-time dataset, free from errors that may compromise decision-making and put the system in risk. The presence of critical k-tuples of measurements, measurement units or branches may impose difficulties for state estimation to identify certain errors involving the acquired measurements, system topology or network parameters. Many methods for the detection and identification of critical tuples of low cardinality can be found in the technical literature. Most of them are devoted to the identification of criticalities that involve only measurements and present cardinality up to three. The identification of such criticalities allows the assessment of state estimation vulnerabilities, regarding the risk of unobservability or malfunction of data debugging routines in case of loss or corruption of a single measurement. However, the loss or corruption of a group of measurements, for example involving many measurements associated with a given measurement unit, may severely affect system observability and data debugging capability. The same may happen in the case of measurement unit unavailability or network topology changes. Thus, the identification of criticalities of higher cardinalities, involving not only measurements but also measurement units and network branches, is important to allow a more accurate assessment of state estimation vulnerabilities. However, the identification of criticalities of higher cardinalities is regarded as a very complex and time-consuming task, mainly due to the combinatorial nature of such problem. This work presents a simple and effective methodology for the identification of criticalities associated with network branches, measurement units and with the measurements themselves. The proposed algorithm is constructed having the properties related to such criticalities as their main pillar. Tests performed with IEEE 14 and IEEE 30 benchmark systems are presented, and the obtained results show the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: State Estimation; Observability; Data Debugging; Power System Operation.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1. Etapas da Estimação de Estado	23
Figura 3.1 - Sistema exemplo: (a) sem sistema de medição; (b) com sistema de medição	33
Figura 4.1 – Pseudo-sistema de Medição	36
Figura 4.2 – Representação do grafo do sistema de 6 barras	38
Figura 4.3 – Árvore geradora mínima do sistema de 6 barras	38
Figura 4.4 - Grafo se a aresta v <sub>4-6</sub>	39
Figura 4.5 - Grafo sem as arestas v1-5 e v3-4	39
Figura 4.6 – Sistema de 6 barras	42
Figura 4.7 – Sistema de 6 barras com plano de medição	42
Figura 5.1 – Sistema IEEE 14 barras	53
Figura 5.2 – Sistema IEEE 30 barras	59
Figura A.1 – Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras com 8 UMs	74

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Criticalidades de ramos no sistema da Figura 3.1
Tabela 3.2 – Criticalidades de UMs do sistema da Figura 3.1(b)
Tabela 3.3 – Criticalidades de medidas associadas aos <i>Ck-ramos</i> da Tabela 3.134
Tabela 4.1 – Criticalidades de ramos (Offline)42
Tabela 4.2 – Criticalidades de ramos (Online – Propriedade 3)43
Tabela 4.3 – Criticalidades de ramos (Online - Refinamento)43
Tabela 4.4 – UMs associadas (Sistema da Figura 4.7)44
Tabela 4.5 – Criticalidades de UMs (Sistema da Figura 4.7)45
Tabela 4.6 – Criticalidades de medidas (por associação aos <i>C<sub>k</sub>-ramos</i> )
Tabela 4.7 – UMs em barras terminais dos $C_k$ -ramos (Sistema da Figura 4.7)47
Tabela 4.8 - Subconjuntos de medidas para Busca Heurística         47
Tabela 4.9 – $A_k$ -UMs e $C_k$ -meds associadas às criticalidades de ramos
Tabela 4.10 – Limites para os subconjuntos48
Tabela 4.11 – Criticalidades de medidas até k=5 (Sistema de 6 barras)51
Tabela 5.1 – Planos de medição testados
Tabela 5.2 – Criticalidades de Ramos (identificadas <i>offline</i> )54
Tabela 5.3 – Taxas de sucesso nas identificações de $C_k$ -ramos (em %)
Tabela 5.4 – Taxas de sucesso nas identificações de $C_k$ -UMs (em %)
Tabela 5.5 – Quantidade média de tuplas de UMs visitadas (IEEE 14)56
Tabela 5.6 – Taxas de sucesso nas identificações de $C_k$ -meds por associação (em %)
Tabela 5.7 – Taxas de sucesso nas identificações de $C_k$ -meds por busca heurística (em %)57
Tabela 5.8 – Quantidade média de tuplas de medidas visitadas (até $k = 6$ )
Tabela 5.9 – Criticalidades de Ramos – IEEE 30 (identificadas <i>offline</i> até $k = 8$ )
Tabela 5.10 – CASO 1: Taxas de sucesso nas identificações de $C_k$ -UMs (em %)61
Tabela 5.11 – CASO 2: Taxas de sucesso nas identificações de $C_k$ -UMs (em %)61
Tabela 5.12 – CASO 3: Taxas de sucesso nas identificações de $C_k$ -UMs (em %)61
Tabela 5.13 – CASO 1: Falsos positivos nas identificações de $C_k$ -UMs
Tabela 5.14 – CASO 2: Falsos positivos nas identificações de <i>C<sub>k</sub>-UMs</i>
Tabela 5.15 – CASO 3: Falsos positivos nas identificações de $C_k$ -UMs
Tabela 5.16 – Cenários em que houve erro na identificação de $C_k$ -UMs (%)
Tabela 5.17 – Quantidade média de tuplas de UMs visitadas64
Tabela 5.18 – Taxas de sucesso nas identificações de $C_k$ -meds por associação (em %)65

Tabela 5.19 – Taxas de sucesso nas identificações de $C_k$ -meds por busca heurística (e	em %).65
Tabela 5.20 – Quantidade média de tuplas de medidas visitadas	66
Tabela A.1 – Totais de $C_k$ -ramos por cardinalidade	75
Tabela A.2 - Ck-ramos encontradas	75
Tabela A.3 – Totais de $C_k$ -ramos por cardinalidade	78
Tabela A.4 - Ck-ramos atualizadas	78
Tabela A.5 - Ck-UMs encontradas	80
Tabela A.6 - <i>C<sub>k</sub>-meds</i> obtidas por associação aos <i>C<sub>k</sub>-ramos</i>	80
Tabela A.7 – Totais de $C_k$ -meds por cardinalidade (associação aos $C_k$ -ramos)	81
Tabela A.8 - Ck-meds obtidas após a busca heurística	82
Tabela A.9 – Totais de $C_k$ -meds por cardinalidade (busca heurística)	84

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SEP	Sistema Elétrico de Potência;
COS	Centros de Operação de Sistema;
EE	Estimador de Estado;
SCADA	Supervisory Control and Data Acquisition;
UTRs	Unidades Terminais Remotas;
UMFs	Unidades de Medição Fasorial;
C <sub>k</sub> -tupla	k-tupla crítica
UM	Unidade de Medição;
DEIs	Dispositivo Eletrônico Inteligente;
MQP	Mínimos quadrados ponderados;
EG	Erro Grosseiro;
C <sub>k</sub> -ramo	k-tupla crítica de ramos;
$C_k$ -UM	k-tupla crítica de unidades de medição;
$A_k$ - $UM$	Tupla de UMs associadas a uma criticalidade de ramos;
$C_k$ -med	k-tupla crítica de medida;
R-crit	Conjunto contendo todas as Ck-ramos determinadas off-line.

# LISTA DE SÍMBOLOS

Z.	Vetor de medidas adquiridas
h()	Vetor de equação do problema do fluxo de potência
x	Vetor de estado da rede elétrica
е	Vetor de erros das medidas
R	Matriz de covariância das medidas adquiridas
J()	Função objetivo do problema de estimação de estado
Н	Matriz Jacobiano da rede elétrica
G	Matriz de Ganho da rede elétrica
r	Vetor de resíduos das medidas adquiridas
r <sub>N</sub>	Vetor de resíduos normalizados das medidas adquiridas

# SUMÁRIO

Capítulo 1 – INTRODUÇÃO	16
1.1 Considerações iniciais	16
1.2 Objetivo	19
1.3 Estrutura do Trabalho	20
1.4 Contribuições	20
Capítulo 2 – ESTIMAÇÃO DE ESTADO	21
2.1 Fundamentos da Estimação de Estado	23
2.2 Processamento de erros grosseiros	26
2.3 Modelo Linear	27
Capítulo 3 – PROPRIEDADES DAS CRITICALIDADES	29
3.1 Propriedades Gerais das Tuplas Críticas	30
3.2 Propriedades das Criticalidades de Ramos (Ck-ramos)	
3.3 Propriedades das Criticalidades de Unidades de Medição (Ck-UMs)	31
3.4 Propriedades das Criticalidades de Medidas ( <i>C<sub>k</sub>-meds</i> )	32
3.5 Exemplo Ilustrativo	
Capítulo 4 – Identificação de criticalidades	35
4.1 Criticalidades de Ramos	35
4.1.1 Identificação offline	35
Estratégia 1: Usando a matriz de ganho da EE	
Estratégia 2: Algoritmo de Kruskal	
4.1.2 Atualização das criticalidades de ramos	40
4.2 Criticalidades de Unidades de Medição	43
4.3 Criticalidades de Medidas	45
4.3.1 Relação entre criticalidades de medidas e criticalidades de ramos	45
4.3.2 Determinação de outras criticalidades de medidas	46
Capítulo 5 – TESTES E RESULTADOS	

5.1 Descrição da Simulação52
5.2 Testes com o Sistema IEEE 14 Barras53
5.2.1 Identificação de criticalidades de ramos
5.2.2 Identificação de criticalidades de UMs55
5.2.3 Identificação de criticalidades de medidas
5.3 Testes com o Sistema IEEE 30 Barras
5.3.1 Identificação de criticalidades de ramos
5.3.2 Identificação de criticalidades de UMs60
5.3.3 Identificação de criticalidades de medidas64
Capítulo 6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS67
6.1 Conclusões67
6.2 Trabalhos Futuros69
REFERÊNCIAS
APÊNDICE A- CASO EXEMPLO (SISTEMA IEEE 14)74

## CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

#### 1.1 Considerações iniciais

No curso da história, a energia elétrica se tornou algo essencial para o desenvolvimento humano. É possível dizer, com raras ressalvas, que muitas das atividades que o homem executa não aconteceriam se não existisse o consumo de energia elétrica como conhecemos hoje.

Com o processo de industrialização e o crescimento das cidades, houve a necessidade do aumento da produção de energia elétrica para alimentar a crescente demanda que estava surgindo. Nessa busca, começaram-se a explorar diversas fontes de energia, porém nem todas as fontes são de fácil acesso ou estão perto dos grandes centros de carga. O Brasil por exemplo, um país de tamanho continental, possui grandes centros de carga distantes de suas principa is fontes, as hidrelétricas. Assim, os sistemas de energia que antes eram simples ficaram complexos, sistemas que eram resolvidos com poucos cálculos ou mesmo simulados em laboratório, agora exigem algoritmos elaborados; sistemas que antes se resumiam a pequenas cidades, com atendimentos específicos, hoje constituem o que se conhece por Sistema Elétrico de Potência (SEP). O SEP pode ser dividido basicamente em geração, transmissão e distribuição. A geração são as usinas, que em sua maioria estão distantes de suas principa is cargas, a transmissão são as linhas responsáveis por transmitir toda a energia gerada para os centros de distribuição, e esses, por sua vez, levam a energia ao consumidor final.

Todo esse sistema deve ser caraterizado pelo equilíbrio entre geração e consumo, respeitadas todas as restrições do próprio sistema. Essas restrições dizem respeito a quanto cada usina pode gerar, cada linha de transmissão e distribuição podem suportar, considerando-se limites de operação. Quando esses limites não são respeitados, o sistema pode entrar em desequilíbrio e levar ao desligamento de parte ou totalidade da rede em situações extremas.

A operação desse complexo sistema é feita remotamente e de maneira hierarquizada através dos Centros de Operação de Sistema (COS), os quais são responsáveis por seu monitoramento e análise. Para um bom desempenho, os COS dependem de informações confiáveis em tempo real sobre o ponto de operação do sistema. A função encarregada disto no COS é conhecida como Estimador de Estado (EE). Ela se destaca das outras funções por ser responsável pelo fornecimento de dados que poderão ser processados por outros algoritmos, como Fluxo de Potência, Análise de Contingências ou Fluxo de Potência Ótimo, entre outros. Caso o estado estimado contenha erros, este contaminará as demais funções que dele farão uso,

podendo levar o operador do sistema a tomar decisões equivocadas quando do monitoramento e análise do sistema. Tal fato destaca a importância da função EE diante das demais.

O processamento das medidas por meio do estimador de estado é necessário, pois existem erros inerentes ao sistema de medição, pequenos erros estatísticos e eventuais erros grosseiros que precisam ser suprimidos, já que podem comprometer todos os outros estudos que serão realizados a partir dos dados coletados. Portanto, a função EE filtra os dados, disponibilizando, então, dados mais confiáveis.

A função EE estima o estado do sistema, caracterizado pelas tensões complexas (módulo e ângulo) de todas as barras para uma determinada configuração da rede. De posse do estado do sistema, é possível calcular todas as outras grandezas de interesse, como injeções e fluxos de potência, bem como correntes, independentemente de tais grandezas serem medidas ou não. Na maioria dos casos, o estado não é observado diretamente, mas através do sistema *Supervisory Control and Data Acquisition* (SCADA), que coleta de Unidades Termina is Remotas (UTRs) um conjunto de medidas redundantes distribuídas pelo sistema. Há também no as Unidades de Medição Fasorial (UMFs), que permitem a medição de sincrofasores e a observação direta do estado. Entretanto, este ainda é um equipamento caro comparado às UTRs geralmente existentes na rede, o que ainda inibe o seu uso em larga escala.

O desempenho da EE está diretamente relacionado à redundância das medidas, entendendo-se por redundância a quantidade, o tipo e a localização das medidas. Tal redundância está relacionada com a capacidade que a EE tem de estimar o estado do sistema como um todo, assim como é a redundância de medidas que faz com que a EE possa detectar, identificar e eliminar erros grosseiros (EG), suavizando erros estatisticamente pequenos. Portanto, para que a função EE forneça resultados adequados, quatro requisitos são necessários:

- Observabilidade: característica que exprime a capacidade do sistema de supervisionar toda a rede;
- Confiabilidade: capacidade de detectar e identificar dados espúrios e substituição dos dados quando possível;
- Qualidade: assegura a precisão dos dados estimados;
- Robustez: garante que todas os requisitos anteriores sejam atendidos mesmo em caso de indisponibilidade de medidas e/ou ramos.

No entanto, ter um sistema redundante com essas características pode ser um problema, pois requer um alto investimento por parte das empresas de energia. Diante de um contexto competitivo em que elas precisam otimizar os seus investimentos, não raro os sistemas de supervisão da rede enfrentarem cortes orçamentários. Com baixo investimento na monitoração da rede, as características exigidas de um bom sistema de supervisão ficam comprometidas, principalmente levando-se em consideração a necessidade de lidar com situações adversas, como a indisponibilidade de medidores – normalmente causadas por falha ou por manutenção, desastres naturais, alteração topológica da rede, perda de canais de comunicação e, mais recentemente, ataques cibernéticos.

O grande problema de não se ter um sistema com observabilidade, confiabilidade, qualidade e robustez é que a depuração de erros ficará prejudicada, podendo levar à obtenção de estimativas de estado não confiáveis. Assim, como o objetivo da função EE é filtrar o estado fornecendo dados mais reais aos COS, ela não estará cumprindo o seu papel. Diante deste cenário, é de suma importância conhecer previamente as vulnerabilidades da função EE e, assim, os riscos de a mesma ter um desempenho inadequado. Para isso, faz-se habitualmente um estudo da observabilidade da rede, o qual tradicionalmente consiste em apenas determinar se o sistema é ou não observável. Porém, análises adicionais são necessárias para se avaliar os riscos que corre o processo de EE em um sistema observável. A presença de criticalidades podem impor dificuldades para a identificação de certos erros envolvendo as medidas coletadas, bem como a topologia da rede e seus parâmetros.

A criticalidade de dados caracteriza, frequentemente, os limites nos quais uma dada tarefa, pelo estimador de estado, poderá ser realizada. No contexto da EE, a criticalidade de dados está relacionada com a capacidade de observação do sistema [Aug16]. A criticalidade de elementos que fazem parte do processo de EE (medidas, unidades de medição, ramos da rede) indica que a indisponibilidade de tais elementos torna a rede não observável. Além do risco à observabilidade da rede [Mont85b], a presença de tais criticalidades compromete a aptidão da EE para processar erros nos dados, particularmente a detecção e identificação de erros grosseiros de medição. Em geral, uma *k-tupla* crítica (aqui também referida como  $C_k$ -tupla ou simplesmente  $C_k$ ) é definida como um grupo de *k* elementos, de modo que a indisponibilidade simultânea de tais elementos torna o sistema não observável. Porém, o mesmo não ocorre no caso da indisponibilidade de *j* deles (sendo j < k) [Aug18]. Tal definição engloba os casos de apenas um elemento crítico  $C_1$ , um par crítico de elementos  $C_2$  (membros de um conjunto crítico), uma tripla crítica de elementos  $C_3$ , e assim por diante.

A identificação de  $C_{ks}$  é de natureza combinatória, relevante para garantir o adequado conhecimento do nível de confiabilidade do processo de estimação de estado. Apesar de um grande número de publicações para a identificação de  $C_{ks}$  de medidas, de baixa cardinalidade  $(k \le 3)$ , serem encontrados na literatura técnica [Aug13, Cout07, Cout13, Korr91, Lond07, Simo90], o mesmo não acontece no caso da identificação de cardinalidades mais altas ou da identificação de criticalidades envolvendo unidades de medição ou ramos da rede. Um dos primeiros estudos envolvendo a determinação de  $C_{ks}$  em um conjunto de *m* medidas e analisando a sua influência na detecção e identificação de erros grosseiros múltiplos foi apresentado em [Clem86]. Outros esforços de pesquisa que tratam de uma análise teórica de criticalidades envolvendo (m - k) planos de medição robustos foram propostos em [Crai90, Cast08]. A referência [Sou12] trata do problema de se encontrar os  $C_{ks}$  mais esparsos (ou seja, aqueles com a menor cardinalidade k), que incluem uma medida específica. Em [Cout14a], a determinação de  $C_{ks}$  de medidas é utilizada para a posterior identificação de criticalidades de unidades de medição (UMs) e, em [Aug16], para avaliar a aptidão da EE para a observação da rede. Recentemente, em [Aug18], o algoritmo Branch & Bound foi empregado para a determinação de criticalidades de UMs de cardinalidades superiores a 3. O termo UM refere-se de forma genérica a uma unidade terminal remota (UTR), a um Dispositivo Eletrônico Inteligente (DEI) e a uma unidade de medição fasorial (UM). Em geral, UTRs e DEIs coletam medidas de fluxos/injeções de potência e magnitudes de corrente, enquanto UMFs coletam medidas fasoriais de tensão e corrente [Cout14b, Salg15].

Esta dissertação apresenta uma metodologia simples, eficiente e eficaz para a identificação de criticalidades de ramos, unidades de medição e medidas. O algoritmo proposto é construído tendo como base as propriedades relacionadas às citadas criticalidades. Resultados de testes realizados com os sistemas teste IEEE 14 e IEEE 30 barras são apresentados e comprovam a efetividade da abordagem proposta.

### 1.2 Objetivo

O trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma metodologia eficaz e eficiente para a análise de criticalidades para a função Estimação de Estado. Para tanto, vislumbra-se a identificação de criticalidades de ramos da rede, de unidades de medição e também de medidas. A metodologia a ser apresentada deve ser capaz de identificar criticalidades de baixa e alta cardinalidade, devendo, portanto, ser eficiente do ponto de vista computacional.

### 1.3 Estrutura do Trabalho

O trabalho está divido em seis capítulos. Depois das considerações introdutórias do Capítulo 1, o Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica da estimação de estado, enquanto o Capítulo 3 trata da análise da observabilidade da rede e das criticalidades que afetam a EE. O Capítulo 4 apresenta a metodologia proposta e o Capítulo 5 apresenta o resultado de simulações realizadas utilizando diferentes sistemas e condições de redundância. Finalmente, o Capítulo 6 apresenta as principais conclusões do trabalho.

### 1.4 Contribuições

Dentre as contribuições deste trabalho, destacam-se:

- Descrição de propriedades das criticalidades de ramos, unidades de medição e medidas e as relações entre elas;
- Proposição de uma estratégia para a identificação *offline* de criticalidades de ramos, com simples atualização em tempo real quando da ocorrência de alterações no plano de medição ou na topologia da rede;
- Exploração das relações entre as criticalidades de ramos, UMs e medidas para a criação de regras simples que auxiliam na busca por tuplas críticas;
- Proposição de uma metodologia eficiente para a identificação de C<sub>ks</sub> de cardinalidade superior a três.

## CAPÍTULO 2 – ESTIMAÇÃO DE ESTADO

A função Estimação de Estado (EE) se destaca das demais funções nos Centros de Operação do Sistema (COS) por ser responsável pela filtragem dos dados que são utilizados em outras aplicações. A EE foi introduzida primeiramente por Schweppe e Wildes [Schwp70], que perceberam a necessidade de se filtrarem os dados que chegavam aos COS, de modo a detectar e identificar erros nas telemedidas recebidas. Desde então, a estimação de estado se tornou um campo vasto para pesquisa e, continuamente há vários estudos visando aperfeiçoar as várias etapas da EE.

A estimação de estado recebe informações sobre a configuração da rede e sobre os valores das medidas para sua execução, encontradas nas seguintes bases de dados:

- Base de dados estática: contém os parâmetros da rede, informações como valores da impedância das linhas, dos bancos de capacitores/indutores, impedância dos transformadores. Pressupõem-se que esses valores estejam corretos e atualizados. Erros nos parâmetros da rede não são em princípio depurados pela EE, podendo comprometer os valores estimados;
- Base de dados dinâmica: contém os valores em tempo real das medidas coletadas pelo sistema SCADA e/ou provenientes de UMFs, além das informações sobre o estado (aberto/fechado) de disjuntores e chaves, processadas pelo configurador de rede para se conhecer a topologia atual da rede.

A partir de tais informações, é possível estimar o estado do sistema. O processo de estimação pode ser dividido em cinco etapas, que segundo [Abur04] são: processamento topológico, análise de observabilidade, filtragem do estado, processamento de erros grosseiros, processamento de erros de parâmetros e estruturais:

 Processamento topológico: Nesta primeira etapa, se obtêm as informações sobre chaves e disjuntores, dados lógicos referentes ao *status* desses equipamentos (aberto/fechado) e se obtém o modelo barra-ramo da rede;

- Análise de observabilidade: Determina se o conjunto de medidas disponível no sistema é suficiente para estimar o estado de toda a rede. Caso não seja, verificam-se as ilhas observáveis [Mont85a] e os ramos não-observáveis. Quando possível, busca-se restaurar a observabilidade de toda a rede a partir de pseudo-medidas, as quais podem ser, por exemplo, dados históricos de carga;
- Filtragem do estado: Parte central do processo de EE, responsável por determinar os valores estimados das variáveis de estado (módulo e ângulo das tensões das barras do sistema) com base nas medidas disponíveis e no modelo barra-ramo determinado a priori. O método mais usado para obter tais estimativas é o dos mínimos quadrados ponderados (MQP);
- Processamento de erros grosseiros: Depois de determinado o estado, busca-se detectar
  e identificar possíveis erros grosseiros no conjunto de medidas, confrontando-se os
  valores efetivamente medidos com aqueles obtidos com o resultado do processo de EE.
  Nesta etapa, os erros grosseiros encontrados são, se possível, eliminados. Para que a
  identificação de erros seja efetiva é necessário que se disponha de um sistema de
  medição com um nível de redundância adequado, livre de criticalidades que possam
  atrapalhar o processo de depuração;
- Processamento de erros de parâmetros e estruturais: Esta etapa é em geral realizada quando se suspeita que os erros presentes não estejam associados às medidas. Passa-se, então, a investigar a existência de erros nas informações sobre os estados de disjuntores e chaves, bem como nos valores dos parâmetros de ramos da rede.

O processamento de erros de parâmetros, em particular, não está habitualmente entre as etapas da função EE. A razão para isso é que a origem de tais erros está na base de dados estática, usualmente considerada sem erros quando se realiza o processo de estimação. Por se tratar de um erro presente na base estática e, portanto, persistente, seu tratamento é geralmente realizado com o auxílio do processo de EE, porém de forma *offline*.

A Figura 2.1, a seguir, ilustra as etapas envolvidas no processo de EE.



Figura 2.1. Etapas da Estimação de Estado

### 2.1 Fundamentos da Estimação de Estado

A função EE pode ser descrita pelo seguinte modelo:

$$z = h(x) + e \tag{2.1}$$

Tal modelo descreve a relação entre as medidas coletadas (fluxos de potência ativo e reativo, injeção de potência ativa e reativa, magnitude de tensão e corrente, além de valores de tensão e corrente complexas) e o estado do sistema (valores de tensão fasorial de cada barra), sendo:

- x: vetor de estado, de dimensão (n × 1) onde n = 2NB 1, sendo NB igual ao número de barras do sistema;
- z: vetor de medidas, de dimensão (m × 1), sendo m igual ao número de medidas do sistema;
- *h*(.): vetor de funções não-lineares que relacionam as medidas com as variáveis de estado, possuindo dimensão (*m* × 1);
- e: vetor de erro das medidas. Esses erros levam em conta as incertezas devidas à imprecisão dos medidores, erros de comunicação, efeitos de conversão analógico/digital etc.

Algumas hipóteses são feitas em relação às propriedades dos erros de medição. Assumese que são não correlacionados, possuindo distribuição normal, com média zero e matriz de covariância **R**.

$$E(e) = 0$$
  $Cov(e) = E(ee^{T}) = R$  (2.2)

Por considerar os erros de medição não correlacionados, a matriz de covariâncias  $\mathbf{R}$  é uma matriz diagonal formada pelos valores das variâncias dos erros das medidas ( $\sigma^2$ ), possuindo dimensão ( $m \ge m$ ).

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \sigma_2^2 & \\ & & \sigma_m^2 \end{bmatrix}$$
(2.3)

De modo a se estimar o estado de operação mais confiável do sistema, a EE é formulada com um problema de otimização, resolvido geralmente pelo método dos mínimos quadrados ponderados (MQP). A ponderação existente no modelo leva em consideração o fato de que é esperado que os valores de algumas medidas sejam mais precisos que o de outras, buscando-se, assim, fazer com que medidas mais precisas influenciem mais o processo de estimação. Logo, pode-se definir a função objetivo do processo de EE como apresentado na expressão (2.4).

$$J(x) = \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i^2 \alpha_i = \sum_{i=1}^{m} (z_i - h(x_i))^2 \alpha_i$$
(2.4)

Sendo:

- J(x): função objetivo;
- *zi*: i-ésima medida;
- $\alpha_i$ : peso atribuído à i-ésima medida  $=\frac{1}{\sigma^2}$ ;
- *m*: número de medidas;
- $\varepsilon_i$ : erro relativo à i-ésima medida.

Na forma matricial:

$$J(x) = [z - h(x)]^{T} R^{-1} [z - h(x)]$$
(2.5)

Assim, a EE empregando o método MQP consiste em encontrar uma solução  $\hat{x}$  que minimize a função J(x). Para se determinar o mínimo de J(x), tem-se:

$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -H^T R^{-1} [z - h(x)] = 0$$
(2.6)

onde:

$$H(x) = \left[\frac{\partial h(x)}{\partial x}\right]$$
(2.7)

H(x) é a matriz Jacobiano do processo de estimação, que contém as derivadas das medidas em relação às variáveis de estado. Expandindo a função não-linear g(x) em torno do vetor de estado  $x^k$  através da série de Taylor, tem-se:

$$g(x) = g(x^{k}) + G(x^{k})(x - x^{k}) + \dots = 0$$
(2.8)

Desprezando as componentes não lineares da expansão da série, chega-se à seguinte expressão:

$$x^{k+1} = x^k - [G(x^k)]^{-1} \cdot g(x^k)$$
(2.9)

onde:

$$G(x^{k}) = \frac{\partial g(x^{k})}{\partial x} = H^{T}(x^{k}) \cdot R^{-1} \cdot H(x^{k})$$

$$g(x^{k}) = -H^{T}(x^{k}) R^{-1}[z - h(x^{k})]$$
(2.10)

Usando o método iterativo de Gauss-Newton, o problema é resolvido iterativamente de acordo com a seguinte equação:

$$x^{k+1} = x^k + G^{-1}(x^k) H^T(x^k) R^{-1}[z - h(x^k)]$$
(2.11)

O processo iterativo chega ao seu fim, quando  $\Delta x = |x^{k+1} - x^k|$  for menor que uma dada tolerância desejada.

### 2.2 Processamento de erros grosseiros

A principal finalidade da estimação de estado é prover dados confiáveis para outras aplicações, filtrando o estado de operação a partir do processamento de um conjunto de medidas redundantes recebidas. Porém, tais medidas podem conter erros de fontes variadas, como foi mencionado. Diz-se que uma medida possui um erro grosseiro (EG) quando apresenta um valor muito discrepante em relação ao valor esperado.

A presença de EGs nas medidas compromete o resultado da função EE, levando a resultados não confiáveis. Por essa razão, o processamento de erros grosseiros é parte fundamental do processo de estimação de estado. Medidas que possuem EGs devem ser detectadas, identificadas e, se possível, eliminadas ou substituídas por pseudo-medidas. Medidas contaminadas com erros muito evidentes são, em geral, identificadas na etapa de pré-filtragem da base dinâmica, por meio de alguns testes simples de consistência de dados, tais como:

- Verificação das medidas, observando se elas estão dentro do intervalo esperado;
- Comparação de medidas redundantes;
- Comparação do valor recebido com o valor anteriormente coletado;
- Comparação dos valores de fluxo de potência nos dois extremos de um ramo.

Muitos erros não são identificáveis na etapa de pré-filtrarem, sendo, portanto, necessário tratá-los durante o processo de EE por meio da análise de resíduos normalizados para a detecção e identificação de medidas espúrias. Após o estado ser filtrado, estimam-se os valores das medidas e calcula-se inicialmente o vetor de resíduos da estimação, contendo as diferenças entre os valores das medidas recebidas e os correspondentes valores estimados para elas, de acordo com:

$$r = z - h(\hat{x}) \tag{2.12}$$

O vetor de resíduos é assumido como tendo distribuição normal, valor esperado igual zero e matriz de covariância **E**.

$$E = R - HG^{-1}H^T (2.13)$$

onde G é a matriz de ganho do processo de estimação, sendo dada por:

$$G = H^T R^{-1} H$$

Passa-se, então, ao cálculo do resíduo normalizado, o qual é confrontado com um limiar de detecção de EGs, conforme (2.14).

$$r_N(i) = \frac{|z_i - h_i(\hat{x})|}{\sqrt{E_{(i,i)}}} = \frac{|r(i)|}{\sqrt{E_{(i,i)}}} < \lambda$$
(2.14)

Assume-se que os resíduos normalizados que apresentarem um valor superior ao limiar de detecção  $\lambda$  são portadores de EG [Abur04, Mont99].

### 2.3 Modelo Linear

Em muitas situações, como no caso da análise de observabilidade, em que o interesse é apenas saber se as medidas disponíveis são suficientes para a estimação do estado em todo o sistema, é comum se adotar um modelo simplificado para a EE, como é o caso do modelo linearizado. Para tal, assume-se que as medidas estão disponíveis aos pares (potência

ativa/reativa) e considera-se apenas o modelo que relaciona potência ativa e ângulos das tensões, como em (2.15) [Abur04].

$$\boldsymbol{z}_{\mathrm{a}} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{a}}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{v}_{\mathrm{a}} \tag{2.15}$$

onde:

 $\theta$ -vetor de ângulos das tensões nodais ( $n \times 1$ );

 $z_a$ -vetor de medidas de injeções e fluxos de potência ativa ( $m \times 1$ );

 $v_a$  – vetor de erros associados às medidas ( $m \times 1$ ), supostamente apresentando média zero e tendo como matriz de covariância a matriz I (identidade);

 $H_{a}$  – matriz Jacobiano associada às medidas de potência ativa ( $m \times n$ ).

De acordo com (2.15) e usando o método MQP para a estimação de estado, tem-se que:

$$\boldsymbol{G}_{a}\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{H}_{a}^{t}\boldsymbol{z}_{a} \tag{2.16}$$

onde  $G_a = H_a^t H_a \acute{e}$  a matriz de ganho associada às equações das medidas de potência ativa.

Para se determinar se um sistema é observável ou não, pode-se simplesmente verificar se a solução da expressão (2.16) pode ou não ser obtida, ou seja, se a matriz de ganho é inversível.

### **CAPÍTULO 3 – PROPRIEDADES DAS CRITICALIDADES**

No capítulo anterior, foram apresentadas as etapas que constituem a função EE e comentada a necessidade de se dispor de um conjunto de medidas que sejam redundantes e adequadamente localizadas, de modo a minimizar riscos para a observabilidade da rede e para a confiabilidade do processo de supervisão. Idealmente, os requisitos desejados de observabilidade e confiabilidade do processo de EE deveriam ser atendidos para o plano de medição planejado e, além disso, preservados em caso de indisponibilidade de medidas, unidades de medição ou ramos da rede. Porém, tal situação não ocorre na prática e se torna essencial conhecer os riscos aos quais o bom desempenho da função EE está submetido. Esse conhecimento é importante para se ter uma melhor interpretação dos resultados obtidos, bem como para a tomada de decisões de planejamento e reforço do sistema de medição.

A presença de tuplas críticas de medidas, unidades de medição e ramos pode impor dificuldades à identificação de certos erros envolvendo as medidas coletadas e/ou a topologia da rede e seus parâmetros. Conforme mencionado no Capítulo 1, diversos métodos para a detecção e identificação de tuplas críticas de baixa cardinalidade podem ser encontrados na literatura. A grande maioria deles se destina a identificar criticalidades que envolvem apenas medidas e que apresentam cardinalidade não superior a três. A identificação de tais criticalidades permite avaliar a vulnerabilidade da função estimação de estado com relação ao risco de se perder a observabilidade e/ou das rotinas de depuração de erros falharem, no caso da indisponibilidade ou contaminação de apenas uma única medida. Entretanto, a perda ou a contaminação de um grupo de medidas, por exemplo, envolvendo várias medidas de uma mesma unidade de medição, pode severamente afetar a observabilidade do sistema e a capacidade de depuração de erros. O mesmo pode acontecer no caso da indisponibilidade de unidades de medição ou quando ocorrem alterações topológicas. Logo, a identificação de criticalidades de mais alta cardinalidade, envolvendo não apenas medidas, mas também unidades de medição e ramos da rede, é importante para permitir uma avaliação mais precisa das vulnerabilidades da função estimação de estado. No entanto, a identificação de criticalidades de alta cardinalidade é tida como uma tarefa complexa e onerosa computacionalmente, principalmente devido à natureza combinatória deste problema.

Este capítulo apresenta as propriedades das tuplas críticas de ramos da rede, unidades de medição e medidas, bem como das relações entre tais criticalidades.

### 3.1 Propriedades Gerais das Tuplas Críticas

Uma  $C_k$ -tupla é definida como um grupo de k elementos, de modo que a indisponibilidade de tais elementos (todos simultaneamente) torna o sistema não observável. Tal definição é aplicável tanto à criticalidade de medidas, como de unidades de medição e de ramos da rede.

As seguintes propriedades podem, então, ser enunciadas para uma  $C_k$ -tupla (por simplicidade deste ponto em diante também referida como  $C_k$ ):

**Propriedade 1:** Uma  $C_k$  não contém uma  $C_j$ ,  $\forall j < k$ ;

**Propriedade 2:** Quando *r* elementos de uma  $C_k$  (r < k) ficam indisponíveis, a tupla  $C_k$  se torna uma tupla  $C_{k-r}$ .

### 3.2 Propriedades das Criticalidades de Ramos (Ck-ramos)

Alterações topológicas podem degradar o processo de EE e até mesmo causar a perda de observabilidade da rede. As criticalidades de ramos da rede desempenham um papel importante neste processo de degradação, pois sua presença tem impacto não apenas na observabilidade da rede, mas também na capacidade de depuração de erros pela função EE. A identificação de  $C_k$ -ramos tem recebido pouca atenção na literatura, uma vez que é vista como um problema de natureza combinatória, oneroso computacionalmente e que deve ser resolvido toda vez que houver uma alteração na topologia da rede e/ou no sistema de medição. Algumas características relacionadas aos efeitos negativos de criticalidades de ramos sobre o processo de depuração de dados podem ser encontradas em [Cout07, Lond07].

Esta seção apresenta certas propriedades que são úteis para o desenvolvimento de algoritmos eficientes para a identificação e atualização de criticalidades de ramos, como o que será posteriormente apresentado no Capítulo 4.

**Propriedade 3:** Um conjunto de *k* ramos forma uma  $C_k$ -ramo se a indisponibilidade simultânea de tais ramos resulta em uma rede elétrica ilhada, garantido que o mesmo não ocorre se quaisquer *j* ramos do mesmo conjunto ( $\forall j < k$ ) se tornarem indisponíveis;

**Propriedade 4:** Considere-se um sistema de medição qualquer. Se todos os k ramos que formam uma  $C_k$ -ramo (de acordo com a Propriedade 3) são ramos irrelevantes (sem medidas neles incidentes), então a rede elétrica não é observável pela função EE;

**Propriedade 5:** Quando *r* ramos ficam indisponíveis ou irrelevantes, todas as  $C_k$ -ramos ( $\forall k > r$ ) que contêm os *r* ramos se tornarão  $C_{k-r}$ -ramos.

É importante observar que a Propriedade 3 não depende de um sistema de medição específico, mas apenas da configuração da rede elétrica. A Propriedade 4 deriva do fato de que, do ponto de vista da análise de observabilidade pela EE, o efeito produzido pela existência de um ramo irrelevante ou indisponível é o mesmo. A Propriedade 5, por sua vez, está diretamente relacionada com a Propriedade 2.

### **3.3** Propriedades das Criticalidades de Unidades de Medição ( $C_k$ -UMs)

A indisponibilidade de unidades de medição (UMs) tem significativo impacto na EE, uma vez que geralmente representa a perda de diversas medidas em bloco e pode comprometer severamente a capacidade de tratamento de erros nos dados ou até mesmo a observabilidade da rede.

No que diz respeito a criticalidades de unidades de medição, as seguintes propriedades podem ser consideradas:

**Propriedade 6:** As *k* UMs que possuem medidas incidentes em ramos que formam uma determinada tupla crítica de ramos são aqui denominadas  $A_k$ -UMs (tuplas de UMs associadas às criticalidades de ramos) e levam a perda de observabilidade da rede, caso se tornem indisponíveis. As  $A_k$ -UMs que não contiverem  $A_j$ -UMs de cardinalidade inferior (j < k) serão  $C_k$ -UMs;

**Propriedade 7:** Quando *r* UMs ficam indisponíveis, todas as  $C_k$ -UMs ( $\forall k > r$ ) contendo as *r* UMs se tornarão  $C_{k-r}$ -UMs.

A Propriedade 6 é baseada no fato de que a indisponibilidade das k UMs tornará irrelevantes todos os j ramos que formam um  $C_j$ -ramo. Nesta condição, de acordo com a

Propriedade 4, a rede se torna não observável e, de acordo com a Propriedade 1, as  $C_k$ -UMs são identificadas. A Propriedade 7 está relacionada com a Propriedade 2.

### **3.4** Propriedades das Criticalidades de Medidas ( $C_k$ -meds)

Conforme já descrito neste trabalho, durante a análise residual o vetor de resíduos é normalizado, utilizando-se informações da matriz de covariância dos resíduos, e confrontado com o limiar de detecção de EGs. No caso do modelo linear, a matriz de covariância  $\Omega_a$  é dada por:

$$\boldsymbol{\varrho}_a = \mathbf{I} - \boldsymbol{H}_a \boldsymbol{G}_a^{-1} \boldsymbol{H}_a^t \tag{3.1}$$

A matriz de covariância contém elementos representando o grau de interação entre as medidas, o que pode ser explorado na análise de criticalidades.

Os efeitos deletérios das criticalidades de medidas na EE têm sido amplamente estudados na literatura, particularmente aqueles relacionados à presença de medidas críticas  $(C_1-meds)$  e pares críticos de medidas  $(C_2-meds)$ . Porém, conforme anteriormente mencionado, a identificação de tuplas críticas de cardinalidades superiores permanece um desafio, dado o grande custo computacional envolvido.

As propriedades empregadas para a identificação de  $C_1$ -meds e  $C_2$ -meds são bastante conhecidas [Cout13, Lond13] e não serão abordadas neste documento, uma vez que se aplicam apenas a criticalidades de cardinalidade 1 e 2. As propriedades apresentadas a seguir se aplicam a criticalidades de medidas de qualquer cardinalidade e são baseadas na associação com as criticalidades de ramos.

**Propriedade 8:** As *k* colunas da matriz  $\boldsymbol{Q}_a$  (3.1) correspondentes às medidas que formam uma  $C_k$ -med são linearmente dependentes [Aug17];

**Propriedade 9:** O conjunto de *k* medidas que, ao ficarem simultaneamente indisponíveis, tornam irrelevantes todos os ramos que constituem uma tupla crítica de ramos, forma uma  $C_k$ -*med*;

**Propriedade 10:** Quando *r* medidas ficam indisponíveis, todas as  $C_k$ -meds ( $\forall k > r$ ) contendo as *r* medidas se tornam  $C_{k-r}$ -meds.

A Propriedade 9 está de acordo com a Propriedade 4 e, assim como no caso das Propriedades 5 e 7, a Propriedade 10 está relacionada à Propriedade Geral 2.

### 3.5 Exemplo Ilustrativo

Considere-se o sistema exemplo de 5 barras da Figura 3.1. Pode-se observar que na figura 3.1(a) é apresentado apenas a configuração da rede, enquanto a Figura 3.1(b) apresenta a mesma rede, porém estando também presente um sistema de medição com UMs em todas as barras.



Figura 3.1 - Sistema exemplo: (a) sem sistema de medição; (b) com sistema de medição

A Tabela 3.1 apresenta as criticalidades de ramos presentes no sistema da Figura 3.1 (a), de acordo com a Propriedade 3. Note-se que a ausência simultânea dos ramos elencados em cada  $C_k$ -ramo faz com que a rede fique ilhada.

Note-se também que, do ponto de vista da EE, as mesmas criticalidades de ramos estão presentes ao se considerar o sistema de medição da Figura 3.1(b).

Cardinalidade $(k)$	C <sub>k</sub> -ramos
1	$(R_{2-4})$
2	$(R_{1-2}, R_{1-3}); (R_{2-5}, R_{3-5})$
3	$(R_{1-2}, R_{2-3}, R_{2-5}); (R_{1-2}, R_{2-3}, R_{3-5}); (R_{1-3}, R_{2-3}, R_{2-5}); (R_{1-3}, R_{2-3}, R_{3-5})$

Tabela 3.1 – Criticalidades de ramos no sistema da Figura 3.1

De acordo com a Propriedade 6, as criticalidades de UMs do sistema da Figura 3.1(b) são as apresentadas na Tabela 3.2. A indisponibilidade simultânea de tais tuplas de UMs tornará irrelevantes os ramos que compõem os  $C_k$ -ramos da Tabela 3.1. Nesta tabela, a indicação UMi se refere à UM que está localizada na barra i.

Cardinalidade (k)	$C_k$ -UMs
1	-
2	(UM2,UM4)
3	(UM1,UM2,UM3); (UM2,UM3,UM5)

Tabela 3.2 – Criticalidades de UMs do sistema da Figura 3.1(b)

Criticalidades de medidas podem também ser identificadas de acordo com a Propriedade 9. Por exemplo, para o sistema da Figura 5.2(c), as criticalidades de medidas associadas às criticalidades de ramos da Tabela 3.1 são apresentados na Tabela 3.3.

 $C_k$ -meds C<sub>k</sub>-ramos  $(P_2, P_4, F_{2-4}, F_{4-2})$  $(R_{2-4})$  $(R_{1-2}, R_{1-3})$  $(P_1, P_2, P_3, F_{1-2}, F_{2-1}, F_{1-3}, F_{3-1})$  $(R_{2-5}, R_{3-5})$ (P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>, P<sub>5</sub>, F<sub>2-5</sub>, F<sub>5-2</sub>, F<sub>3-5</sub>, F<sub>5-3</sub>)  $(R_{1-2}, R_{2-3}, R_{2-5})$ (P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>, P<sub>5</sub>, F<sub>1-2</sub>, F<sub>2-1</sub>, F<sub>2-3</sub>, F<sub>3-2</sub>, F<sub>2-5</sub>, F<sub>5-2</sub>)  $(R_{1-2}, R_{2-3}, R_{3-5})$ (P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>, P<sub>5</sub>, F<sub>1-2</sub>, F<sub>2-1</sub>, F<sub>2-3</sub>, F<sub>3-2</sub>, F<sub>2-5</sub>, F<sub>5-3</sub>) (P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>, P<sub>5</sub>, F<sub>1-3</sub>, F<sub>3-1</sub>, F<sub>2-3</sub>, F<sub>3-2</sub>, F<sub>2-5</sub>, F<sub>5-2</sub>)  $(R_{1-3}, R_{2-3}, R_{2-5})$  $(R_{1-3}, R_{2-3}, R_{3-5})$ (P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>, P<sub>5</sub>, F<sub>1-3</sub>, F<sub>3-1</sub>, F<sub>2-3</sub>, F<sub>3-2</sub>, F<sub>3-5</sub>, F<sub>5-3</sub>)

Tabela 3.3 – Criticalidades de medidas associadas aos Ck-ramos da Tabela 3.1

Embora a Propriedade 9 permita identificar facilmente tuplas críticas de medidas com base na sua associação com as criticalidades de ramos, outras criticalidades de medidas presentes no sistema devem também ser identificadas. Isto se deve à existência de medidas de injeção no plano de medição. Caso não existam medidas de injeção, mas apenas de fluxo, todas as criticalidades de medidas poderiam ser identificadas utilizando-se a Propriedade 9.

A identificação de outras criticalidades de medidas pode ser realizada observando-se a Propriedade 8. Em [Aug17], é apresentado um método eficiente para a identificação de  $C_k$ *meds* por meio da análise da dependência linear entre as colunas de matrizes  $\Omega_a$  reduzidas. Porém, ainda assim a busca por  $C_k$ -*meds* envolve uma análise combinatória que pode ser custosa, dependendo das cardinalidades consideradas de interesse. No próximo capítulo, serão apresentadas estratégias heurísticas que, com base nos resultados obtidos aplicando-se a Propriedade 9, buscam uma boa relação de compromisso entre a identificação de  $C_k$ -*meds* e o custo computacional para tal.

### CAPÍTULO 4 – IDENTIFICAÇÃO DE CRITICALIDADES

Este capítulo apresenta a metodologia para a identificação das criticalidades de ramos, unidades de medição e medidas. A metodologia proposta lança mão das propriedades estabelecidas no Capítulo 3 para cada tipo de criticalidade.

#### 4.1 Criticalidades de Ramos

A primeira etapa da metodologia proposta consiste em determinar a as criticalidades de ramos da rede. De modo a evitar a necessidade de realizar a determinação das criticalidades de ramos (que envolve uma análise combinatória onerosa) a todo momento que existe uma alteração no sistema de medição ou topológica, na metodologia proposta as criticalidades de ramos são determinadas uma única vez, *offline*, sendo posteriormente atualizadas de forma simples, quando necessário, apenas utilizando as propriedades descritas no Capítulo 3.

### 4.1.1 Identificação offline

A identificação das criticalidades de ramos pode ser realizada uma única vez, *offline*, com base na Propriedade 3, apresentada na Seção 3.2. Ou seja, considerando em tal análise uma topologia de rede completa, isto é, todos os ramos da rede em operação. Nesta etapa não é necessário considerar a existência de um plano de medição.

Para encontrar todas as criticalidades de ramos do sistema, é preciso testar todas as possibilidades de combinações possíveis, isso faz com esta etapa seja muito onerosa computacionalmente. Porém, tal fato é atenuado pelas seguintes razões:

- A identificação das criticalidades de ramos será realizada uma única vez, offline;
- O problema combinatório pode ser resolvido utilizando técnicas de otimização conhecidas, como, por exemplo, a proposta em [Aug18];
- O problema é facilmente paralelizável, podendo-se lançar mão de recursos computaciona is e algoritmos de computação paralela e distribuída;
- Não é necessário identificar criticalidades de todas as cardinalidades, ou seja, pode-se limitar a cardinalidade máxima de interesse, uma vez que se sabe que criticalidades de

ramos de uma certa cardinalidade k já estarão associadas a cardinalidades de UMs e medidas superiores a k;

Não é necessário identificar todas as criticalidades de uma só vez. Pode-se, por exemplo, realizar a análise combinatória apenas para uma dada cardinalidade k, em outro momento para a cardinalidade k+1, e assim por diante.

Conforme mencionado, sendo a análise realizada para uma topologia de rede completa, não será necessário reexecutar o algoritmo para identificação *offline* de criticalidades de ramos quando rede não apresentar topologia completa, independente do sistema de medição, como será visto adiante neste capítulo. A identificação *offline* de criticalidades de ramos só se fará novamente necessária quando houver investimento na expansão da rede elétrica, ampliando a rede a ser supervisionada. Dado o caráter local das expansões da rede e dependendo da cardinalidade de interesse para as criticalidades de ramos, é possível ainda que o processo de identificação *offline* não necessite ser integralmente realizado, bastando atualizar as criticalidades já identificadas. Porém, isto não será alvo de investigação neste trabalho.

Neste trabalho foram testadas duas estratégias para se encontrar as criticalidades de ramos (sem a preocupação de otimizar a busca por tais criticalidades), as quais serão apresentadas a seguir.

### Estratégia 1: Usando a matriz de ganho da EE

Devido ao fato de as criticalidades de ramos serem independentes do sistema de medição, considere-se um pseudo-sistema de medição apenas com injeções de potência em cada barra, como ilustra a Figura 4.1. Dessa maneira, para identificar se uma tupla de ramos é crítica, basta verificar se o determinante da matriz de ganho G é nulo.



Figura 4.1 – Pseudo-sistema de Medição
No Quadro 1, é apresentado o algoritmo utilizado. Como dito anteriormente, não se utilizou nenhuma estratégia para se reduzir o espaço de busca, sendo todas as possibilidades de combinação de ramos enumeradas. Porém, cada nova tupla  $A_p$ -tupla candidata é inicialmente comparadas com a lista de tuplas críticas de ramos e somente as  $A_p$ -tuplas que não possuírem um  $C_j$ -tupla, (j < p) são testadas. A identificação das tuplas críticas de ramos é encerrada quando forem identificadas todas as  $C_k$ -tuplas até a cardinalidade máxima k de interesse.

```
Criar lista de criticalidades: L-críticas;
p \leftarrow l:
k \leftarrow valor \ máximo \ da \ cardinalidade \ de \ interesse;
Para p de 1 até k faça
        Criar lista de combinação simples de n elementos, sendo n a quantidade de ramos,
tomados p a p (p < n) de possíveis tuplas críticas de ramos: L-possíveis;
        Se existir uma C_i-tupla em L-críticas contida em uma A_p-tupla (j < p) de L-possíveis
                Retirar as A<sub>p</sub>-tuplas de L-possíveis
        Fim_se
        Para todas as A<sub>p</sub>-tuplas de L-possíveis
                Se o det(G) para a referente A_p-tupla = 0
                        L-críticas \leftarrow A_p-tupla
                Fim_se
        Fim_para
        p \leftarrow p + l;
Fim_para
```

Quadro 4.1 – Algoritmo da Estratégia 1

## Estratégia 2: Algoritmo de Kruskal

Uma maneira muito utilizada para se modelar redes elétricas é através de grafos, onde, cada barra representa um vértice e os ramos são as arestas do grafo. Em teoria de grafos, há o problema da árvore geradora mínima, que consiste em encontrar em um grafo sem direção G =(V, E), sendo V o conjunto de vértices do grafo e E o conjunto de arestas que conectam dois vértices, para cada aresta  $(u,v) \in E$  há um peso w(u,v), uma árvore que conecte todos os vértices sem forma um ciclo e com o menor custo. O número mínimo de arestas para se forma a árvore é igual ao número de vértices menos 1. O algoritmo utilizado neste trabalho foi o algoritmo de Kruskal, que é considerado um algoritmo guloso, por sempre buscar o ótimo local, no caso, a aresta de menor custo que conecte dois vértices.

Como no problema original não há pesos, na modelagem do grafo atribui-se um peso igual para todas as arestas. O teste para saber se os ramos retirados formam uma tupla crítica é verificar o número de vértices da árvore, que não pode ser menor que número de vértices menos 1.

O sistema de 6 barras da Figura 4.1 foi representado como um grafo na Figura 4.2, atribuindo-se um peso igual a 1 para todas as arestas. Uma possível árvore geradora mínima é mostrada na Figura 4.3, com os seguintes vértices:  $v_{1-5}$ ;  $v_{2-3}$ ;  $v_{3-4}$ ;  $v_{4-5}$  e  $v_{4-6}$ . A árvore gerada possui 5 arestas, valor mínimo para um grafo de 6 vértices e não há formação de ciclos.



Figura 4.2 – Representação do grafo do sistema de 6 barras



Figura 4.3 – Árvore geradora mínima do sistema de 6 barras

Nas figuras 4.4 e 4.5 foram retiradas outras arestas do grafo. No caso em que a aresta  $v_{4-6}$  e retirada, é impossível se obter a árvore geradora mínima (Figura 4.4). Essa aresta, referente ao ramo R<sub>4-6</sub>, será considerada crítica. O mesmo acontece com o caso da retirada das arestas  $v_{1-5}$  e  $v_{3-4}$ , referentes aos ramos R<sub>1-5</sub>, R<sub>3-4</sub> (Figura 4.5), pois não é possível encontrar uma árvore que conecte todos os vértices. Neste caso, as arestas  $v_{1-5}$  e  $v_{3-4}$  formarão uma dupla crítica.



Figura 4.4 - Grafo se a aresta v4-6



Figura 4.5 - Grafo sem as arestas  $v_{1-5} e v_{3-4}$ 

No Quadro 4.2, é apresentado o algoritmo utilizado para esta estratégia. A principal diferença em relação ao algoritmo do Quadro 4.1 é a metodologia empregada para se determinar a criticalidade de uma tupla de ramos. Neste caso também não se utilizou nenhuma estratégia para se reduzir o espaço de busca, sendo todas as possibilidades de combinação de ramos enumeradas. Cada nova tupla candidata  $A_p$ -tupla é inicialmente comparada com a lista de tuplas críticas de ramos e somente as  $A_p$ -tuplas que não contiverem uma  $C_j$ -tupla, (j < p), são testadas. A identificação das tuplas críticas de ramos é encerrada quando forem identificadas todas as  $C_k$ -tuplas até a cardinalidade máxima k de interesse.

Criar lista de criticalidades: L-críticas;  $p \leftarrow l;$  $k \leftarrow valor \ máximo \ da \ cardinalidade \ de \ interesse;$ Para p de 1 até k faça Criar lista de combinação simples de n elementos, sendo n a quantidade de ramos, tomados p a p (p < n) de possíveis tuplas críticas de ramos: L-possíveis; Se existir uma  $C_i$ -tupla em L-críticas contida em uma  $A_p$ -tupla (j < p) de L-possíveis *Retirar as A<sub>p</sub>-tuplas de L-possíveis* Fim se Para todas as A<sub>p</sub>-tuplas de L-possíveis Utilizar o algoritmo de Kruskal para fazer a arvore geradora mínima Se o número de arestas < (número de vértices -1) *L*-críticas  $\leftarrow$   $A_p$ -tupla Fim\_se Fim\_para  $p \leftarrow p + 1;$ Fim\_para

Quadro 4.2 - Algoritmo para definição de criticalidade de ramos - Estratégia 2

# 4.1.2 Atualização das criticalidades de ramos

Seja o conjunto *R-crit* contendo todas as  $C_k$ -ramos determinadas offline. Pode-se atualizar tais criticalidades de forma simples, para um cenário de operação qualquer (representado por topologia e sistema de medição específicos), com base na Propriedade 11 enunciada a seguir.

**Propriedade 11:** Seja a lista *L-ramos* contendo *r* ramos que estão indisponíveis em relação à topologia de rede completa ou são irrelevantes para a EE. Todas as  $C_k$ -ramos que contenham *j* ramos  $(1 \le j \le r)$  contidos em *L-ramos* se tornarão  $C_{k-j}$ -ramos.

No Quadro 4.3 é apresentado o algoritmo utilizado para a atualização das criticalidades de ramos. O algoritmo realiza a atualização das criticalidades de acordo com o que estabelece a Propriedade 11, o que é obtido pela aplicação da Propriedade 3 a todos os ramos em *L-ramos*, um por vez.

Após o processo de atualização, é possível que uma ou mais das novas tuplas críticas de ramos (geradas após a atualização) façam parte de tuplas de ramos contidas em *R-crit* (tuplas críticas antes da atualização). Tais tuplas são removidas de *R-crit*, pois deixaram de ser críticas após a atualização.

Seja a lista L-ramos;

Enquanto L-ramos não chegar ao fim Para o próximo ramo da lista Atualizar as criticalidades de ramos em R-crit de acordo com a Propriedade 3 Fim\_enquanto

Refinar R-crit, removendo todas as tuplas que contenham tuplas de cardinalidade inferior também pertencentes a R-crit

Quadro 4.3 – Algoritmo de atualização de  $C_k$ -ramos

Vale ressaltar que, uma vez determinadas as criticalidades de ramos para uma dada condição de topologia e sistema de medição, é possível usar tais criticalidades como ponto de partida para realizar as atualizações após a ocorrência de novas indisponibilidades de ramos e/ou surgimento de novos ramos irrelevantes. Nestes casos, estando disponível o conjunto *R*-*crit* que contém as criticalidades de ramos associadas ao cenário corrente, as atualizações podem ocorrer a partir dele, não sendo necessário recorrer às criticalidades obtidas *offline*. Para sistemas que apresentem cenários de topologia e sistema de medição que são recorrentes, pode-se pensar ainda em armazenar as criticalidades obtidas a partir da atualização das criticalidades determinadas *offline*, para uso futuro quando estes cenários se repetirem, não havendo necessidade empregar novamente o algoritmo apresentado no Quadro 4.3.

Considere-se, a título de ilustração, o sistema exemplo de 6 barras da Fig. 4.6. Inicialmente, a Tabela 4.1 apresenta as criticalidades de ramos presentes no sistema, de acordo com a Propriedade 1. Note-se que a ausência simultânea dos ramos elencados em cada  $C_k$ -ramo faz com que a rede fique ilhada.



Figura 4.6 – Sistema de 6 barras

Tabela 4.1 – Criticalidades	de ramos	(Offline)
-----------------------------	----------	-----------

Cardinalidade (k)	C <sub>k</sub> -ramos
1	(R4-6)
2	$(R_{1-5}, R_{3-4}); (R_{1-5}, R_{4-5}); (R_{1-2}, R_{2-3}); (R_{3-4}, R_{4-5})$
3	$\begin{array}{l} (R_{1-5},R_{1-2},R_{1-3}); (R_{1-5},R_{1-3},R_{2-3}); \\ (R_{1-2},R_{1-3},R_{3-4}); (R_{1-2},R_{1-3},R_{4-5}); \\ (R_{1-3},R_{2-3},R_{3-4}); (R_{1-3},R_{2-3},R_{4-5}) \end{array}$

Considere agora o sistema da Fig.4.7, no qual um sistema de medição está presente. É possível perceber que tal sistema apresenta topologia completa, porém o ramo 1-5 é um ramo irrelevante. Logo, aplicando-se o algoritmo proposto, as  $C_k$ -tuplas nas quais o ramo irrelevante 1-5 está incluído passarão a ser  $C_{k-1}$ -tuplas. Assim as criticalidades presentes na Tabela 4.1 serão atualizadas e as novas criticalidades são apresentadas na Tabela 4.2.



Figura 4.7 – Sistema de 6 barras com plano de medição

Cardinalidade (k)	C <sub>k</sub> -ramos
1	$(R_{4-6}); (R_{3-4}); (R_{4-5})$
2	$(R_{1-2}, R_{2-3}); (R_{3-4}, R_{4-5});$
	$(R_{1-2}, R_{1-3}); (R_{1-3}, R_{2-3})$
3	$(R_{1-2}, R_{1-3}, R_{3-4}); (R_{1-2}, R_{1-3}, R_{4-5});$
5	$(R_{1-3}, R_{2-3}, R_{3-4}); (R_{1-3}, R_{2-3}, R_{4-5})$

Tabela 4.2 – Criticalidades de ramos (Online – Propriedade 3)

Pode-se observar que, após a aplicação da Propriedade 3, várias tuplas críticas foram atualizadas, reduzindo sua cardinalidade, e dois novos ramos críticos surgiram (R<sub>3-4</sub> e R<sub>4-5</sub>). Logo, deve-se verificar se tais ramos críticos estão contidos em tuplas de cardinalidade superior. Se este for o caso, tais tuplas não representam mais uma criticalidade e devem ser eliminadas do conjunto de criticalidades de ramos da rede. Dessa maneira, algumas tuplas constantes da Tabela II são descartadas, levando aos resultados finais apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Criticalidades de ramos (Online - Refinamento)

Cardinalida de (k)	C <sub>k</sub> -ramos
1	$(R_{4-6}); (R_{3-4}); (R_{4-5})$
2	$(R_{1-2}, R_{2-3}); (R_{1-2}, R_{1-3}); (R_{1-3}, R_{2-3})$

# 4.2 Criticalidades de Unidades de Medição

Após as criticalidades de ramos serem conhecidas para uma dada topologia da rede e sistema de medição, é possível determinar as criticalidades de UMs utilizando-se a Propriedade 6, apresentada na Seção 3.3. O algoritmo empregado é apresentado no Quadro 4.4.

Seja a lista com as criticalidades de ramos identificadas offline: L-ramos;
Criar a lista de tuplas de UMs associadas: L-A_UMs;
Enquanto L-ramos não chegar ao fim
Para cada criticalidade de ramos com medidas associadas
Identificar a tupla de UMs associadas as tuplas de medidas que estão
associadas a cada criticalidade de ramos
Armazenar na lista L-A_UMs a tupla identificada
Fim_enquanto
Ordenar a lista L-A_UMs a partir da que tem menor cardinalidade;
Enquanto L-A_UMs não chegar ao fim
Para cada tupla de de UMs associadas
Descartá-la caso ela contenha alguma tupla de cardinalidade inferior
também presente em L-A_UMs
Fim_enquanto
Declarar as tuplas remanescentes em L-A_UMs como tuplas críticas de UMs

Quadro 4.4 – Algoritmo para identificação de  $C_k$ -UMs

Após aplicar o algoritmo descrito no Quadro 4.4, as criticalidades de UMs serão também conhecidas para uma condição de topologia e sistema de medição específica.

Considerando o sistema exemplo da Figura 4.7, as  $A_k$ -UMs encontradas aplicando-se o algoritmo do Quadro 4.4 são apresentadas na Tabela 4.4.

C <sub>k</sub> -ramos	Medidas incidentes	UMs associadas	
R4-6	P4, P6, F4-6, F6-4	$UM_4, UM_6$	
R <sub>3-4</sub>	P4, P3, F3-4, F4-3	UM <sub>3</sub> , UM <sub>4</sub>	
R4-5	P4, F4-5	UM <sub>4</sub>	
R <sub>1-2</sub> , R <sub>2-3</sub>	P <sub>2</sub> , P <sub>3</sub> , F <sub>2-1</sub> , F <sub>2-3</sub> , F <sub>3-2</sub>	$UM_2, UM_3$	
$R_{1-2}, R_{1-3}$	$P_2, P_3, F_{2-1}, F_{3-1}$	$UM_2, UM_3$	
$R_{1-3}, R_{2-3}$	P <sub>2</sub> , P <sub>3</sub> , F <sub>2-3</sub> , F <sub>3-2</sub> , F <sub>3-1</sub>	$UM_2, UM_3$	

Tabela 4.4 – UMs associadas (Sistema da Figura 4.7)

Ainda de acordo com o algoritmo do Quadro 4.4 e a Propriedade 6, algumas UMs associadas são descartadas, chegando-se então às tuplas críticas de UMs apresentadas na Tabela 4.5).

Cardinalida de (k)	C <sub>k</sub> -UMs
1	UM4
2	$UM_2, UM_3$

Tabela 4.5 – Criticalidades de UMs (Sistema da Figura 4.7)

#### 4.3 Criticalidades de Medidas

A quantidade de medidas presentes em um sistema de medição é, em geral, bem superior à quantidade de ramos e UMs. Logo, a identificação de criticalidades de medidas envolve um problema combinatório ainda mais complexo. Neste trabalho busca-se utilizar o conhecimento sobre as criticalidades de ramos previamente realizada, de modo a reduzir a quantidade de tuplas de medidas a examinar na busca por aquelas que são críticas. A estratégia proposta para a identificação da  $C_k$ -meds é apresentada nas seções seguintes.

# 4.3.1 Relação entre criticalidades de medidas e criticalidades de ramos

Conforme estabelece a Propriedade 9 da Seção 3.4, as k medidas que quando simultaneamente indisponíveis tornam irrelevantes todos os ramos que constituem uma dada tupla crítica de ramos, forma uma  $C_k$ -med. Embora tal procedimento não seja suficiente para identificar todas as  $C_k$ -meds do plano de medição, o conhecimento das tuplas críticas assim identificadas é utilizado neste trabalho de forma a reduzir a busca pelas demais  $C_k$ -meds. O algoritmo empregado para determinar as tuplas críticas de medidas associadas às  $C_k$ -ramos é apresentado no Quadro 4.5.

Seja a lista de criticalidades de ramos identificadas offline: L-ramos; Enquanto L-ramos não chegar ao fim Para cada criticalidade de ramos C<sub>k</sub>-ramo Aplicar a Propriedade 9 e identificar a tupla crítica de medidas que está associada à C<sub>k</sub>-ramo Armazenar a tupla crítica de medidas identificada Fim enquanto

Quadro 4.5 – Algoritmo para identificar tuplas críticas de medidas associadas a  $C_k$ -ramos

Considerando novamente o sistema exemplo da Figura 4.7, a Tabela 4.6 apresenta as  $C_k$ -meds identificadas aplicando-se o algoritmo do Quadro 4.5, ou seja, pela simples associação com as criticalidades de ramos mostradas na Tabela 4.3.

C <sub>k</sub> -ramos	$C_k$ -meds
R4-6	P4, P6, F4-6, F6-4
R3-4	P <sub>3</sub> , P <sub>4</sub> , F <sub>3-4</sub> , F <sub>4-3</sub>
R4-5	P4, F4-5
$R_{1-2}, R_{2-3}$	P <sub>2</sub> , P <sub>3</sub> , F <sub>2-1</sub> , F <sub>2-3</sub> , F <sub>3-2</sub>
$R_{1-2}, R_{1-3}$	$P_2, P_3, F_{2-1}, F_{3-1}$
$R_{1-3}, R_{2-3}$	$P_2, P_3, F_{2-3}, F_{3-2}, F_{3-1}$

Tabela 4.6 – Criticalidades de medidas (por associação aos  $C_k$ -ramos)

### 4.3.2 Determinação de outras criticalidades de medidas

Criticalidades de medidas podem também ser determinadas testando tuplas de medidas de acordo com o que estabelece a Propriedade 8 da Seção 3.4. Porém, tal teste envolve a análise de um sistema linear que, mesmo sendo de dimensão reduzida [Aug17], tornará inviável a identificação das  $C_k$ -meds se todas as combinações de tuplas a examinar forem enumeradas.

Diante dessa dificuldade de este trabalho propõe a realização de uma estratégia que emprega uma busca local heurística para ampliar o conjunto de  $C_k$ -meds obtido por simples associação às criticalidades de ramos.

A estratégia proposta consiste das seguintes etapas:

- 1) Criação de subconjuntos de medidas pertencentes às  $A_k$ -UMs;
- 2) Determinação dos limites de busca para os subconjuntos;
- 3) Realização da busca por  $C_k$ -meds em cada subconjunto.

Cada uma destas etapas é apresentada a seguir.

# 1) Criação de subconjuntos de medidas pertencentes às Ak-UMs

Inicialmente, são formados os subconjuntos de medidas sobre os quais se fará posteriormente uma busca por  $C_k$ -meds. Cada subconjunto é formado pela união de todas medidas pertencentes às UMs que formam uma  $A_k$ -UM específica.

Para o sistema exemplo de 6 barras da Figura 4.7, as  $A_k$ -UMs (conforme descrito pela Propriedade 6) associadas às criticalidades de medidas que por sua vez estão associadas as criticalidades de ramos presentes são apresentadas na Tabela 4.6.

Tabela 4.7 – UMs em barras terminais dos  $C_k$ -ramos (Sistema da Figura 4.7)

$C_k$ -ramos	$A_k$ -UMs
<b>R</b> 4-6	$UM_4, UM_6$
R3-4	$UM_3, UM_4$
<b>R</b> 4-5	UM <sub>4</sub>
$R_{1-2}, R_{2-3}$	$UM_2, UM_3$
$R_{1-2}, R_{1-3}$	$UM_2, UM_3$
R <sub>1-3</sub> , R <sub>2-3</sub>	$UM_2, UM_3$

Para este sistema, os subconjuntos de medidas associadas a cada tupla  $A_k$ -UM (união de todas medidas das UMs que formam a tupla) é apresentada na Tabela 4.7.

$A_k$ -UMs	Subconjuntos
$UM_4$	P4, F4-3, F4-5, F4-6
$UM_2, UM_3$	$P_2, P_3, F_{2-1}, F_{2-3}, F_{3-2}, F_{3-1}, F_{3-4}$
$UM_3, UM_4$	P <sub>3</sub> , P <sub>4</sub> , F <sub>3-2</sub> , F <sub>3-1</sub> , F <sub>3-4</sub> , F <sub>4-3</sub> , F <sub>4-5</sub> , F <sub>4-6</sub>
$UM_4, UM_6$	P4, P6, F4-3, F4-5, F4-6, F6-4

Tabela 4.8 - Subconjuntos de medidas para Busca Heurística

## 2) Determinação dos limites de busca para os subconjuntos

Nota-se que as tuplas críticas de medidas identificadas na Seção 4.3.1 (simplesmente por associação às criticalidades de ramos) e apresentadas na Tabela 4.6, estarão sempre contidas nos subconjuntos de medidas formados a partir das  $A_k$ -UMs. Neste trabalho, com base no conhecimento da cardinalidade das  $C_k$ -meds obtidas na Seção 4.3.1, são definidos limites inferiores e superiores para a busca por outras  $C_k$ -meds dentro de cada subconjunto de medidas. Os limites óbvios seriam I (medida crítica) como limitante inferior e  $k_{max}$  como limitante superior, sendo a  $k_{max}$  igual à quantidade de medidas que fazem parte do subconjunto. Porém, destaca-se que cada subconjunto de medidas que foi formado a partir das  $A_k$ -UMs está relacionado a uma dada criticalidade de ramos. Como uma  $C_k$ -med já é conhecida em cada subconjunto, obtida pela simples associação à correspondente criticalidade de ramos, acreditase que a sua cardinalidade k seja uma boa referência para definir o limite inferior das cardinalidades de outras tuplas críticas de medidas a serem buscadas dentro do mesmo subconjunto. Neste trabalho, adotou-se como limite inferior de cada subconjunto a cardinalidade k-1, sendo k a cardinalidade da  $C_k$ -med que está contida no subconjunto e que já foi previamente identificada por simples associação a uma dada criticalidade de ramos. Ressalta-se que, em todos os testes realizados neste trabalho, a adoção do limite inferior k-1 foi suficiente para identificar todas as criticalidades de medidas com cardinalidade inferior a kdentro de cada subconjunto.

A Tabela 4.7 apresenta novamente as criticalidades de ramos do sistema da Figura 4.7, as  $A_k$ -UMs formadas a partir delas, bem como as  $C_k$ -meds que já foram obtidas por associação a tais criticalidades de ramos e as respectivas cardinalidades.

C <sub>k</sub> -ramos	$A_k$ -UMs	$C_k$ -meds	k
R4-6	$UM_4, UM_6$	P4, P6, F4-6, F6-4	4
<b>R</b> <sub>3-4</sub>	$UM_3, UM_4$	P <sub>3</sub> , P <sub>4</sub> , F <sub>3-4</sub> , F <sub>4-3</sub>	4
R4-5	UM <sub>4</sub>	P4, F4-5	2
R <sub>1-2</sub> , R <sub>2-3</sub>	$UM_2, UM_3$	$P_2, P_3, F_{2-1}, F_{2-3}, F_{3-2}$	5
R <sub>1-2</sub> , R <sub>1-3</sub>	$UM_2, UM_3$	$P_2, P_3, F_{2-1}, F_{3-1}$	4
$R_{1-3}, R_{2-3}$	$UM_2, UM_3$	$P_2, P_3, F_{2-3}, F_{3-2}, F_{3-1}$	5

Tabela  $4.9 - A_k$ -UMs e  $C_k$ -meds associadas às criticalidades de ramos

A Tabela 4.9 apresenta as  $A_k$ -UMs do sistema da Figura 4.7, os subconjuntos de medidas formado a partir delas, a cardinalidade k da  $C_k$ -med presente em cada subconjunto (previamente obtida por associação à criticalidade de ramos), bem como os limites inferior e superior para a busca por novas criticalidades de medidas. Note na Tabela 4.8 que três  $C_k$ -meds foram já previamente identificadas no subconjunto formado pela união das medidas da  $A_2$ -UM (UM2, UM3). Neste caso, utiliza-se a menor cardinalidade k como referência para a definição dos limites.

Tabela 4.10 - Limites para os subconjuntos

$A_k$ -UMs	Subconjuntos	k	<b>k</b> min	<i>k</i> <sub>max</sub>
UM <sub>4</sub>	P4, F4-3, F4-5, F4-6	2	1	4
$UM_2, UM_3$	P <sub>2</sub> , P <sub>3</sub> , F <sub>2-1</sub> , F <sub>2-3</sub> , F <sub>3-2</sub> , F <sub>3-1</sub> , F <sub>3-4</sub>	4	3	7
$UM_3, UM_4$	P <sub>3</sub> , P <sub>4</sub> , F <sub>3-2</sub> , F <sub>3-1</sub> , F <sub>3-4</sub> , F <sub>4-3</sub> , F <sub>4-5</sub> , F <sub>4-6</sub>	4	3	8
$UM_4, UM_6$	P4, P6, F4-3, F4-5, F4-6, F6-4	4	3	6

Caso se busquem criticalidades de medidas até uma dada cardinalidade  $k_{sup}$ , esta deve ser considerada como o limite superior quando da realização da busca heurística, em

substituição a  $k_{max}$ , caso esta última corresponda a uma cardinalidade superior à que se deseja buscar.

### 3) Realização da busca por Ck-meds em cada subconjunto

Uma vez definidos os subconjuntos de medidas, realizam-se buscas locais em cada subconjunto para identificar criticalidades de medidas que possuam cardinalidade dentro dos limites pré-definidos. O espaço total de busca, considerando todos os subconjuntos, é definido pela expressão (4.1) e corresponde ao total de tuplas de medidas a serem visitadas aplicando-se a Propriedade 8.

$$Tuplas \ visitadas = \sum_{s=1}^{NS} \left( \sum_{c=k_{min}(s)}^{k_{sup}(s)} \frac{k_{max}(s)!}{c! \ (k_{max}(s) - c)!} \right)$$
(4.1)

onde *NS* representa o número total de subconjuntos de medidas formados,  $k_{min}(s)$  e  $k_{sup}(s)$  são os limites inferios e superior das cardinalidades das  $C_k$ -meds sendo buscadas no sésimo subconjunto de medidas,  $k_{max}(s)$  é o número total de medidas pertencentes ao s-ésimo subconjunto de medidas, c representa uma certa cardinalidade das  $C_k$ -meds.

O algoritmo para a busca heurística por novas  $C_k$ -meds é apresentado no Quadro 4.6.

Definir a cardinalidade máxima das criticalidades de medidas a serem buscadas (k<sub>sup</sub>) Criar a lista L-Ckmed inicialmente vazia A partir das criticalidades de ramos e medidas associadas, identificar as A<sub>k</sub>-UMs Criar a lista L-subconj com os subconjuntos de medidas associados às A<sub>k</sub>-UMs A partir das criticalidades de medidas previamente conhecidas em cada subconjunto, definir as cardinalidades k que servirão de referência para limitar a busca local Com base nas cardinalidades de referência (k) de cada subconjunto, determinar os limites inferiores  $(k_{min}=k-1)$  das cardinalidades a serem buscadas nos subconjuntos Para cada subconjunto Para  $c = k_{min} at e k_{sup}$ Criar lista L-candidatas fazendo a combinação simples de NS tuplas tomadas c a c, sendo NS a quantidade de medidas do subconjunto; Para cada tupla em L-candidatas Se a Propriedade 8 for verdadeira A tupla é declarada uma C<sub>k</sub>-med e é inserida em L-Ckmed Fim\_se Fim\_para  $c \leftarrow c + 1$ : Fim\_Para Refinar a lista L-Ckmed, descartando as tuplas que contiverem tuplas de cardinalidade inferior também pretencentes a L-Ckmed Fim\_Para

Quadro 4.6 - Algoritmo para identificação de outras criticalidades de medidas

A Tabela 4.4 apresentou as criticalidades de medidas identificadas no sistema de 6 barras da Figura 5.7, por simples associação às criticalidades de ramos, totalizando 6  $C_k$ -meds com cardinalidades variando de 2 a 5. A Tabela 4.10 mostra, para o mesmo sistema, o total de criticalidades de medidas obtidas, por cardinalidade, quando se empregou a busca heurística descrita no algoritmo do Quadro 4.6 com o objetivo de identificar  $C_k$ -meds com cardinalidade até 5 ( $k_{sup} = 5$ ). Para fins de comparação, são apresentadas também os totais de  $C_k$ -meds obtidas por associação às  $C_k$ -ramos (ver Tabela 4.5) e também os totais de criticalidades de medidas com cardinalidade até 5 realmente presentes, obtidas por busca exaustiva.

k	Busca Exaustiva	Associação às C <sub>k</sub> -ramos	Busca Heurística
1	-	-	-
2	1	1	1
3	-	-	-
4	5	3	5
5	4	2	4

Tabela 4.11 - Criticalidades de medidas até k=5 (Sistema de 6 barras)

Pode-se observar da Tabela 4.10 que os mesmos totais de tuplas críticas foram encontrados pela busca heurística e pela busca exaustiva. Embora não apresentadas na Tabela 4.11, as criticalidades identificadas foram exatamente as mesmas. Deve-se ressaltar ainda que a busca heurística proposta reduz significativamente a quantidade de tuplas a serem visitadas e, consequentemente, a necessidade de verificar a singularidade da matriz de covariância dos resíduos  $\Omega_a$  para a aplicação da Propriedade 8. Enquanto 2.379 tuplas de medidas foram visitadas pela busca exaustiva, apenas 366 tuplas foram visitadas quando se utilizou a busca heurística.

# **CAPÍTULO 5 – TESTES E RESULTADOS**

Neste capítulo são apresentados os resultados de testes realizados utilizando-se os sistemas teste IEEE 14 e IEEE 30 barras e considerando uma grande variedade de sistemas de medição. A metodologia proposta foi aplicada para a identificação de criticalidades de ramos e, posteriormente, de UMs e de medidas. Com base nos resultados obtidos, é avaliada a sua eficácia na identificação de criticalidades e eficiência computacional.

#### 5.1 Descrição da Simulação

Para cada sistema foram considerados diferentes planos de medição, todos observáveis, correspondentes a diferentes níveis de redundância, tendo sido variadas as quantidades de medidas e as suas localizações, conforme sumarizado na Tabela 5.1. Os sistemas de medição foram gerados fixando-se um certo número de unidades de medição e variando a sua localização. Considerou-se que a presença de uma unidade de medição implica na presença de todas as medidas a ela associadas.

A segunda coluna da Tabela 5.1 apresenta as quantidades de unidades de medição que foram consideradas para cada sistema e a terceira coluna indica o número de planos de medição diferentes (diferentes alocações das mesmas quantidades de UMs) testados para cada nível de redundância. Foram testados 100 planos de medição distintos para cada nível de redundância dos sistemas IEEE 14 e IEEE 30 barras. As quantidades de UMs indicadas na Tabela 5.1 foram arbitrariamente definidas, porém buscando uma mesma proporção em relação às dimensões das redes de cada um dos sistemas. Quando uma UM foi alocada em uma determinada barra, considerou-se que todas as medidas a ela associadas estavam presentes.

Todos os algoritmos empregados foram desenvolvidos em linguagem MATLAB e os testes foram realizados utilizando-se um computador Intel Core i7 2,2 GHz e 8 GB de memória RAM.

Sistema	Número de UMs	Planos de Medição
IEEE 14	6	100
IEEE 14	8	100
IEEE 14	10	100
IEEE 30	13	100
IEEE 30	18	100
IEEE 30	22	100

Tabela 5.1 – Planos de medição testados

A metodologia proposta foi avaliada empregando-se as seguintes métricas:

$$TS_R(k) = \frac{No.de C_k \, ramos \, identificadas}{Total \, de C_k \, ramos} \times 100 \quad (\%) \tag{5.1}$$

$$TS_{UM}(k) = \frac{No.de \ C_k UMs \ identificadas}{Total \ de \ C_k UMs} \times 100 \quad (\%)$$
(5.2)

$$TS_{med}(k) = \frac{No.de\ C_k meds\ identificadas}{Total\ de\ C_k meds} \times 100 \quad (\%)$$
(5.3)

onde  $TS_R(k)$ ,  $TS_{UM}(k)$  e  $TS_{med}(k)$  são as taxas de sucesso na identificação de criticalidades de ramos, unidades de medição e medidas, de uma dada cardinalidade k.

Os resultados obtidos para cada sistema são apresentados nas seções seguintes.

# 5.2 Testes com o Sistema IEEE 14 Barras

Conforme descrito na Tabela 1, foram testados diversos planos de medição para o sistema IEEE 14 barras ilustrado na Figura 5.1, para os quais aplicou-se a metodologia proposta para a identificação das criticalidades de ramos, unidades de medição e medidas presentes.



Figura 5.1 – Sistema IEEE 14 barras

Para a identificação das criticalidades de ramos, foi inicialmente realizada a identificação *offline* utilizando os dois métodos descritos na Seção 4.1.1, os quais levaram aos mesmos resultados. Embora na identificação *offline* o foco não esteja na eficiência computacional, a Estratégia 2 se mostrou mais eficiente e foi utilizada no restante do trabalho. A Tabela 5.2 apresenta a quantidade de criticalidades de ramos encontradas para cada cardinalidade *k*. Como pode ser observado, foram encontradas criticalidades de ramos com cardinalidades que variaram de 1 a 6.

Tabela 5.2 - Criticalidades de Ramos (identificadas offline)

Posteriormente, foram identificadas as criticalidades de ramos para cenários onde 100 planos de medição distintos estavam presentes. Em cada um destes cenários, as criticalidades de ramos obtidas *offline* foram atualizadas conforme o algoritmo apresentado na Seção 4.1.2. Note que tal algoritmo não emprega uma análise combinatória para a determinação das criticalidades, mas simplesmente aplica propriedades descritas na Seção 3.2. De forma a validar as criticalidades encontradas em cada plano de medição, as mesmas foram determinadas de forma exaustiva e o indicador apresentado em (5.1) foi calculado. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.3.

Cardinalidade	Taxas de Sucesso (%)		
( <b>k</b> )	6 UMs	8 UMs	10 UMs
1	100	100	100
2	100	100	100
3	100	100	100
4	100	100	100
5	100	100	100
6	100	100	100

Tabela 5.3 – Taxas de sucesso nas identificações de  $C_k$ -ramos (em %)

Os resultados da Tabela 5.3 mostram que a metodologia proposta foi capaz de identifica r corretamente todas as criticalidades presentes em todos os planos de medição analisados, a partir da atualização das criticalidades obtidas *offline*, de forma simples e sem a necessidade de realização de uma análise combinatória e sem envolver um processo de busca ou a solução de sistemas lineares. Nas seções seguintes são apresentados os resultados das identificações de criticalidades de UMs e de medidas, a partir das criticalidades de ramos presentes nos 180 planos de medição avaliados no sistema IEEE 14 barras (100 planos de medição distintos para cada nível de redundância de UM).

# 5.2.2 Identificação de criticalidades de UMs

Aplicando-se o algoritmo da Seção 4.2 para a determinação das criticalidades de UMs, após a identificação online das criticalidades de ramos para cada plano de medição, obteve-se os resultados apresentados na Tabela 5.4.

Cardinali da de	Taxas de Sucesso (%)		
( <b>k</b> )	6 UMs	8 UMs	10 UMs
1	100	100	100
2	100	100	100
3	100	100	100
4	100	100	100
5	100	100	100
6	100	100	100

Tabela 5.4 – Taxas de sucesso nas identificações de  $C_k$ -UMs (em %)

É possível observar que todas as criticalidades de UMs foram corretamente determinadas pela metodologia proposta. Mais uma vez tal validação foi realizada confrontando-se as  $C_k$ -UMs encontradas pela metodologia proposta com aquelas obtidas quando se faz uma análise exaustiva, enumerando as combinações de UMs, e verificando se sua ausência leva a perda de observabilidade da rede.

Diferente da metodologia proposta, a enumeração das tuplas ou o emprego de técnicas eficientes como em [Aug18] requer a verificação da observabilidade toda vez que uma tupla de UMs é visitada, ou seja, toda vez que tal tupla é retirada do sistema de medição para verificar se a rede se mantém observável ou não. A Tabela 5.5 apresenta o número médio de soluções visitadas, considerando todos os 100 planos de medição associados a cada quantidade de UMs, quando se realiza a busca exaustiva (de acordo com a equação 4.1) pelas tuplas críticas e quando

se utiliza o método Branch & Bound apresentado em [Aug18]. Conforme mostra a Tabela 5.4, a metodologia proposta é capaz de determinar todas as tuplas críticas de UMs sem a necessidade de um processo de busca com a solução de sistemas lineares.

Quantidade de UMs	Busca Exaustiva	Branch & Bound	Metodologia Proposta
6	63	10	-
8	255	39	-
10	1023	215	-

Tabela 5.5 – Quantidade média de tuplas de UMs visitadas (IEEE 14)

#### 5.2.3 Identificação de criticalidades de medidas

Embora muitas criticalidades de medidas possam ser obtidas por simples associação com as criticalidades de ramos, conforme descrito na Seção 4.3.1, a presença de medidas de injeção no sistema de medição faz com que certas criticalidades de medidas não sejam percebidas.

# Determinação de Ck-meds por associação às criticalidades de ramos

A Tabela 5.6 apresenta as taxas de sucesso nas identificações de criticalidades de medidas (de cardinalidade até k=6) apenas associando as criticalidades de medidas às criticalidades de ramos, sem a necessidade de um processo de busca ou soluções de sistemas lineares. Para o cálculo das taxas de sucesso, as  $C_k$ -meds determinadas pela metodologia proposta foram comparadas com as obtidas por busca exaustiva.

Cardinalida de	Taxas de Sucesso (%)		
( <b>k</b> )	6 UMs	8 UMs	10 UMs
1	100	100	100
2	69,51	85,63	96,48
3	57,14	80,73	88,10
4	25,92	50,10	73,84
5	21,96	46,82	79,18
6	11,32	30,31	53,14

Tabela 5.6 – Taxas de sucesso nas identificações de  $C_k$ -meds por associação (em %)

É possível observar que apenas parte das  $C_k$ -meds são determinadas. Porém, o custo computacional para determiná-las é muito baixo, uma vez que não é realizado um processo de busca e não existe a necessidade da solução de sistemas lineares. Observa-se também que a medida que a redundância do sistema de medição aumenta, a taxa de sucesso na identificação de  $C_k$ -meds também aumenta. Isto ocorre porque tuplas críticas de determinada cardinalidade ktendem a estar mais agrupadas quando o sistema de medição é mais redundante, estando mais dispersas em caso contrário. Tal fato faz com que heurísticas locais tenham mais facilidade de encontrar  $C_k$ -meds em sistemas que são mais redundantes. Conforme descrito na Seção 4.3.2, é possível também utilizar tais resultados para a realização de uma busca heurística, de forma a ampliar a quantidade de  $C_k$ -meds identificadas, o que é contemplado na metodologia proposta.

Ressalta-se ainda que embora tenham sido apresentadas na Tabela 5.6 as taxas de sucesso para cardinalidades até k = 6, criticalidades de cardinalidades maiores (até k=12) foram encontradas por simples associação aos ramos críticos. Porém, o cálculo das taxas de sucesso para cardinalidades mais elevadas exigiria a realização da busca exaustiva em um espaço de busca demasiadamente grande.

## Determinação de Ck-meds por busca heurística

Utilizando a estratégia descrita na Seção 4.3.2, foi realizada uma busca heurística para determinar outras  $C_k$ -meds, não identificadas pela simples associação às criticalidades de ramos. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.7.

Cardinali da de	Taxas de Sucesso (%)			
( <b>k</b> )	6 UMs	8 UMs	10 UMs	
1	100	100	100	
2	100	100	100	
3	100	100	100	
4	100	100	100	
5	100	100	100	
6	92,64	88,79	90,58	

Tabela 5.7 – Taxas de sucesso nas identificações de  $C_k$ -meds por busca heurística (em %)

É possível perceber da Tabela 5.7 que a busca heurística foi efetiva em ampliar significativamente a identificação das  $C_k$ -meds. As quantidades de  $C_k$ -meds, identificadas pela metodologia proposta foram as mesmas identificadas pela busca exaustiva até k=5, tendo sido identificado também uma quantidade muito expressiva de criticalidades de cardinalidade igual

a 6. Destaca-se ainda que a quantidade de tuplas visitadas pela metodologia proposta é muito inferior que a quantidade visitada por busca exaustiva e até mesmo por métodos de busca mais eficientes, como o apresentado em [Aug18]. A Tabela 5.8 apresenta o número médio de soluções visitadas na busca por  $C_k$ -meds, considerando todos os 100 planos de medição associados a cada quantidade de UMs, quando se realiza a busca exaustiva pelas tuplas críticas e quando se utiliza o método Branch & Bound apresentado em [Aug18].

Quantidade de UMs	Busca Exaustiva	Branch & Bound	Metodologia Proposta
6	220.820	170.332	13.594
8	1.035.755	966.562	17.555
10	3.905.078	3.831.488	14.863

Tabela 5.8 – Quantidade média de tuplas de medidas visitadas (até k = 6)

O Apêndice A ilustra o passo a passo da aplicação da metodologia proposta a um cenário específico, arbitrariamente escolhido entre os 100 casos testados para o sistema IEEE 14 barras empregando-se um plano de medição com 8 UMs.

# 5.3 Testes com o Sistema IEEE 30 Barras

Foram também testados diversos planos de medição (ver Tabela 4.1) para o sistema IEEE 30 barras ilustrado na Figura 5.2, para os quais aplicou-se a metodologia proposta para a identificação das criticalidades de ramos, unidades de medição e medidas presentes.



Figura 5.2 – Sistema IEEE 30 barras

## 5.3.1 Identificação de criticalidades de ramos

A identificação *offline* das criticalidades de ramos foi realizada empregando-se a Estratégia 2 descrita na Seção 4.1.1, tendo sido realizada uma busca por criticalidades de ramos com cardinalidades até k = 8. A Tabela 5.9 apresenta a quantidade de criticalidades de ramos encontradas para cada cardinalidade k.

Tabela 5.9 – Criticalidades de Ramos – IEEE 30 (identificadas *offline* até k = 8)

k	C <sub>k</sub> -ramos
1	3
2	26
3	14
4	83
5	100
6	612
7	504
8	704

Posteriormente, foram identificadas as criticalidades de ramos para os três níveis de redundância (Tabela 5.1) com 100 cenários de planos de medição distintos para cada nível de redundância, totalizando 300 cenários diferentes. Em cada um destes cenários, as criticalidades de ramos obtidas *offline* foram atualizadas conforme o algoritmo apresentado na Seção 4.1.2.

Note mais uma vez que tal algoritmo não emprega uma análise combinatória para a determinação das criticalidades, mas simplesmente aplica propriedades descritas na Seção 3.2. O espaço de busca neste caso é demasiadamente grande para a aplicação de uma busca exaustiva ou mesmo para aplicação de métodos de busca mais eficientes para fins de validação de todos os cenários testados no sistema IEEE 30 barras. Ao contrário do realizado com o sistema IEEE 14 barras, a validação das criticalidades de ramos identificadas pelo método online para o sistema IEEE 30 barras não foi realizada. Como, também ao contrário do sistema IEEE 14 barras, nem todas as criticalidades de ramos foram identificadas offline (mas apenas aquelas de cardinalidade até k = 8), é possível que ocorram erros na atualização online das criticalidades de ramos para cenários de topologia e/ou sistemas de medição específicos. Tais erros terão reflexo direto na identificação das  $C_k$ -UMs e das  $C_k$ -meds. Apenas como exemplo, uma C<sub>9</sub>*ramo* não identificada offline poderá se tornar uma  $C_3$ -ramo em um cenário em que 6 dos seus ramos estão indisponíveis ou se tornaram irrelevantes. Tal C3-ramo não será identificada quando da atualização online e a ela poderão estar associadas  $C_k$ -UMs e  $C_k$ -meds cujas cardinalidades k são de interesse para identificação, mas não serão identificadas. Da mesma forma, falhas na atualização de  $C_k$ -ramos podem levar a falsos positivos, ou seja, a identificação de  $C_k$ -UMs e  $C_k$ -meds que na verdade não se tratam de tuplas críticas. Portanto, é importante que as criticalidades de ramos identificadas offline permitam que a sua atualização para os cenários de operação que o sistema apresentará não comprometa a identificação das criticalidades de interesse.

De forma a analisar o efeito que a identificação *offline* incompleta dos  $C_k$ -ramos produz na capacidade de identificação de  $C_k$ -UMs e  $C_k$ -meds pela metodologia proposta, três casos são considerados para o sistema IEEE 30:

CASO 1: Todos os  $C_k$ -ramos até k = 5 são determinados offline CASO 2: Todos os  $C_k$ -ramos até k = 6 são determinados offline CASO 3: Todos os  $C_k$ -ramos até k = 7 são determinados offline

# 5.3.2 Identificação de criticalidades de UMs

Em cada um dos casos considerados, aplicou-se o algoritmo da Seção 4.2 para a determinação das criticalidades de UMs a partir do conhecimento das criticalidades de ramos atualizadas para cada plano de medição. As taxas de sucesso na identificação de criticalidades de cada cardinalidade são apresentadas nas Tabelas 5.10 a 5.12. As Tabelas 5.13 a 5.15

apresentam a quantidade de  $C_k$ -UMs falsamente identificadas (falsos positivos) em cada caso, também para cada cardinalidade.

Cardinalidade	Taxas de Sucesso (%)		
( <b>k</b> )	13 UMs	18 UMs	22 UMs
1	96,68	99,39	100
2	86,58	98,54	100
3	100	78,24	97,30
4	-	30,51	80,75
5	-	0,00	55,78
6	-	0,00	29,46
7	-	-	5,26
8	-	-	0,00
9	-	-	0,00

Tabela 5.10 – CASO 1: Taxas de sucesso nas identificações de  $C_k$ -UMs (em %)

Tabela 5.11 – CASO 2: Taxas de sucesso nas identificações de  $C_k$ -UMs (em %)

Cardinalidade	Taxas de Sucesso (%)		
( <b>k</b> )	13 UMs	18 UMs	22 UMs
1	99,70	100	100
2	100	99,82	100
3	100	95,42	99,79
4	-	80,51	96,24
5	-	59,09	78,91
6	-	0,00	68,75
7	-	-	70,18
8	-	-	0,00
9	-	-	0,00

Tabela 5.12 – CASO 3: Taxas de sucesso nas identificações de  $C_k$ -UMs (em %)

Cardinalidade	Taxas de Sucesso (%)		
( <b>k</b> )	13 UMs	18 UMs	22 UMs
1	100	100	100
2	100	100	100
3	100	100	100
4	-	100	100
5	-	100	100
6	-	100	100
7	-	-	100
8	-	-	100
9	-	-	0,00

Cardinalidade	No. de Falsos Positivos		
( <b>k</b> )	13 UMs	18 UMs	22 UMs
1	0	0	0
2	35	5	0
3	1	4	0
4	-	0	1
5	-	0	0
6	-	0	0
7	-	-	0
8	-	-	0
9	-	-	0

Tabela 5.13 – CASO 1: Falsos positivos nas identificações de  $C_k$ -UMs

Tabela 5.14 – CASO 2: Falsos positivos nas identificações de Ck-UMs

Cardinalida de	No. de Falsos Positivos		
( <b>k</b> )	13 UMs	18 UMs	22 UMs
1	0	0	0
2	4	0	0
3	0	2	0
4	-	0	0
5	-	0	0
6	-	0	0
7	-	-	0
8	-	-	0
9	-	-	0

Tabela 5.15 – CASO 3: Falsos positivos nas identificações de Ck-UMs

Cardinalida de	No. de Falsos Positivos		
( <b>k</b> )	13 UMs	18 UMs	22 UMs
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	-	0	0
5	-	0	0
6	-	0	0
7	-	-	0
8	-	-	0
9	_	_	0

Os resultados das Tabelas 5.10 a 5.15 mostram que ao se avançar na identificação *offline* de criticalidades de ramos que possuem maior cardinalidade, o risco de ter erros na identificação de  $C_k$ -UMs nos diferentes cenários de operação diminui e os falsos positivos tendem a se concentrar em tuplas de maior cardinalidade.

Deve-se lembrar que os resultados apresentados nas Tabelas 5.10 a 5.15 foram obtidos considerando-se todos os 100 cenários analisados para cada nível de redundância. Observou-se que os problemas de identificação se concentraram em cenários específicos, sendo tais cenários aqueles em que houve erro na atualização de criticalidades de ramos. Porém, a ocorrência de tais cenários também diminui a medida que a identificação *offline* de *C*<sub>k</sub>-*ramos* atinge uma maior cardinalidade.

A Tabela 5.16 mostra, para cada caso e nível de redundância, o percentual de cenários em que ocorreu pelo menos um erro de identificação de criticalidades de unidades de medição.

CASO	Cenários com Falsos Positivos		
CASU	13 UMs	18 UMs	22 UMs
1	18	4	1
2	3	2	0
3	0	0	0

Tabela 5.16 – Cenários em que houve erro na identificação de  $C_k$ -UMs (%)

Conforme mencionado anteriormente, é possível observar da Tabela 5.16 que a quantidade de cenários em que ocorreu erros diminui a medida que aumenta o investimento na identificação *offline* de mais criticalidades de ramos. Logo, quanto mais  $C_k$ -ramos são identificados *offline*, menor será o risco de se ter erros quando da ocorrência de um cenário de operação desfavorável. Embora os resultados apresentados mostram que a identificação *offline* de erros de identificação, deve-se buscar a identificação de criticalidades mais elevadas para que tal risco seja ainda mais reduzido ou eliminado. Como mencionado outras vezes neste trabalho, o esforço para tal identificação é realizado *offline* e uma única vez.

Mais uma vez ressalta-se a eficiência computacional da metodologia proposta, que identifica as  $C_k$ -UMs aplicando o algoritmo da Seção 4.2, sem requerer um processo de busca ou de enumeração, tampouco a solução de um sistema linear. A Tabela 5.17 mostra, para o CASO 3, a quantidade média de soluções visitadas pelo algoritmo Branch and Bound de [Aug18] e por uma busca exaustiva, sendo que para esta última os valores foram apenas calculados, dado o grande esforço computacional que estaria envolvido no seu emprego.

Quantidade de UMs	Busca Exaustiva	Branch & Bound	Metodologia Proposta
13	8.191	35	-
18	262.143	1.845	-
22	4.194.303	49.574	-

Tabela 5.17 – Quantidade média de tuplas de UMs visitadas

#### 5.3.3 Identificação de criticalidades de medidas

A metodologia proposta consegue encontrar Ck-meds de alta cardinalidade pela simples associação aos  $C_k$ -ramos. Porém, a validação de Ck-meds de alta cardinalidade é muito onerosa, assim, para a validação das Ck-meds encontradas no sistema IEEE 30 barras, optou-se por diminuir a cardinalidade de acordo com o aumento de UMs. Portanto, têm-se:

- IEEE 30 barras com 13 UMs, cardinalidade máxima k = 6;
- IEEE 30 barras com 18 UMs, cardinalidade máxima k = 5;
- IEEE 30 barras com 22 UMs, cardinalidade máxima k = 4.

Na a identificação das criticalidades de medidas, usou-se para a atualização das criticalidades de ramos a cardinalidade k = 8.

# Determinação de Ck-meds por associação às criticalidades de ramos

A Tabela 5.18 apresenta a taxa de sucesso na identificação de criticalidades de medidas apenas associando as medidas as criticalidades de ramos. Pode-se observar que quanto maior a redundância do sistema, maior é a porcentagem de  $C_k$ -meds encontradas apenas pela associação aos  $C_k$ -ramos, isso acontece porque quanto maior é a redundância do plano de medição, menor é a quantidade de criticalidades de medidas de baixa cardinalidades. Esse fato também ajuda no desempenho da heurística proposta, pois com um sistema mais redundante, o número de ramos irrelevantes é menor, fazendo que não haja tantas atualizações no conjunto de criticalidades de ramos encontradas off-line. Assim, a possibilidade de ocorrer um erro nas criticalidades de ramos é menor. Esse fato também pode ser observado nas Tabelas 5.10 a 5.15,

pois mesmo partindo de um conjunto de criticalidades de ramos com cardinalidade k = 5, apenas um falso positivo foi encontrado nos cenários com 22 Unidades de medição, sendo que, com o aumento de k = 6 já foi solucionado.

Cardinali da de	Taxas de Sucesso (%)		
( <b>k</b> )	13 UMs	18 UMs	22 UMs
1	100	100	100
2	66,50	78,69	89,36
3	85,43	87,32	90,91
4	27,76	49,53	71,69
5	15,31	45,75	-
6	10,77	-	-

Tabela 5.18 – Taxas de sucesso nas identificações de  $C_k$ -meds por associação (em %)

# Determinação de Ck-meds por busca heurística

A Tabela 5.19 apresenta a taxa de sucesso na identificação de outras *Ck-meds* pela heurística apresentada. Como dito anteriormente, o sucesso desta etapa depende muito do nível de cardinalidade dos *Ck-ramos* escolhida para a metodologia proposta, visto que um erro na atualização dos *Ck-ramos* pode gerar subconjuntos e, por consequência, limites de busca (a definição dos limites se encontra no item 4.3.2) que levem a erros na busca heurística nas *Ck-meds*. Esse tipo de erro aconteceu em dois cenários dos 100 no nível de redundância com 13 UMs, pois nesses dois casos não foram encontradas todas as criticalidades de medidas para a cardinalidade k = 4, gerando alguns falsos positivos em *C5-meds*. Porém, vale destacar que todas as *C5-meds* foram encontradas. Isso pode ser observado na Tabela 5.19, onde 99,62% das *C4-meds* foram encontradas e 100% das *C5-meds*.

Tabela 5.19 –	Taxas de sucess	o nas identificações	de $C_k$ -meds por	busca heurística	(em %)
---------------	-----------------	----------------------	--------------------	------------------	--------

Cardinali da de	Taxas de Sucesso (%)		
( <b>k</b> )	13 UMs	18 UMs	22 UMs
1	100	100	100
2	100	100	100
3	100	100	100
4	99,62	100	100
5	100	100	-
6	67,83	-	-

Com exceção do nível de redundância 13 UMs, todas as  $C_k$ -meds foram encontradas nos cenários com 18 e 22 UMs. É claro que a tendência de acontecer erros é maior quando se aumenta a cardinalidade e nesses níveis de redundância optou-se por limitar k = 5 e k = 6 respectivamente. Porém, destaca-se que a média de tuplas visitadas pela metodologia é muito inferior que a quantidade visitada pela busca exaustiva e pelo método Branch & Bound [Aug18] como pode ser visto na Tabela 5.20.

Quantidade de UMs	Busca Exaustiva	Branch & Bound	Metodologia Proposta
13	33.310.589,59	28.936.487	59.781,93
18	13.024.016	12.734.591,81	20.699,05
22	1.866.255	1.858.858	1.967,91

Tabela 5.20 - Quantidade média de tuplas de medidas visitadas

# CAPÍTULO 6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

#### 6.1 Conclusões

A função EE é de fundamental importância para a supervisão em tempo real de sistemas de potência e para a tomada de decisões que reduzam os riscos à segurança de sua operação e, consequentemente, de danos a equipamentos e pessoas. O desempenho da EE está diretamente relacionado à redundância das medidas coletadas para supervisão, entendendo-se por redundância a quantidade, o tipo e localização das medidas na rede elétrica. No caso de se ter uma redundância inadequada pode ocorrer a perda de observabilidade da rede elétrica como um todo. Além disso, a EE pode ser incapaz de processar medidas errôneas se a redundância do sistema de medição for insuficiente para a realização de tal tarefa.

Porém, nem sempre é possível se ter um sistema de medição com redundância elevada, por conta da falta de recursos para investimento no sistema de medição ou mesmo por sua degradação, bem como devido a situações que podem ocorrer durante a operação da rede, tais como a indisponibilidade de medidores, seja por falha ou por manutenção, desastres naturais, alteração topológica da rede, perda de canais de comunicação e, mais recentemente, ataques cibernéticos. Dessa forma, é de extrema importância o conhecimento do quão vulnerável a função EE se encontra em uma dada situação de operação. Tal informação auxilia a interpretação e o entendimento dos resultados obtidos pela EE, bem como o planejamento e reforço do sistema de medição. A vulnerabilidade da função EE está intimamente relacionada à presença de tuplas críticas de medidas, unidades de medição e ramos da rede, uma vez que tais criticalidades afetam diretamente a capacidade de tratamento de medidas espúrias e a própria observabilidade da rede. Porém, apesar de relevante para garantir o adequado conhecimento do nível de confiabilidade do processo de EE, a identificação de tuplas críticas é de difícil solução, principalmente por sua natureza combinatória quando se objetiva determinar criticalidades de cardinalidade igual ou superior a 3.

Esta Dissertação apresentou uma metodologia simples e eficaz para a determinação de tuplas críticas de ramos, unidades de medição e medidas. A metodologia proposta se baseia nas propriedades de tais criticalidades e as relações entre elas, as quais foram descritas e discutidas. Mostrou-se que as criticalidades de ramos podem ser obtidas *offline*, uma única vez, para um cenário de rede completa (todos os ramos disponíveis), independentemente do sistema de medição. Posteriormente, tais criticalidades podem ser facilmente atualizadas para diferentes cenários de operação (definidos por topologias e planos de medição específicos), sem a

necessidade de se resolver um problema de natureza combinatório. A partir do conhecimento das criticalidades de ramos, a metodologia proposta permite também identificar todas as criticalidades de unidades de medição de forma simples, com base nas relações entre as criticalidades destas e aquelas de ramos. Muitas criticalidades de medidas são igualmente identificadas simplesmente com base nas suas relações com as criticalidades de ramos. De acordo com a metodologia proposta a identificação das criticalidades de medidas é também ampliada por meio de uma busca heurística de baixo custo. Testes realizados com os sistemas IEEE 14 e IEEE 30 barras, utilizando diversos sistemas de medição distintos, comprovaram a eficácia da metodologia proposta e também a sua eficiência computacional na solução de um problema combinatório cuja solução por meio de enumeração é inviável. Os resultados foram comparados com aqueles obtidos com uma busca exaustiva (quando possível) e com o emprego de uma busca empregando o algoritmo Branch & Bound relatado na literatura.

As principais contribuições e características do trabalho podem ser resumidas a seguir:

- Estabelecimento de propriedades relacionadas às criticalidades de ramos que permitem que a sua identificação por meio de uma análise combinatória seja realizada uma única vez, offline;
- Proposição de uma metodologia simples para a identificação de criticalidades de ramos, unidades de medição e medidas para qualquer cenário descrito por topologia e plano de medição específico;
- Eficácia na identificação de criticalidades, tendo sido capaz de atualizar com sucesso as criticalidades de ramos e identificar as criticalidades de unidades de medição em 100% dos casos quando se utilizou o sistema IEEE 14 barras;
- Identificação todas as criticalidades de cardinalidade até 5 no sistema IEEE 14 barras, utilizando-se a busca heurística para a identificação de criticalidades de medidas todas as criticalidades de ramos foram determinadas *offline*;
- Para os casos analisados no sistema IEEE 30 barras, pode-se mostrar que o aumento da cardinalidade dos *C<sub>k</sub>-ramos* realizada de maneira *offline* influencia positivamente na identificação das criticalidades de unidades de medição;

- Também nos casos do sistema IEEE 30 barras, pode-se observar que em sistemas pouco redundantes, como o caso dos cenários com 13 unidades de medição, devido ao grande número de ramos irrelevantes, houve a presença de alguns poucos falsos-positivos de C<sub>k</sub>-meds. Esse erro provavelmente seria resolvido, caso todas as criticalidades de ramos fossem encontradas offline;
- Nos sistemas IEEE 30 barras, assim como no de 14 barras, obteve-se êxito na identificação das criticalidades de unidades de medição e medidas, destacando principalmente a pequena quantidade de tuplas visitas em comparação as outras metodologias citadas neste trabalho;
- A metodologia proposta se mostrou extremamente eficiente quando comparada a uma busca exaustiva e ao algoritmo Branch & Bound. Embora criticalidades de mais altas cardinalidades sejam identificadas pela metodologia proposta de forma eficiente, elas não foram apresentadas porque a obtenção de tais criticalidades por busca exaustiva ou pelo algoritmo Branch & Bound seria inviável com os recursos computacionais empregados, não sendo possível, portanto, realizar comparações.

# 6.2 Trabalhos Futuros

Para a continuidade deste trabalho de pesquisa, as seguintes linhas de investigação são vislumbradas em um primeiro momento:

- Aplicação de computação paralela e distribuída para a determinação de criticalidades mais elevadas utilizando a busca exaustiva e o algoritmo Branch & Bound, para efeito de comparação com os resultados obtidos com a metodologia proposta;
- Emprego do algoritmo Branch & Bound em conjunto com a busca heurística realizada para a ampliação da identificação de criticalidades de medidas, de forma a tornar esta etapa ainda mais eficiente;
- Proposição de indicadores de vulnerabilidade da função EE, que levem em consideração as diferentes criticalidades que podem ser obtidas pela metodologia proposta, bem como suas cardinalidades;

• Consideração dos resultados da metodologia proposta em modelos de planejamento e reforço de sistemas de medição.

# REFERÊNCIAS

[Abur04] A. Abur and A. Gómez-Expósito, *Power system state estimation: theory and implementation*. New York, NY: Marcel Decker, 2004.

[Aug13] A. A. Augusto, M. B. Do Coutto Filho, and J. C. Stacchini de Souza, "Low-cardinality critical k-tuples in measurement sets for state estimation", *Proceedings of the 10th IEEE PES PowerTech Conf.*, Grenoble, France, pp. 1-6, Junho 2013.

[Aug16] A. A. Augusto, M. B. Do Coutto Filho, and J. C. Stacchini de Souza, "Probabilistic assessment of state estimation capabilities for grid observation", *IET Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, vol. 10, no. 12, pp. 2933-2941, Agosto 2016.

[Aug17] A. A. Augusto, M. A. R. Guimaraens, M. B. Do Coutto Filho, J. C. Stacchini De Souza, "Assessing Strenghts and Weaknesses of Measurement Sets for State Estimation", *Proceedings of the IEEE PowerTech 2017*, Manchester, pp. 1-6, Julho 2017.

[Aug18] A. A. Augusto, M. B. Do Coutto Filho, J. C. Stacchini de Souza and M. A. R. Guimaraens, "Branch-and-Bound Guided Search for Critical Elements in State Estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, Early Access, Doi: 10.1109/TPWRS.2018.2881421, 2018.

[Cast08] E. Castillo, A. J. Conejo, R. E. Puneda, C. Solares, and J. M. Menéndez, "m-k robust observability in state estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, no. 2, pp. 296-305, Maio 2008.

[Cout07] M. B. Do Coutto Filho, J. C. Stacchini de Souza, and M. Th. Schilling: "Handling critical data and observability", *Electric Power Components and Systems*, vol. 35, no. 5, pp. 553-573, Fevereiro 2007.

[Cout13] M. B. Do Coutto Filho, J. C. Stacchini de Souza, and J. E. Villavicencio Tafur, "Quantifying observability in state estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 2897-2906, Agosto 2013.

[Cout14a] M. B. Do Coutto Filho, J. C. Stacchini de Souza, A. A. Augusto, "Critical measuring units for state estimation", *Proceedings of the Power System Computation Conference (PSCC)*, Wroclaw, Poland, pp. 1-7, Agosto 2014.

[Cout14b] M. B. Do Coutto Filho, J. C. Stacchini de Souza, M. A. Ribeiro Guimaraens, "Enhanced Bad Data Processing by Phasor-Aided State Estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 5, pp. 2200-2209, Setembro 2014.

[Clem86] K. A. Clements and P. W. Davis, "Multiple bad data detectability and identifiability: a geometric approach", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. PWRD-1, no. 3, pp. 355-360, Julho 1986.

[Clem88] K. A. Clements and P. W. Davis, "Detection and identification of topology errors in electric power systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, no. 4, pp 1748-1753, Novembro 1988.

[Crai90] E. D. Crainic, H. P. Horisberger, X. D. Do, and D. Mukhedkar, "Power network observability: the assessment of the measurement system strength", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 5, no. 4, pp. 1267-1285, Novembro 1990.

[Korr91] G. N. Korres and G. C. Contaxis, "Identification and updating of minimally dependent sets of measurements in state estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, no. 3, pp. 999-1005, Agosto 1991.

[Lond07] J. B. A. London, L. F. C. Alberto, and N. G. Bretas, "Analysis of measurement-set qualitative characteristics for state-estimation purposes", *IET Proceedings on Generation Transmission and Distribution*, vol. 1, no. 1, pp. 39-45, Janeiro 2007.

[Mont85a] A. Monticelli, F. F. Wu, "Network observability: identification of observable islands and measurement placement", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 104, No. 5, pp. 1035-1041, Maio 1985.

[Mont85b] A. Monticelli, F. F. Wu, "Network observability: theory", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 104, No. 5, pp. 1042-1048, Maio 1985.

[Mont99] A. Monticelli, *State Estimation in Electric Power Systems: A Generalized Approach*. New York, Springer, 1999.

[Salg15] A. Rendon Salgado, C. R. Fuertes Esquivel, J. G. Calderon Guizar, "SCADA and PMU Measurements for Improving Power System State Estimation", *IEEE Latin America Transactions*, vol. 13, no. 7, pp. 2245-2251, Julho 2015.
[Schw70] F. C. Schweppe, J. Wildes, "Power system static state estimation, part I: Exact model", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, no. 1, pp. 120–125, Janeiro 1970.

[Simo90] A. J. A. Simões Costa, T. S. Piazza, and A. Mandel, "Qualitative methods to solve qualitative problems in power system state estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 3, pp. 941-949, Aug. 1990.

[Sou12] K. C. Sou, H. Sandberg, and K. H. Johansson, "Computing critical k-tuples in power networks", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 3, pp. 1511-1520, Aug. 2012.

[Wu89] F. F. Wu and W. H. E. Liu, "Detection of topology errors by state estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, no. 3, pp 176-183, Aug. 1989.

# APÊNDICE A- CASO EXEMPLO (SISTEMA IEEE 14)

Este Apêndice ilustra o passo a passo da aplicação da metodologia proposta a um cenário arbitrariamente escolhido entre os 100 casos testados para o sistema IEEE 14 barras empregando-se um plano de medição com 8 UMs. O cenário analisado é ilustrado na Figura A.1, onde é possível ver a topologia e sistema de medição considerados.



Figura A.1 – Plano de medição para o sistema IEEE 14 barras com 8 UMs

## A.1 Identificação Offline das Criticalidades de Ramos

As criticalidades de ramos são identificadas *offline*, uma única vez, para posterior atualização eficiente para topologias e/ou planos de medição específicos. Empregando-se o algoritmo da Seção 4.1.1, identificou-se criticalidades de diferentes cardinalidades, tendo sido a maior cardinalidade encontrada igual a 6. A Tabela A.1 apresenta os totais de tuplas críticas encontradas por cardinalidade, enquanto a Tabela A.2 apresenta as criticalidades de ramos presentes (cada linha da tabela apresenta uma tupla crítica específica para cada cardinalidade).

Cardinalidade	No. de
( <b>k</b> )	C <sub>k</sub> -ramos
1	1
2	8
3	12
4	26
5	44
6	24

Tabela A.1 – Totais de  $C_k$ -ramos por cardinalidade

Tabela A.2 -  $C_k$ -ramos encontradas

C <sub>1</sub> -ramos	C2-ramos			C <sub>3</sub> -ramos	
R7-8	R1-2	R1-5	R4-7	R4-9	R5-6
	R2-3	R3-4	R4-9	R5-6	R7-9
	R4-7	R7-9	R5-6	R6-11	R9-14
	R6-11	R9-10	R5-6	R6-11	R13-14
	R6-11	R10-11	R5-6	<b>R9-10</b>	R9-14
	R6-12	R12-13	R5-6	<b>R9-10</b>	R13-14
	R9-10	R10-11	R5-6	R9-14	R10-11
	R9-14	R13-14	R5-6	R10-11	R13-14
			R6-12	R6-13	R9-14
			R6-12	R6-13	R13-14
			R6-13	R9-14	R12-13
			R6-13	R12-13	R13-14

	<i>C</i> <sub>4</sub> -	-ramos				C5-ramo	S	
R1-2	R2-3	R2-4	R2-5	R1-2	R2-5	R4-5	R4-7	R4-9
R1-2	R2-4	R2-5	R3-4	R1-2	R2-5	R4-5	R4-9	R7-9
R1-2	R2-5	R4-5	R5-6	R1-2	R2-5	R4-5	R6-11	<b>R9-14</b>
R1-5	R2-3	R2-4	R2-5	R1-2	R2-5	R4-5	R6-11	R13-14
R1-5	R2-4	R2-5	R3-4	R1-2	R2-5	R4-5	R9-10	<b>R9-14</b>
R1-5	R2-5	R4-5	R5-6	R1-2	R2-5	R4-5	R9-10	R13-14
R2-3	R2-4	R4-5	R5-6	R1-2	R2-5	R4-5	R9-14	R10-11
R2-4	R3-4	R4-5	R5-6	R1-2	R2-5	R4-5	R10-11	R13-14
R4-7	R4-9	R6-11	<b>R9-14</b>	R1-5	R2-5	R4-5	R4-7	R4-9
R4-7	R4-9	R6-11	R13-14	R1-5	R2-5	R4-5	R4-9	R7-9
R4-7	R4-9	R9-10	<b>R9-14</b>	R1-5	R2-5	R4-5	R6-11	<b>R9-14</b>
R4-7	R4-9	R9-10	R13-14	R1-5	R2-5	R4-5	R6-11	R13-14
R4-7	R4-9	R9-14	R10-11	R1-5	R2-5	R4-5	R9-10	<b>R9-14</b>
R4-7	R4-9	R10-11	R13-14	R1-5	R2-5	R4-5	R9-10	R13-14
R4-9	R6-11	R7-9	<b>R9-14</b>	R1-5	R2-5	R4-5	R9-14	R10-11
R4-9	R6-11	R7-9	R13-14	R1-5	R2-5	R4-5	R10-11	R13-14
R4-9	R7-9	R9-10	R9-14	R2-3	R2-4	R4-5	R4-7	R4-9
R4-9	R7-9	R9-10	R13-14	R2-3	R2-4	R4-5	R4-9	R7-9
R4-9	R7-9	R9-14	R10-11	R2-3	R2-4	R4-5	R6-11	R9-14
R4-9	R7-9	R10-11	R13-14	R2-3	R2-4	R4-5	R6-11	R13-14
R5-6	R6-11	R6-12	R6-13	R2-3	R2-4	R4-5	R9-10	R9-14
R5-6	R6-11	R6-13	R12-13	R2-3	R2-4	R4-5	R9-10	R13-14
R5-6	R6-12	R6-13	R9-10	R2-3	R2-4	R4-5	R9-14	R10-11
R5-6	R6-12	R6-13	R10-11	R2-3	R2-4	R4-5	R10-11	R13-14
R5-6	R6-13	R9-10	R12-13	R2-4	R3-4	R4-5	R4-7	R4-9
R5-6	R6-13	R10-11	R12-13	R2-4	R3-4	R4-5	R4-9	R7-9
				R2-4	R3-4	R4-5	R6-11	<b>R9-14</b>
				R2-4	R3-4	R4-5	R6-11	R13-14
				R2-4	R3-4	R4-5	R9-10	<b>R9-14</b>
				R2-4	R3-4	R4-5	R9-10	R13-14
				R2-4	R3-4	R4-5	R9-14	R10-11
				R2-4	R3-4	R4-5	R10-11	R13-14
				R4-7	R4-9	R6-11	R6-12	R6-13
				R4-7	R4-9	R6-11	R6-13	R12-13
				R4-7	R4-9	R6-12	R6-13	<b>R9-10</b>
				R4-7	R4-9	R6-12	R6-13	R10-11
				R4-7	R4-9	R6-13	R9-10	R12-13
				R4-7	R4-9	R6-13	R10-11	R12-13
				R4-9	R6-11	R6-12	R6-13	R7-9
				R4-9	R6-11	R6-13	R7-9	R12-13
				R4-9	R6-12	R6-13	R7-9	<b>R9-10</b>
				R4-9	R6-12	R6-13	R7-9	R10-11
				R4-9	R6-13	R7-9	R9-10	R12-13
				R4-9	R6-13	R7-9	R10-11	R12-13

Tabela A.2 - Ck-ramos encontradas (Cont.)

	C <sub>6</sub> -ramos									
R1-2	R2-5	R4-5	R6-11	R6-12	R6-13					
R1-2	R2-5	R4-5	R6-11	R6-13	R12-13					
R1-2	R2-5	R4-5	R6-12	R6-13	R9-10					
R1-2	R2-5	R4-5	R6-12	R6-13	R10-11					
R1-2	R2-5	R4-5	R6-13	R9-10	R12-13					
R1-2	R2-5	R4-5	R6-13	R10-11	R12-13					
R1-5	R2-5	R4-5	R6-11	R6-12	R6-13					
R1-5	R2-5	R4-5	R6-11	R6-13	R12-13					
R1-5	R2-5	R4-5	R6-12	R6-13	R9-10					
R1-5	R2-5	R4-5	R6-12	R6-13	R10-11					
R1-5	R2-5	R4-5	R6-13	R9-10	R12-13					
R1-5	R2-5	R4-5	R6-13	R10-11	R12-13					
R2-3	R2-4	R4-5	R6-11	R6-12	R6-13					
R2-3	R2-4	R4-5	R6-11	R6-13	R12-13					
R2-3	R2-4	R4-5	R6-12	R6-13	R9-10					
R2-3	R2-4	R4-5	R6-12	R6-13	R10-11					
R2-3	R2-4	R4-5	R6-13	R9-10	R12-13					
R2-3	R2-4	R4-5	R6-13	R10-11	R12-13					
R2-4	R3-4	R4-5	R6-11	R6-12	R6-13					
R2-4	R3-4	R4-5	R6-11	R6-13	R12-13					
R2-4	R3-4	R4-5	R6-12	R6-13	R9-10					
R2-4	R3-4	R4-5	R6-12	R6-13	R10-11					
R2-4	R3-4	R4-5	R6-13	<b>R9-10</b>	R12-13					
R2-4	R3-4	R4-5	R6-13	R10-11	R12-13					

Tabela A.2 - Ck-ramos encontradas (Cont.)

### A.2 Atualização das Criticalidades de Ramos

A partir das criticalidades de ramos identificadas *offline* é possível facilmente encontrar as tuplas críticas de ramos associadas a um cenário específico, no qual um dado sistema de medição está presente, bastando para tal aplicar o algoritmo da Seção 4.1.2, baseado nas propriedades das criticalidades de ramos descritas no Capítulo 3. No caso do cenário específico da Figura A.1, tem-se que os ramos  $R_{1-2}$ ,  $R_{2-4}$  e  $R_{4-9}$  são ramos irrelevantes. Aplicando-se o algoritmo da Seção 4.1.2, as criticalidades de ramos da Tabela A.2 são atualizadas. A Tabela A.3 mostra os novos totais de *C<sub>k</sub>-ramos* por cardinalidade, enquanto a Tabela A.4 mostra a lista de *C<sub>k</sub>-ramos* atualizada. Para este cenário a maior cardinalidade encontrada foi igual a 5.

Cardinalidade	No. de
( <b>k</b> )	C <sub>k</sub> -ramos
1	2
2	11
3	31
4	36
5	18

Tabela A.3 – Totais de  $C_k$ -ramos por cardinalidade

Tabela A.4 -  $C_k$ -ramos atualizadas

C <sub>1</sub> -ramos	<i>C2</i> -	ramos		C3-ramo	S
R7-8	R2-3	R3-4	R5-6	R6-11	R9-14
R1-5	R4-7	R7-9	R5-6	R6-11	R13-14
	R6-11	<b>R9-10</b>	R5-6	R9-10	R9-14
	R6-11	R10-11	R5-6	R9-10	R13-14
	R6-12	R12-13	R5-6	R9-14	R10-11
	R9-10	R10-11	R5-6	R10-11	R13-14
	R9-14	R13-14	R6-12	R6-13	R9-14
	R2-3	R2-5	R6-12	R6-13	R13-14
	R2-5	R3-4	R6-13	R9-14	R12-13
	R4-7	R5-6	R6-13	R12-13	R13-14
	R5-6	R7-9	R2-5	R4-5	R5-6
			R2-3	R4-5	R5-6
			R3-4	R4-5	R5-6
			R4-7	R6-11	R9-14
			R4-7	R6-11	R13-14
			R4-7	R9-10	R9-14
			R4-7	R9-10	R13-14
			R4-7	R9-14	R10-11
			R4-7	R10-11	R13-14
			R6-11	R7-9	R9-14
			R6-11	R7-9	R13-14
			R7-9	R9-10	R9-14
			R7-9	R9-10	R13-14
			R7-9	R9-14	R10-11
			R7-9	R10-11	R13-14
			R2-5	R4-5	R4-7
			R2-5	R4-5	R7-9
			R2-3	R4-5	R4-7
			R2-3	R4-5	R7-9
			R3-4	R4-5	R4-7
			R3-4	R4-5	R7-9

	<i>C</i> <sub>4</sub> -	ramos				C5-ramo	S	
R5-6	R6-11	R6-12	R6-13	R2-5	R4-5	R6-11	R6-12	R6-13
R5-6	R6-11	R6-13	R12-13	R2-5	R4-5	R6-11	R6-13	R12-13
R5-6	R6-12	R6-13	<b>R9-10</b>	R2-5	R4-5	R6-12	R6-13	R9-10
R5-6	R6-12	R6-13	R10-11	R2-5	R4-5	R6-12	R6-13	R10-11
R5-6	R6-13	R9-10	R12-13	R2-5	R4-5	R6-13	R9-10	R12-13
R5-6	R6-13	R10-11	R12-13	R2-5	R4-5	R6-13	R10-11	R12-13
R2-5	R4-5	R6-11	R9-14	R2-3	R4-5	R6-11	R6-12	R6-13
R2-5	R4-5	R6-11	R13-14	R2-3	R4-5	R6-11	R6-13	R12-13
R2-5	R4-5	R9-10	<b>R9-14</b>	R2-3	R4-5	R6-12	R6-13	R9-10
R2-5	R4-5	R9-10	R13-14	R2-3	R4-5	R6-12	R6-13	R10-11
R2-5	R4-5	R9-14	R10-11	R2-3	R4-5	R6-13	R9-10	R12-13
R2-5	R4-5	R10-11	R13-14	R2-3	R4-5	R6-13	R10-11	R12-13
R2-3	R4-5	R6-11	<b>R9-14</b>	R3-4	R4-5	R6-11	R6-12	R6-13
R2-3	R4-5	R6-11	R13-14	R3-4	R4-5	R6-11	R6-13	R12-13
R2-3	R4-5	R9-10	R9-14	R3-4	R4-5	R6-12	R6-13	<b>R9-10</b>
R2-3	R4-5	R9-10	R13-14	R3-4	R4-5	R6-12	R6-13	R10-11
R2-3	R4-5	R9-14	R10-11	R3-4	R4-5	R6-13	R9-10	R12-13
R2-3	R4-5	R10-11	R13-14	R3-4	R4-5	R6-13	R10-11	R12-13
R3-4	R4-5	R6-11	R9-14					
R3-4	R4-5	R6-11	R13-14					
R3-4	R4-5	R9-10	R9-14					
R3-4	R4-5	R9-10	R13-14					
R3-4	R4-5	R9-14	R10-11					
R3-4	R4-5	R10-11	R13-14					
R4-7	R6-11	R6-12	R6-13					
R4-7	R6-11	R6-13	R12-13					
R4-7	R6-12	R6-13	R9-10					
R4-7	R6-12	R6-13	R10-11					
R4-7	R6-13	R9-10	R12-13					
R4-7	R6-13	R10-11	R12-13					
R6-11	R6-12	R6-13	R7-9					
R6-11	R6-13	R7-9	R12-13					
R6-12	R6-13	R7-9	R9-10					
R6-12	R6-13	R7-9	R10-11					
R6-13	R7-9	R9-10	R12-13					
R6-13	R7-9	R10-11	R12-13					

Tabela A.4 -  $C_k$ -ramos atualizadas (Cont.)

#### A.3 Identificação das Criticalidades de UMs

A partir das criticalidades de ramos da Tabela A.4, associadas ao cenário específico da Figura A.1, pode-se determinar todas as criticalidades de UMs empregando-se o algoritmo da Seção 4.2, simplesmente baseado nas propriedades das criticalidades de UMs apresentadas no Capítulo 3.

As criticalidades de UMs associadas ao sistema da Figura A.1 são apresentadas na Tabela A.5 e correspondem a todas as criticalidades de UMs realmente presentes no sistema de medição.

Tabela A.5 -  $C_k$ -UMs encontradas

Cardinalida de (k)	C <sub>k</sub> -UMs
1	UM3, UM5, UM7, UM14
2	(UM6,UM12), (UM10,UM11)

### A.4 Identificação das Criticalidades de Medidas por Associação aos Ck-ramos

Empregando o algoritmo da Seção 4.3.1, é possível determinar algumas criticalidades de medidas por simples associação às criticalidades de ramos. Tais criticalidades são apresentadas na Tabela A.6. A Tabela A.7 apresenta a quantidade de  $C_k$ -meds encontrada por cardinalidade e a eficácia na identificação de tais tuplas críticas por simples associação aos  $C_k$ -ramos. Apesar de criticalidades de cardinalidade até k = 13 terem sido encontradas (totalizando 98  $C_k$ -meds), as Tabelas A.6 e A.7 mostram apenas resultados para cardinalidades até k = 6, uma vez que para cardinalidades mais altas a busca exaustiva utilizada para validação e cálculo da eficácia torna-se demasiadamente onerosa.

C2-meds			C <sub>3</sub> -med	s		6	4-meds	
P7	F7-8	P3	F3-2	F3-4	P3	P5	F3-2	F5-2
P5	F5-1	P7	F7-4	F7-9	P3	P5	F3-4	F5-2
		P14	F14-9	F14-13				

Tabela A.6 -  $C_k$ -meds obtidas por associação aos  $C_k$ -ramos

C5-meds							<i>C</i> <sub>6</sub> -	meds		
P6	P12	F6-12	F12-6	F12-13	P5	P6	F5-2	F5-4	F5-6	F6-5
P10	P11	F10-9	F10-11	F11-10	P6	P10	P11	F6-11	F10-9	F11-6
P5	P7	F5-2	F5-4	F7-4	P5	P6	P7	F5-6	F6-5	F7-4
P5	P7	F5-2	F5-4	F7-9	P5	P6	P7	F5-6	F6-5	F7-9
					P6	P12	P14	F6-13	F12-13	F14-9
					P6	P12	P14	F6-13	F12-13	F14-13
					P7	P10	P14	F7-4	F10-9	F14-9
					P7	P10	P14	F7-4	F10-9	F14-13
					P7	P10	P14	F7-9	F10-9	F14-9
					P7	P10	P14	F7-9	F10-9	F14-13
					P3	P5	P7	F3-2	F5-4	F7-4
					P3	P5	P7	F3-2	F5-4	F7-9
					P3	P5	P7	F3-4	F5-4	F7-4
					P3	P5	P7	F3-4	F5-4	F7-9

Tabela A.6 - Ck-meds obtidas por associação aos Ck-ramos (Cont.)

Tabela A.7 – Totais de  $C_k$ -meds por cardinalidade (associação aos  $C_k$ -ramos)

Cardinalida de	No. de	Eficácia
( <b>k</b> )	$C_k$ -meds	(%)
1	-	100
2	2	100
3	3	75
4	2	33,33
5	4	33,33
6	14	18,42

## A.4 Identificação das Ck-meds utilizando a Busca Heurística

Empregando-se a busca heurística descrita na Seção 4.3.2, a quantidade de  $C_k$ -meds identificadas é ampliada e as tuplas críticas obtidas são apresentadas na Tabela A.8. A Tabela A.9 mostra o total de  $C_k$ -meds encontradas por cardinalidade, bem como as correspondentes eficácias com relação às  $C_k$ -meds encontradas por busca exaustiva. Mais uma vez, apenas os resultados para cardinalidades até k = 6 são apresentados.

	C2-meds	neds C3-meds			<i>C</i> <sub>4</sub>	-meds		
P7	F7-8	P3	F3-2	F3-4	P3	P5	F3-2	F5-2
P5	F5-1	P7	F7-4	F7-9	P3	P5	F3-4	F5-2
		P14	F14-9	F14-13	P3	F3-2	F5-1	F5-2
		F7-4	F7-8	F7-9	P3	F3-4	F5-1	F5-2
					P5	F3-2	F3-4	F5-2
					F3-2	F3-4	F5-1	F5-2

Tabela A.8 - Ck-meds obtidas após a busca heurística

Tabela A.8 - Ck-meds obtidas após a busca heurística (Cont.)

C <sub>5</sub> -meds				C <sub>6</sub> -meds						
P6	P12	F6-12	F12-6	F12-13	P6	P10	P11	F6-11	F10-9	F11-6
P10	P11	F10-9	F10-11	F11-10	P5	P6	P7	F5-6	F6-5	F7-4
P5	P7	F5-2	F5-4	F7-4	P5	P6	P7	F5-6	F6-5	F7-9
P5	P7	F5-2	F5-4	F7-9	P6	P12	P14	F6-13	F12-13	F14-9
P5	F5-2	F5-4	F7-4	F7-8	P6	P12	P14	F6-13	F12-13	F14-13
P5	F5-2	F5-4	F7-4	F7-9	P5	P6	F5-2	F5-4	F5-6	F6-5
P5	F5-2	F5-4	F7-8	F7-9	P7	P10	P14	F7-4	F10-9	F14-9
P7	F5-1	F5-2	F5-4	F7-4	P7	P10	P14	F7-4	F10-9	F14-13
P7	F5-1	F5-2	F5-4	F7-9	P7	P10	P14	F7-9	F10-9	F14-9
F5-1	F5-2	F5-4	F7-4	F7-8	P7	P10	P14	F7-9	F10-9	F14-13
F5-1	F5-2	F5-4	F7-4	F7-9	P3	P5	P7	F3-2	F5-4	F7-4
F5-1	F5-2	F5-4	F7-8	F7-9	P3	P5	P7	F3-2	F5-4	F7-9
					P3	P5	P7	F3-4	F5-4	F7-4
					P3	P5	P7	F3-4	F5-4	F7-9
					P6	F5-1	F5-2	F5-4	F5-6	F6-5
					P5	P6	F5-6	F6-5	F7-4	F7-8
					P5	P6	F5-6	F6-5	F7-4	F7-9
					P5	P6	F5-6	F6-5	F7-8	F7-9
					P6	P7	F5-1	F5-6	F6-5	F7-4
					P6	P7	F5-1	F5-6	F6-5	F7-9
					P6	F5-1	F5-6	F6-5	F7-4	F7-8
					P6	F5-1	F5-6	F6-5	F7-4	F7-9
					P6	F5-1	F5-6	F6-5	F7-8	F7-9
					P6	P12	F6-13	F12-13	F14-9	F14-13
					P7	P10	F7-4	F10-9	F14-9	F14-13
					P7	P10	F7-9	F10-9	F14-9	F14-13
					P10	P14	F7-4	F7-8	F10-9	F14-9
					P10	P14	F7-4	F7-8	F10-9	F14-13
					P10	F7-4	F7-8	F10-9	F14-9	F14-13
					P10	P14	F7-4	F7-9	F10-9	F14-9
					P10	P14	F7-4	F7-9	F10-9	F14-13
					P10	F7-4	F7-9	F10-9	F14-9	F14-13

P10	P14	F7-8	F7-9	F10-9	F14-9
P10	P14	F7-8	F7-9	F10-9	F14-13
P10	F7-8	F7-9	F10-9	F14-9	F14-13
P3	P5	F3-2	F5-4	F7-4	F7-8
P3	P5	F3-2	F5-4	F7-4	F7-9
P3	P5	F3-2	F5-4	F7-8	F7-9
P3	P7	F3-2	F5-1	F5-4	F7-4
P3	P7	F3-2	F5-1	F5-4	F7-9
P3	F3-2	F5-1	F5-4	F7-4	F7-8
P3	F3-2	F5-1	F5-4	F7-4	F7-9
P3	F3-2	F5-1	F5-4	F7-8	F7-9
P3	P7	F3-2	F5-2	F5-4	F7-4
P3	P7	F3-2	F5-2	F5-4	F7-9
P3	F3-2	F5-2	F5-4	F7-4	F7-8
P3	F3-2	F5-2	F5-4	F7-4	F7-9
P3	F3-2	F5-2	F5-4	F7-8	F7-9
Р3	P5	F3-4	F5-4	F7-4	F7-8
Р3	P5	F3-4	F5-4	F7-4	F7-9
P3	P5	F3-4	F5-4	F7-8	F7-9
P3	P7	F3-4	F5-1	F5-4	F7-4
P3	P7	F3-4	F5-1	F5-4	F7-9
P3	F3-4	F5-1	F5-4	F7-4	F7-8
P3	F3-4	F5-1	F5-4	F7-4	F7-9
P3	F3-4	F5-1	F5-4	F7-8	F7-9
P3	P7	F3-4	F5-2	F5-4	F7-4
P3	P7	F3-4	F5-2	F5-4	F7-9
P3	F3-4	F5-2	F5-4	F7-4	F7-8
P3	F3-4	F5-2	F5-4	F7-4	F7-9
P3	F3-4	F5-2	F5-4	F7-8	F7-9
P5	P7	F3-2	F3-4	F5-4	F7-4
P5	P7	F3-2	F3-4	F5-4	F7-9
P5	F3-2	F3-4	F5-4	F7-4	F7-8
P5	F3-2	F3-4	F5-4	F7-4	F7-9
P5	F3-2	F3-4	F5-4	F7-8	F7-9
P7	F3-2	F3-4	F5-1	F5-4	F7-4
P7	F3-2	F3-4	F5-1	F5-4	F7-9
F3-2	F3-4	F5-1	F5-4	F7-4	F7-8
F3-2	F3-4	F5-1	F5-4	F7-4	F7-9
F3-2	F3-4	F5-1	F5-4	F7-8	F7-9
P7	F3-2	F3-4	F5-2	F5-4	F7-4
P7	F3-2	F3-4	F5-2	F5-4	F7-9
F3-2	F3-4	F5-2	F5-4	F7-4	F7-8
F3-2	F3-4	F5-2	F5-4	F7-4	F7-9
 F3-2	F3-4	F5-2	F5-4	F7-8	F7-9

Cardinalidade	No. de	Eficácia
( <b>k</b> )	$C_k$ -meds	(%)
1	-	100
2	2	100
3	4	100
4	6	100
5	12	100
6	76	100

Tabela A.9 – Totais de  $C_k$ -meds por cardinalidade (busca heurística)

Finalmente, vale destacar que neste caso a quantidade de tuplas visitadas para identificar as  $C_k$ -meds utilizando-se a busca heurística foi apenas cerca de 1% do total de tuplas visitadas empregando-se a busca exaustiva para se chegar aos mesmos resultados.